

TUGAS INDIVIDU

Nama : EMANUELI MENDROFA
Nim : 082117036
Fakultas : FPMIPA
Program Studi : PENDIDIKAN MATEMATIKA
Kelompok : C



INSTITUT KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
(IKIP) GUNUNGSITOLI

PENYELESAIAN PROGRAM LINEAR DENGAN METODE SIMPLEX

Persoalan program linear tidak selalu sederhana karena melibatkan banyak *Constraint* (pembatas) dan banyak variabel sehingga tidak mungkin diselesaikan dengan metode grafik dan metode aljabar. Walaupun metode aljabar dapat dipergunakan untuk jumlah variabel lebih dari dua akan tetapi metode ini tidak efisien untuk variabel yang terlalu banyak. Sedangkan metode grafik hanya cocok untuk dua variabel saja. Untuk variabel lebih dari tiga akan susah dalam penggambarannya. Oleh karena itu, solusi untuk mencari persoalan program linear yang rumit tersebut adalah Metode Simplex.

Penyelesaian program linear dengan metode simplex adalah metode yang paling efisien dalam memecahkan persoalan program linear. Metode simplex merupakan suatu metode yang memerlukan perhitungan yang berulang-ulang atau bersifat **Iterative** yang bergerak selangkah demi selangkah hingga akhirnya ditemukan penyelesaian yang optimal. Pemecahan metode simplex diawali dengan standarisasi rumusan model yang mana fungsi-fungsi yang masih berbentuk pertidaksamaan harus diubah menjadi persamaan dengan cara menambahkan Variabel senjang untuk pertidaksamaan yang mengandung tanda \leq , dan mengurangi Variabel Surplus untuk pertidaksamaan yang mengandung tanda \geq . Secara umum, fungsi-fungsi kendala yang standar dapat dituliskan sebagai berikut :

$$\begin{array}{rcll} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n & \pm s_1 & = & b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n & \pm s_2 & = & b_2 \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n & \pm s_m & = & b_m \end{array}$$

Ringkasannya:
$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = b_i \qquad i = 1, 2, \dots, m$$

Hasil-hasil perhitungan pada setiap tahap pengerjaan disajikan ke dalam bentuk tablo (tabel matriks). Berdasarkan angka-angka yang muncul di tablo inilah dilakukan analisis dan ditarik kesimpulan. Dalam metode simplex dikenal 2 macam penyajian tablo, yaitu :

1. Tablo berkolom variabel dasar
2. Tablo berbaris $c_j - z_j$

Meskipun kesimpulan akhir dari analisis simplex dengan kedua model tablo ini sama, namun – karena baris dan kolom yang terdapat di masing-masing tablo berlainan – perlakuan terhadapnya berbeda.

1. Simplex dengan tablo berkolom variabel dasar

Sebagaimana telah dikemukakan sebelumnya, metode simplex diawali dengan standarisasi model. Model simplex dengan tablo jenis ini tidak saja mensyaratkan standarisasi fungsi-fungsi kendala, tetapi juga standarisasi fungsi tujuan, yakni mengubahnya menjadi

persamaan berbentuk implisit. Secara umum, rumusan model yang standar untuk metode simplex dengan tablo berkolom variabel dasar adalah :

Optimumkan $z - c_1x_1 - c_2x_2 - \dots - c_nx_n = 0$

Terhadap

$$\begin{array}{ccccccc} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n & \pm s_1 & = & b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n & \pm s_2 & = & b_2 \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n & \pm s_m & = & b_m \end{array}$$

Bentuk Tablonya :

VD	z	x_1	x_2	...	x_n	s_1	s_2	...	s_n	S	
z	1	c_1	c_2	...	c_n	0	0	...	0	0	Persamaan - z
s_1	0	a_{11}	a_{12}	...	a_{1n}	1	0	...	0	b_1	Persamaan - s_1
s_2	0	a_{21}	a_{22}	...	a_{2n}	0	1	...	0	b_2	Persamaan - s_2
·	·	·	·	·	·	·	·	·	·	·	·
·	·	·	·	·	·	·	·	·	·	·	·
·	·	·	·	·	·	·	·	·	·	·	·
s_m	0	a_{m1}	a_{m2}	...	a_{mn}	0	0	...	1	b_m	Persamaan - s_m

matriks utama
 $A_{m \times n}$

matriks satuan
 $I_{n \times n}$

Keterangan :

- a) **Kolom variabel dasar (VD)**
 Kolom ini berisi variabel-variabel dasar (*basic variables*), disebut juga variabel anol (*nonzero variables*), yaitu variabel-variabel yang nilainya ditunjukkan oleh konstanta-konstanta yang bersesuaian di kolom S. pada penyelesaian awal atau tablo pertama, kolom VD ini berisi semua variabel semu. Pada tahap-tahap berikutnya variabel-variabel yang termuat di kolom ini akan berganti-ganti, kecuali z yang senantiasa hadir di situ selama penyelesaian awal hingga penyelesaian akhir. Variabel-variabel lain yang tidak tercantum di kolom ini dinamakan variabel-variabel adasar (*nonbasic variables*) atau variabel nol (*zero variables*).
- b) **Kolom z**
 Kolom ini sebenarnya hanya berfungsi sebagai “pelengkap” isinya selalu sama (1, 0, 0,.....0) sejak penyelesaian awal hingga penyelesaian akhir, karenanya boleh tidak dicantumkan di dalam tablo.
- c) **Kolom-kolom variabel**
 Kolom ini berisi koefisien-koefisien dari masing-masing variabel dalam persamaan yang bersesuaian yakni a_{ij} untuk variabel-variabel asli x_j dan 0 atau 1 untuk variabel-variabel semu s_j , untuk tablo pertama (penyelesaian awal).
- d) **Kolom S**
 Kolom S (“solution”) ini berisi nilai-nilai ruas kanan dari persamaan-persamaan implisit yang terdapat di dalam model, baik persamaan fungsi tujuan maupun persamaan-persamaan fungsi kendala. Angka-angka yang tercantum di kolom S ini mencerminkan nilai z dan nilai-nilai variabel dasar pada tahap penyelesaian yang bersangkutan.

Langkah-langkah pengerjaan program linear secara simplex dengan tablo berkolom variabel dasar adalah :

1. Rumuskan dan standarisasikan modelnya.
2. Bentuk tablo pertama dengan menetapkan semua variabel semu sebagai variabel dasar (semua variabel asli sebagai variabel adasar).
3. Tentukan satu “variabel pendatang” (*entering variable*) di antara variabel-variabel adasar yang ada, untuk dijadikan variabel dasar dalam tablo berikutnya. Variabel pendatang ialah variabel adasar yang nilainya pada baris— z paling negatif dalam kasus maksimasi, atau paling positif dalam kasus minimasi.
4. Tentukan satu “variabel perantau” (*leaving variable*) di antara variabel-variabel dasar yang ada, untuk menjadi variabel adasar dalam tablo berikutnya. Variabel perantau ialah variabel dasar yang memiliki “rasio solusi” dengan nilai positif terkecil.

Kolom yang mengandung variabel pendatang dinamakan kolom kunci, sedangkan baris yang mengandung variabel perantu dinamakan baris kunci. Unsur di dalam tablo yang merupakan perpotongan antara baris kunci dan kolom kunci dinamakan unsur kunci. Rasio solusi adalah hasil bagi konstanta pada kolom S terhadap unsur sebaris pada kolom kunci. Dalam menentukan variabel perantau atau baris kunci, abaikan rasio solusi yang bernilai nol dan negatif, baik untuk kasus maksimasi maupun minimasi.

5. Bentuk tablo berikutnya dengan memasukkan variabel pendatang ke kolom VD dan mengeluarkan variabel perantau dari kolom VD, serta lakukan transformasi baris-baris tablo, termasuk baris— z .

Transformasi baris kunci, yang sekarang bervariasi dasar baru, dilakukan sebagai berikut :

$$\text{baris kunci baru} = \text{baris kunci lama} : \text{unsur kunci}$$

sedangkan transformasi baris-baris lainnya :

$$\text{baris baru} = \text{baris lama} - (\text{unsur pada kolom kuncinya} \times \text{baris kunci baru})$$

6. Lakukan pengujian optimalitas. Jika semua koefisien variabel adasar pada baris— z sudah tidak ada lagi yang negatif (untuk kasus maksimasi; atau sudah tidak ada lagi yang positif, untuk kasus minimasi), berarti penyelesaian sudah optimal, tidak perlu dibentuk tablo selanjutnya. Jika masih, berarti penyelesaian belum optimal, ulangi langkah ke-3 samapi ke-6!.

Contoh:

$$\text{Maksimumkan } z = 3x_1 + 2x_2$$

$$\text{Terhadap } x_1 + x_2 \leq 15$$

$$2x_1 + x_2 \leq 28$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 20$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Penyelesaian :

Model standarnya :

$$\text{Maksimumkan } z - 3x_1 - 2x_2 = 0$$

$$\text{Terhadap } x_1 + x_2 + s_1 = 15$$

$$2x_1 + x_2 + s_2 = 28$$

$$x_1 + 2x_2 + s_3 = 20$$

$$x_1, x_2, s_1, s_2, s_3 \geq 0$$

Tablo I

VD	z	x ₁	x ₂	s ₁	s ₂	s ₃	S	
z	1	-3	-2	0	0	0	0	Persamaan -z
s ₁	0	1	1	1	0	0	15	Persamaan -s ₁
s ₂	0	2	1	0	1	0	28	Persamaan -s ₂
s ₃	0	1	2	0	0	1	20	Persamaan -s ₃

Langkah berikutnya ialah menentukan variabel pendatang dan variabel perantau, agar dapat membentuk tablo berikutnya. Oleh karena kasus ini maksimasi, maka variabel pendatangnya adalah x_1 karena nilainya pada baris-z paling negatif. sehingga, kolom x_1 merupakan kolom kunci. Dari sini bisa dihitung rasio solusi untuk masing-masing variabel dasar. Rasio solusi untuk s_1 adalah $15/1 = 15$, untuk s_2 adalah $28/2 = 14$, sedangkan s_3 adalah $20/1 = 20$. Karena rasio solusinya telah diketahui maka kita bisa menentukan variabel perantau (variabel dasar yang memiliki “rasio solusi” dengan nilai positif terkecil) yaitu s_2 . konsekuensinya, barisnya merupakan baris kunci. Dengan dapat ditentukannya baris kunci dan kolom kunci, maka unsur kunci bisa diterapkan. Jadi,

Tablo I

VD	z	x ₁	x ₂	s ₁	s ₂	s ₃	S	
z	1	-3	-2	0	0	0	0	
s ₁	0	1	1	1	0	0	15	r.s. = 15
s ₂	0	2	1	0	1	0	28	r.s. = 14 (terkecil)
s ₃	0	1	2	0	0	1	20	r.s. = 20

pendatang
paling negatif
perantau
unsur kunci

Transformasi baris kunci (x_1 menggantikan s_2).

x_1	0/2	2/2	1/2	0/2	1/2	0/2	28/2
	0	1	1/2	0	1/2	0	14

Transformasi baris-z	Transformasi baris-s ₁	Transformasi baris-s ₃
1 - (-3).0 = 1	0 - (1).0 = 0	0 - (1).0 = 0
(-3) - (-3).1 = 0	1 - (1).1 = 0	1 - (1).1 = 0
(-2) - (-3).1/2 = -1/2	1 - (1). 1/2 = 1/2	2 - (1). 1/2 = 3/2
0 - (-3).0 = 0	1 - (1).0 = 1	0 - (1).0 = 0
0 - (-3).1/2 = 3/2	0 - (1).1/2 = -1/2	0 - (1). 1/2 = -1/2
0 - (-3).0 = 0	0 - (1).0 = 0	1 - (1).0 = 1
0 - (-3).14 = 42	15 - (1).14 = 1	20 - (1).14 = 6

Tablo II

VD	z	x ₁	x ₂	s ₁	s ₂	s ₃	S	
z	1	0	-1/2	0	3/2	0	42	
s ₁	0	0	1/2	1	-1/2	0	1	r.s. = 2 (terkecil)

x_1	0	1	$1/2$	0	$1/2$	0	14	r.s. = 28
s_3	0	0	$3/2$	0	$-1/2$	1	6	r.s. = 4

unsur kunci

Berdasarkan Tablo diatas, solusi tablo belum dapat dinyatakan optimal karena di antara variabel-variabel adasarnya masih ada yang koefisien pada baris–z-nya bertanda negatif. oleh karena itu harus dibentuk tablo berikutnya yang mana harus memilih x_2 sebagai variabel pendatang karena nilai koefisiennya pada baris–z paling negatif . sementara itu, di dalam tablo II di atas, yang merupakan variabel perantaunya adalah s_1 karena memiliki rasio solusi terkecil yaitu 2 sehingga kolom dan baris yang bersangkutan merupakan kolom kunci dan baris kunci, dengan unsur bernilai $1/2$. Sekali lagi, sebelum tablo dibentuk terlebih dahulu harus dilakukan transformasi baris. Dalam hal ini transformasi baris-barisnya adalah sebagai berikut.

Transformasi baris kunci (x_2 menggantikan s_1) :

x_2	$\frac{0}{1/2}$	$\frac{0}{1/2}$	$\frac{1/2}{1/2}$	$\frac{1}{1/2}$	$\frac{-1/2}{1/2}$	$\frac{0}{1/2}$	$\frac{1}{1/2}$
	0	0	1	2	-1	0	2

Transformasi baris–z			Transformasi baris– x_1			Transformasi baris– s_3		
1	–	$(-1/2).0 = 1$	0	–	$(1/2).0 = 0$	0	–	$(3/2).0 = 0$
0	–	$(-1/2).0 = 0$	1	–	$(1/2).0 = 1$	0	–	$(3/2).0 = 0$
$(-1/2)$	–	$(-1/2).1 = 0$	$(1/2)$	–	$(1/2).1 = 0$	$3/2$	–	$(3/2).1 = 0$
0	–	$(-1/2).2 = 1$	0	–	$(1/2).2 = -1$	0	–	$(3/2).2 = -3$
$3/2$	–	$(-1/2).-1 = 1$	$(1/2)$	–	$(1/2).-1 = 1$	$(-1/2)$	–	$(3/2).-1 = 1$
0	–	$(-1/2).0 = 0$	0	–	$(1/2).0 = 0$	1	–	$(3/2).0 = 1$
42	–	$(-1/2).2 = 43$	14	–	$(1/2).2 = 13$	6	–	$(3/2).2 = 3$

Tablo III

VD	z	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	S
z	1	0	0	1	1	0	43
x_2	0	0	1	2	– 1	0	2
x_1	0	1	0	– 1	1	0	13
s_3	0	0	0	– 3	1	1	3

Variabel-variabel dasarnya sekarang (lihat kolom VD) adalah x_2 , x_1 dan s_3 . Sedangkan variabel-variabel adasarnya ialah s_1 dan s_2 . Karena koefisien-koefisien variabel adasar pada baris–z sudah tidak ada lagi yang negatif, berarti optimalitas sudah dicapai pada tahap penyelesaian tahap ketiga ini. Pada tablo ini memberikan nilai $x_1 = 13$ dan $x_2 = 2$, sedangkan nilai $z = 43$, dan ada sisa sumber daya yang ditunjukkan $s_3 = 3$.

2. Simplex dengan tablo berbaris $c_j - z_j$

Berbeda dengan metoda simplex yang menggunakan model tablo berkolom variabel dasar, metoda simplex dengan tablo jenis ini tidak memerlukan peng-implisit-an persamaan fungsi tujuan. Secara umum rumusan model yang standar untuk metoda simplex dengan tablo berbaris $c_j - z_j$ adalah :

Optimumkan $z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n$
 Terhadap

$$\begin{array}{rcll} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n & \pm s_1 & = & b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n & \pm s_2 & = & b_2 \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n & \pm s_m & = & b_m \end{array}$$

Bentuk tablonya :

Program	Tujuan	c_1	c_2	c_n	0	0	0	Kuantitas
		x_1	x_2	x_n	s_1	s_2	s_n	
s_1	0	a_{11}	a_{12}	a_{1n}	1	0	0	b_1
s_2	0	a_{21}	a_{22}	a_{2n}	0	1	0	b_2
\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	\cdot
\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	\cdot
\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	\cdot
s_m	0	a_{m1}	a_{m2}	a_{mn}	0	0	1	b_m
Z_j										
$C_j - Z_j$										
matriks utama $A_{m \times n}$						matriks satuan $I_{n \times n}$				

Keterangan :

1. **Kolom program**

Kolom ini berisi variabel-variabel s_j dan/atau x_j ($j=1,2,\dots,n$) yang menentukan kesimpulan penyelesaian. Pada penyelesaian tahap awal atau dalam tablo pertama, kolom ini berisi semua variabel semu. Pada tahap-tahap berikutnya akan terjadi pergantian variabel-variabel yang mengisi kolom ini, tergantung pada kesimpulan analisis penyelesaiannya. [kolom program dalam tablo model ini identik dengan kolom VD dalam tablo model sebelumnya].

2. **Kolom tujuan**

Kolom ini berisi koefisien variabel-variabel di dalam fungsi tujuan, sesuai dengan yang tercantum di kolom program. Pada penyelesaian awal, karena kolom program berisi variabel-variabel semu – padahal koefisien-koefisien variabel semu di dalam fungsi tujuan adalah 0 – maka kolom ini berisi bilangan-bilangan nol.

3. **Kolom-kolom variabel**

Kolom-kolom ini berisi koefisien-koefisien dari setiap variabel yang terdapat di dalam model. Koefisien-koefisien yang terdapat di dalam fungsi tujuan (yaitu c_1 sampai c_n untuk x_1 sampai x_n , dan 0 untuk semua s_j) diletakkan di sebelah atas. Sedangkan koefisien-koefisien yang terdapat di dalam fungsi-fungsi kendala (yaitu a_{ij} untuk x_j , dan 0 atau 1 untuk s_j) diletakkan di sebelah bawah. Dalam tablo pertama, kolom-

kolom variabel x_j membentuk matriks $A_{m \times n}$, sedangkan kolom-kolom variabel semu s_j membentuk matriks satuan $I_{n \times n}$.

4. Kolom kuantitas

Kolom ini mencerminkan kuantitas masing-masing variabel yang tercantum di kolom program pada tahap penyelesaian yang bersangkutan. Pada penyelesaian tahap pertama karena $x_j = 0$ (untuk setiap j), kolom ini berkonstanta-berkonstanta b_i ($i = 1, 2, \dots, m$) yang terdapat di ruas kanan persamaan-persamaan kendala. [kolom kuantitas dalam tablo model ini identik dengan kolom S dalam tablo model sebelumnya].

5. Baris $-z_j$

Baris ini berisi jumlah hasil kali unsur-unsur pada kolom tujuan dengan unsur-unsur pada kolom yang bersesuaian.

6. Baris $c_j - z_j$

Baris ini merupakan indikator optimalitas penyelesaian, berisi selisih antara c_j dan z_j . Untuk masalah maksimisasi, penyelesaian dinyatakan optimal jika sudah tidak ada lagi unsur bertanda positif pada baris $c_j - z_j$ ini. Untuk masalah minimisasi, penyelesaian dinyatakan optimal apabila sudah tidak terdapat lagi unsur bertanda negatif pada baris ini.

Langkah-langkah pengerjaan programasi linear secara simplex dengan tablo berbaris $c_j - z_j$ adalah sebagai berikut :

1. Rumuskan dan standarisasikan modelnya.
2. Bentuk tablo pertama berdasarkan keterangan-keterangan diatas.
3. Tentukan kolom kunci diantara kolom-kolom variabel yang ada, yaitu kolom yang mengandung nilai $(c_j - z_j)$ paling positif untuk kasus maksimisasi, atau mengandung nilai $(c_j - z_j)$ paling negatif jika kasusnya minimisasi.
4. Tentukan baris kunci di antara baris-baris variabel yang ada, yaitu baris yang memiliki "rasio kuantitas" dengan nilai positif terkecil, baik untuk maslah maksimisasi maupun minimisasi.

Variabel yang terdapat pada kolom kunci dinamakan variabel pendatang, sedangkan variabel yang terdapat pada baris kunci dinamakan variabel perantau. Variabel pendatang akan menggantikan variabel perantau dalam tablo berikutnya. Unsur di dalam tablo yang merupakan perpotongan antara baris kunci dan kolom kunci dinamakan unsur kunci. Rasio kuantitas adalah hasil bagi konstanta pada kolom kuantitas terhadap unsur sebaris pada kolom kunci. Dalam menentukan baris kunci atau variabel perantau, abaikan rasio kuantitas yang bernilai nol dan negatif.

5. Bentuklah tablo berikutnya dengan memasukkan variabel pendatang ke kolom program dan mengeluarkan variabel perantau dari kolom tersebut, serta lakukan transformasi baris-baris variabel.

Transformasi baris kunci, yang sekarang bervariasi baru, dilakukan sebagai berikut :

$$\text{baris kunci baru} = \text{baris kunci lama} : \text{unsur kunci}$$

sedangkan transformasi baris-baris lainnya :

$$\text{baris baru} = \text{baris lama} - (\text{rasio kunci} \times \text{baris kunci lama})$$

Rasio kunci adalah unsur pada kolom kunci dibagi unsur kunci.

6. Lakukan pengujian optimalitas. Jika semua koefisien pada baris $c_j - z_j$ sudah tidak ada lagi yang positif (untuk kasus maksimisasi) atau sudah tidak ada lagi yang negatif (untuk kasus minimisasi), berarti penyelesaian sudah optimal. Jika masih, berarti penyelesaian belum optimal, lakukan lagi langkah ke-3 sampai dengan ke-6.

Contoh :

Maksimumkan $z = 8x_1 + 9x_2 + 4x_3$

Terhadap $x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 2$

$2x_1 + 3x_2 + 4x_3 \leq 3$

$7x_1 + 6x_2 + 2x_3 \leq 8$

$x_1, x_2, x_3 \geq 0$

Penyelesaian :

Maksimumkan $z = 8x_1 + 9x_2 + 4x_3$

Terhadap $x_1 + x_2 + 2x_3 + s_1 = 2$

$2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + s_2 = 3$

$7x_1 + 6x_2 + 2x_3 + s_3 = 8$

$x_1, x_2, s_1, s_2, s_3 \geq 0$

Tablo I

Program	Tujuan	8	9	4	0	0	0	Kuantitas
		x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	s_3	
s_1	0	1	1	2	1	0	0	2
s_2	0	2	3	4	0	1	0	3
s_3	0	7	6	2	0	0	1	8
	z_j	0	0	0	0	0	0	0
	$c_j - z_j$	8	9	4	0	0	0	

Kolom- x_2 merupakan kolom kunci karena kolom ini mengandung nilai $(c_j - z_j)$ paling positif dan terbesar. Sehingga x_2 merupakan variabel pendatang. Dari sini bisa dihitung rasio kuantitas untuk s_1 yaitu $2/1 = 2$, untuk s_2 yaitu $3/3 = 1$, untuk s_3 yaitu $8/6$. Dengan diketahuinya rasio kuantitas, maka baris s_2 merupakan baris kunci karena rasio kuantitasnya terkecil. Oleh karenanya, s_2 adalah variabel perantau. Selanjutnya, rasio kunci untuk baris- s_1 adalah $1/3$, rasio kunci untuk baris- s_3 adalah $6/3 = 2$, sedangkan rasio kunci untuk baris- s_2 tak perlu dihitung karena merupakan baris kunci.

Transformasi baris kunci	Transformasi baris- s_1	Transformasi baris- s_3
$2 : 3 = 2/3$	$1 - (1/3).2 = 1/3$	$7 - (2).2 = 3$
$3 : 3 = 1$	$1 - (1/3).3 = 0$	$6 - (2).3 = 0$
$4 : 3 = 4/3$	$2 - (1/3).4 = 2/3$	$2 - (2).4 = -6$
$0 : 3 = 0$	$1 - (1/3).0 = 1$	$0 - (2).0 = 0$
$1 : 3 = 1/3$	$0 - (1/3).1 = -1/3$	$0 - (2).1 = -2$
$0 : 3 = 0$	$0 - (1/3).0 = 0$	$1 - (2).0 = 1$
$3 : 3 = 1$	$2 - (1/3).3 = 1$	$8 - (2).3 = 2$

Baris-z_j

z₁ = 0(1/3) + 9(2/3) + 0(3) = 6
z₂ = 0(0) + 9(1) + 0(0) = 9
z₃ = 0(2/3) + 9(4/3) + 0(-6) = 12
z₄ = 0(1) + 9(0) + 0(0) = 0
z₅ = 0(-1/3) + 9(1/3) + 0(-2) = 3
z₆ = 0(0) + 9(0) + 0(1) = 0
z₇ = 0(1) + 9(1) + 0(2) = 9

Tablo II

Program	Tujuan	8	9	4	0	0	0	Kuantitas
		x ₁	x ₂	x ₃	s ₁	s ₂	s ₃	
s ₁	0	1/3	0	2/3	1	-1/3	0	1
x ₂	9	2/3	1	4/3	0	1/3	0	1
s ₃	0	3	0	-6	0	-2	1	2
z _j		6	9	12	0	3	0	9
c _j - z _j		2	0	-8	0	-3	0	

Karena masalah ini adalah masalah maksimisasi dan pada baris c_j - z_j masih terdapat unsur positif, berarti penyelesaian belum optimal. Kolom kuncinya adalah kolom-x₁ dan variabel x₁ merupakan variabel pendatang. Adapun baris kuncinya ialah baris s₃ dan variabel s₃ merupakan variabel perantau. Artinya dalam tablo berikutnya x₁ menggantikan s₃ di kolom Program. Unsur kuncinya 3. Sedangkan rasio kunci untuk baris s₁ yaitu $\frac{1/3}{3} = \frac{1}{9}$ dan untuk baris x₂ yaitu $\frac{2/3}{3} = \frac{2}{9}$.

Transformasi baris kunci	Transformasi baris-s ₁	Transformasi baris-x ₂
3 : 3 = 1	(1/3) - (1/9).3 = 0	(2/3) - (2/9).3 = 0
0 : 3 = 0	0 - (1/9).0 = 0	1 - (2/9).0 = 1
-6 : 3 = -2	(2/3) - (1/9).(-6) = 4/3	(4/3) - (2/9).(-6) = 8/3
0 : 3 = 0	1 - (1/9).0 = 1	0 - (2/9).0 = 0
-2 : 3 = -2/3	(-1/3) - (1/9).(-2) = -1/9	(1/3) - (2/9).(-2) = 7/9
1 : 3 = 1/3	0 - (1/9).1 = -1/9	0 - (2/9).1 = -2/9
2 : 3 = 2/3	1 - (1/9).2 = 7/9	1 - (2/9).2 = 5/9

Baris-z_j

z₁ = 0(0) + 9(0) + 8(1) = 8
z₂ = 0(0) + 9(1) + 8(0) = 9
z₃ = 0(4/3) + 9(8/3) + 8(-2) = 8
z₄ = 0(1) + 9(0) + 8(0) = 0
z₅ = 0(-1/9) + 9(7/9) + 8(-2/3) = 5/3
z₆ = 0(-1/9) + 9(-2/9) + 8(1/3) = 2/3
z₇ = 0(7/9) + 9(5/9) + 8(2/3) = 31/3

Tablo III

Prog-ram	Tujuan	8	9	4	0	0	0	Kuantitas
		x ₁	x ₂	x ₃	s ₁	s ₂	s ₃	
s ₁	0	0	0	4/3	1	-1/9	-1/9	7/9

x_2	9	0	1	$8/3$	0	$7/9$	$-2/9$	$5/9$
x_1	8	1	0	-2	0	$-2/3$	$1/3$	$2/3$
	z_j	8	9	8	0	$5/3$	$2/3$	$31/3$
	$c_j - z_j$	0	0	-4	0	$-5/3$	$-2/3$	

Pada penyelesaian tahap ketiga ini terlihat tidak terdapat lagi unsur positif pada $c_j - z_j$, berarti penyelesaian sudah optimal. Dari tablo ini dapat disimpulkan bahwa optimalitas tercapai jika $x_1 = 2/3, x_2 = 5/9, x_3 = 0$ dan $z = 31/3$.