

## CONCRETO REFORZADO

### INTRODUCCIÓN

El concreto simple, sin refuerzo, es resistente a la compresión, pero débil en tensión, lo que limita su aplicabilidad como material estructural. Para resistir tensiones, se emplea refuerzo de acero, generalmente en forma de barras, colocado en las zonas donde se prevé que se desarrollarán tensiones bajo las acciones de servicio. El acero restringe el desarrollo de las grietas originadas por la poca resistencia a la tensión del concreto.

El uso del refuerzo no está limitado a la finalidad anterior, también se emplea en zonas de compresión para aumentar la resistencia del elemento reforzado, para reducir las deformaciones debidas a cargas de larga duración y para proporcionar confinamiento lateral al concreto, lo que indirectamente aumenta su resistencia a la compresión.

La combinación de concreto simple con refuerzo constituye lo que se llama **concreto reforzado**.

El concreto presforzado es una modalidad del concreto reforzado, en la que se crea un estado de esfuerzos de compresión en el concreto antes de la aplicación de las acciones. De este modo, los esfuerzos de tensión producidos por las acciones quedan contrarrestados o reducidos. La manera más común de presforzar consiste en tensar el acero de refuerzo y anclarlo en los extremos del elemento.

### Características de los materiales

#### a) Concreto

**Definición.** El concreto es una mezcla de cemento, agregados inertes (por lo general grava y arena) y agua, la cual se endurece después de cierto tiempo de mezclado. Los elementos que componen el concreto se dividen en dos grupos: activos e inertes. Son activos, el agua y el cemento a cuya cuenta corre la reacción química por medio de la cual esa mezcla, llamada “lechada”, se endurece (fragua) hasta alcanzar un estado de gran solidez.

Los elementos inertes (agregados) son la grava y la arena, cuyo papel fundamental es formar el “esqueleto” del concreto, ocupando gran parte del volumen del producto final, con lo cual se logra abaratarlo y disminuir notablemente los efectos de la reacción química del fraguado: la elevación de temperatura y la contracción de la lechada al endurecerse.

El agua que entra en combinación química con el cemento es aproximadamente un 33% de la cantidad total y esa fracción disminuye con la resistencia del concreto. En consecuencia, la mayor parte del agua de mezclado se destina a lograr fluidez y trabajabilidad de la mezcla, coadyuvando a la “contracción del fraguado” y dejando en su lugar los vacíos correspondientes, cuya presencia influye negativamente en la resistencia final del concreto.

**Cemento.** Salvo casos muy especiales, en general se usa el cemento portland definido por la Norma Oficial Mexicana (NOM) como el “material que proviene de la pulverización del producto obtenido por fusión incipiente de materiales arcillosos y calizos que contengan óxidos de calcio, silicio, aluminio y fierro en cantidades convenientemente calculadas y sin más adición posterior que yeso sin calcinar y agua, así como otros materiales

que no excedan del 1% en peso del total y que no sean nocivos para el comportamiento posterior del cemento". La composición química del cemento portland es muy compleja; pero puede definirse esencialmente como un compuesto de cal, alúmina y sílice. Los componentes fundamentales son: el aluminato tricálcico, el silicato tricálcico, el silicato dicálcico y el ferro aluminio tricálcico.

**Clases de cemento portland.** En México se fabrican cinco clases o tipos de cemento portland:

*Tipo I: Normal*, destinado a usos generales: estructuras, pavimentos, bloques, tubos.

*Tipo II: Modificado*, adecuado en general para obras hidráulicas por su calor de hidratación moderado y su regular resistencia a los sulfatos.

*Tipo III: Rápida resistencia alta*, recomendable para sustituir al tipo I en obras de emergencia o cuando se desee retirar pronto las cimbras para usarlas un número mayor de veces; adquiere una determinada resistencia, en igualdad de condiciones, en la tercera parte del tiempo que necesita para ello el cemento tipo I. Sin embargo, la resistencia final es la misma que la correspondiente al cemento normal.

*Tipo IV: De bajo calor*, adecuado para la construcción de grandes espesores (presas) porque su calor de hidratación es muy reducido a tenor de su resistencia que se adquiere lentamente.

*Tipo V: De alta resistencia a los sulfatos*, recomendable en cimentaciones expuestas a la acción de aguas sulfatadas y agresivas.

Se produce también, el cemento portland blanco, de características semejantes al tipo I, usado en construcciones urbanas cuando lo demandan razones arquitectónicas.

**Peso volumétrico del concreto.** La densidad del cemento Portland es muy elevada; su peso volumétrico depende de la compactación, pero puede aceptarse un valor medio de  $1500 \text{ kg/m}^3$ , el cual concuerda con la costumbre de suponer un volumen de 33 litros para el saco de cemento de 50 kg. El peso volumétrico del concreto común es variable de acuerdo con la densidad de los agregados y puede estimarse entre  $2200$  y  $2500 \text{ kg/m}^3$ , como promedio, lo que lo coloca entre los materiales de construcción pesados en relación con la intensidad de las cargas que soporta, especialmente cuando trabaja a flexión.

La producción de concretos ligeros ha sido preocupación constante de los investigadores, quienes en un principio dirigieron su interés hacia los agregados de poco peso: tezontles y piedras pómez, los cuales presentan la dificultad de sus cualidades higroscópicas que hacen punto menos que imposible la correcta dosificación del agua de mezclado, de la que depende la resistencia del concreto.

La dificultad que presentan los agregados ligeros parece haber sido superada con los inclusores de aire, los cuales producen numerosas burbujas en el seno de la mezcla disminuyendo su peso volumétrico y aumentando al mismo tiempo su trabajabilidad, cohesión y resistencia a la acción de los sulfatos y las heladas. Los

inclusores de aire son productos químicos, generalmente compuestos de fino polvo de aluminio o zinc, que se agregan en la mezcladora o que vienen ya añadidos en el propio cemento.

**Fraguado del concreto.** Cuando el cemento y el agua entran en contacto, se inicia una reacción química exotérmica que determina el paulatino endurecimiento de la mezcla. Dentro del proceso general de endurecimiento se presenta un estado en que la mezcla pierde apreciablemente su plasticidad y se vuelve difícil de manejar; tal estado corresponde al fraguado inicial de la mezcla. A medida que se produce el endurecimiento normal de la mezcla, se presenta un nuevo estado en el cual la consistencia ha alcanzado un valor muy apreciable; este estado se denomina fraguado final. La determinación de estos dos estados, cuyo lapso comprendido entre ambos se llama tiempo de fraguado de la mezcla, es muy poco precisa y sólo debe tomarse a título de guía comparativa. El tiempo de fraguado inicial es el mismo para los cinco tipos de cemento enunciados y alcanza un valor de 45 a 60 minutos, el tiempo de fraguado final se estima en 10 horas aproximadamente. En resumen, puede definirse como tiempo de fraguado de una mezcla determinada, el lapso necesario para que la mezcla pase del estado fluido al sólido.

Así definido, el fraguado no es sino una parte del proceso de endurecimiento. Es necesario colocar la mezcla en los moldes antes de que inicie el fraguado y de preferencia dentro de los primeros 30 minutos de fabricada. Cuando se presentan problemas especiales que demandan un tiempo adicional para el transporte del concreto de la fábrica a la obra, se recurre al uso de “retardantes” del fraguado, compuestos de yeso o de anhídrido sulfúrico; de igual manera, puede acelerarse el fraguado con la adición de sustancias alcalinas o sales como el cloruro de calcio.

**Endurecimiento del concreto.** El endurecimiento del concreto depende a su vez del endurecimiento de la lechada o pasta formada por el cemento y el agua, entre los que se desarrolla una reacción química que produce la formación de un coloide “gel”, a medida que se hidratan los componentes del cemento. La reacción de endurecimiento es muy lenta, lo cual permite la evaporación de parte del agua necesaria para la hidratación del cemento, que se traduce en una notable disminución de la resistencia final. Es por ello que debe mantenerse húmedo el concreto recién colado, “curándolo”.

También se logra evitar la evaporación del agua necesaria para la hidratación del cemento, cubriendo el concreto recién descimbrado con una película impermeable de parafina o de productos especiales que se encuentran en el mercado desde hace varios años.

**Proporcionamiento del concreto.** Cuando la relación agua-cemento se mantiene constante, la resistencia del concreto de la mezcla también se mantiene constante. En consecuencia, si se fabrica una mezcla de concreto con agregados limpios, sanos y suficientemente duros, la resistencia a la compresión del concreto dependerá exclusivamente de la resistencia de la lechada, es decir, de la relación agua-cemento empleada. El proporcionamiento de una mezcla de concreto se reduce a elegir una relación agua-cemento para una resistencia dada y, enseguida, a definir la graduación (granulometría) de los agregados para que satisfaga dos requisitos: que la mezcla sea trabajable y que el volumen de vacíos entre los agregados, destinado a ser ocupado por el cemento y el agua, sea el menor posible. La primera condición hace posible el manejo del concreto; la segunda consigue la fabricación de la mezcla más económica.

**Permeabilidad del concreto.** El concreto normal es un material permeable. Los vacíos que dejan los agregados no son llenados totalmente por la mezcla de agua y cemento y además, el agua de mezclado, la cual se utiliza en gran parte para conseguir una adecuada trabajabilidad del concreto, se evapora en los primeros meses del colado dejando huecos más o menos numerosos.

De acuerdo con estos hechos, se podrá disminuir notablemente la permeabilidad del concreto si se atienden los siguientes aspectos de su fabricación por orden de importancia:

- a) Emplear mezclas secas, de baja relación agua-cemento. Los concretos más resistentes son los menos permeables.
- b) Lograr una granulometría con el mínimo de vacíos posible.
- c) Colar el concreto con el uso discreto de vibradores que compacten la mezcla y expulsen parte de las burbujas de aire.

Las anteriores recomendaciones pueden no ser suficientes para lograr un concreto prácticamente impermeable en la construcción de tanques de almacenamiento u otras estructuras semejantes; en tales casos es aconsejable terminar el colado con una capa de cemento y arena fina de unos dos centímetros de espesor, o recurrir al empleo de polvos muy finos (tierras diatomeacas) o sustancias que aumenten la trabajabilidad de la mezcla permitiendo reducir la cantidad de agua del colado. La impermeabilidad total de los tanques de almacenamiento puede lograrse colocando una película de plástico líquido, una vez que se han secado suficientemente las paredes.

## **b) Acero de refuerzo**

El acero para reforzar concreto se utiliza en distintas formas; la más común es la barra o varilla que se fabrica tanto de acero laminado en caliente, como de acero trabajado en frío. Los diámetros usuales de barras producidas en México varían de  $\frac{1}{4}$  pulg. a  $1\frac{1}{2}$  pulg. (algunos productores han fabricado barras corrugadas de  $\frac{5}{16}$  pulg,  $\frac{5}{32}$  pulg y  $\frac{3}{16}$  pulg.) En otros países se usan diámetros aún mayores. Todas las barras, con excepción del alambón de  $\frac{1}{4}$  de pulg, que generalmente es liso, tienen corrugaciones en la superficie para mejorar su adherencia al concreto. Generalmente el tipo de acero se caracteriza por el límite de esfuerzo de fluencia. En México se cuenta con una variedad relativamente grande de aceros de refuerzo. Las barras laminadas en caliente pueden obtenerse con límites de fluencia desde 2300 hasta 4200 kg/cm<sup>2</sup>. El acero trabajado en frío alcanza límites de fluencia de 4000 a 6000 kg/cm<sup>2</sup>. Una propiedad importante que debe tenerse en cuenta en refuerzos con detalles soldados es la soldabilidad. La soldadura de aceros trabajados en frío debe hacerse con cuidado. Otra propiedad importante es la facilidad de doblado, que es una medida indirecta de ductilidad y un índice de su trabajabilidad.

Se ha empezado a generalizar el uso de mallas como refuerzo de losas, muros y algunos elementos prefabricados. Estas mallas están formadas por alambres lisos unidos por puntos de soldadura en las intersecciones. El acero es del tipo trabajado en frío, con refuerzos de fluencia del orden de 5000 kg/cm<sup>2</sup>. El espaciamiento de los alambres varía de 5 a 40 cm y los diámetros de 2 a 7 mm, aproximadamente. En algunos países, en lugar de alambres lisos, se usan alambres con algún tipo de irregularidad superficial, para mejorar la adherencia. El acero que se emplea en

estructuras presforzadas es de resistencia francamente superior a la de los aceros descritos anteriormente. Su resistencia última varía entre 14000 y 22000 kg/cm<sup>2</sup> y su límite de fluencia, definido por el esfuerzo correspondiente a una deformación permanente de 0.002, entre 12000 y 19000 kg/cm<sup>2</sup>.

### Diseño de estructuras de concreto

Una construcción u obra puede concebirse como un sistema, entendiéndose por sistema un conjunto de subsistemas y elementos que se combinan en forma ordenada para cumplir con una determinada función. Un edificio, por ejemplo, está integrado por varios subsistemas: el de los elementos arquitectónicos para encerrar espacios, el estructural, las instalaciones eléctricas, las sanitarias, las de acondicionamiento de aire y los elevadores. Todos estos subsistemas interactúan de manera que en su diseño debe tenerse en cuenta la relación que existe entre ellos.

Así, no puede confiarse que el lograr la solución óptima para cada uno de ellos conduzca a la solución óptima para el edificio en su conjunto.

Una estructura puede concebirse como un sistema también, es decir, como un conjunto de partes o componentes que se combinan en forma ordenada para cumplir una función dada, que puede ser: salvar un claro, como en los puentes; encerrar un espacio, como sucede en los distintos tipos de edificios; o contener un empuje, como en los muros de contención, tanques o silos. La estructura debe cumplir la función a la que está destinada con un grado razonable de seguridad y de manera que tenga un comportamiento adecuado en las condiciones normales de servicio. Además, deben satisfacerse otros requisitos, tales como mantener el costo dentro de límites económicos y satisfacer determinadas exigencias estéticas.

### **Características, acción y respuesta de los elementos de concreto.**

El objeto del diseño de estructuras consiste en determinar las dimensiones y características de los elementos de una estructura para que ésta cumpla cierta función con un grado de seguridad razonable, comportándose además satisfactoriamente una vez en condiciones de servicio. Debido a estos requisitos es preciso conocer las relaciones que existen entre las características de los elementos de una estructura (dimensiones, refuerzos, etc.), las solicitaciones que debe soportar y los efectos que dichas solicitaciones producen en la estructura. En otras palabras, es necesario conocer las características acción-respuesta de la estructura estudiada.

Las acciones en una estructura son las solicitaciones a que puede estar sometida.

Entre éstas se encuentran, por ejemplo, el peso propio, las cargas vivas, las presiones por viento, las aceleraciones por sismo y los asentamientos. La respuesta de una estructura, o de un elemento, es su comportamiento bajo una acción determinada, y puede expresarse como deformación, agrietamiento, durabilidad, vibración. Desde luego, la respuesta está en función de las características de la estructura, o del elemento estructural considerado.

Si se conocen las relaciones para todas las combinaciones posibles de acciones y características de una estructura, se contará con una base racional para establecer un método de diseño. Este tendrá por objeto determinar las características que deberá tener una estructura para que, al estar sometida a ciertas acciones, su comportamiento o respuesta sea aceptable desde los puntos de vista de seguridad frente a la falla y de utilidad en condiciones de servicio.

En los procedimientos de diseño, el dimensionamiento se lleva a cabo normalmente a partir de las acciones interiores, calculadas por medio de un análisis de la

estructura. ***Debe notarse que, para diseñar satisfactoriamente no siempre es necesario obtener las acciones interiores inducidas por las exteriores.***

Las principales acciones interiores que actúan en las estructuras las podemos enumerar en: a) compresión, b) tensión, c) torsión y, d) cortante. La compresión en elementos estructurales casi nunca se presenta sola, sino con tensión, combinación a la que se le denomina flexión; y para términos de análisis a la compresión sola se le denomina carga axial: asimismo, en los diversos elementos estructurales se pueden presentar muchas combinaciones.

| <b><i>Acciones interiores</i></b> | <b><i>Características del elemento</i></b> | <b><i>Respuestas</i></b> |
|-----------------------------------|--|--------------------------|
| carga axial                       | tipo de concreto                           | deformación              |
| flexión                           | tipo de refuerzo                           | agrietamiento            |
| torsión                           | tamaño                                     | durabilidad              |
| cortante                          | forma                                      | vibración                |
|                                   | restricción                                |                          |

En el siguiente cuadro se enumeran los elementos estructurales más importantes y las acciones principales que se presentan en ellos:

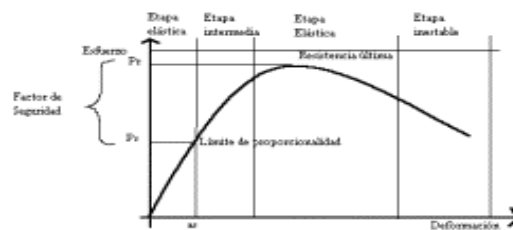
| <b><i>Elemento</i></b>                              | <b><i>Acciones internas</i></b> |
|---|---------------------------------|
| Zapatas   | Flexión, cortante               |
| Pilotes   | Carga axial, flexión, tensión   |
| Pilas   | Carga axial, flexión, tensión   |
| Losas de cimentación                                | Flexión, cortante               |
| Cimentaciones de piedra brasa                       | Carga axial                     |
| Columnas  | Carga axial, flexión.           |
| Vigas   | Flexión, cortante               |
| Losas en una dirección                              | Flexión y cortante              |
| Losas en dos direcciones (perimetralmente apoyadas) | Flexión, cortante               |
| Losas en dos direcciones (planas)                   | Flexión, cortante               |
| Ménsulas  | Cortante                        |

La primera condición que debe satisfacer un diseño es que la estructura resultante sea lo suficientemente resistente. En términos de las características acción-respuesta, se puede definir la resistencia de una estructura o elemento a una acción determinada como el valor máximo que dicha acción puede alcanzar. Una vez determinada la resistencia a cierta acción, se compara este valor máximo con el valor correspondiente bajo las condiciones de servicio. De esta comparación se origina el concepto de factor de seguridad o factor de carga. De un modo rudimentario, éste puede definirse como el cociente entre la resistencia y el valor estimado de la acción correspondiente en condiciones de servicio.

Para tener una idea más clara sobre la relación acción-respuesta de los elementos estructurales, en la siguiente ilustración se presenta la gráfica de esfuerzo deformación de una viga en voladizo. Se pueden distinguir cuatro etapas en el comportamiento del voladizo:

**a)** Una etapa inicial elástica, en la que las cargas son proporcionales a las deformaciones. Es frecuente que bajo las condiciones permanentes de servicio (excluyendo las cargas de corta duración como el viento o sismo), la estructura se encuentre en esta etapa. La carga de servicio se ha marcado en la figura como  $P_s$  y la deformación correspondiente como  $a_s$ .

**b)** Una etapa intermedia en la que la relación carga-deformación ya no es lineal, pero en que la carga va creciendo.



**c)** Una etapa plástica, en la que se producen deformaciones relativamente grandes para incrementos pequeños o nulos de las cargas. La resistencia  $P_r$ , se encuentra en esta etapa. Debido a la forma de la curva, es difícil establecer cuál es la deformación correspondiente a la resistencia.

De la ilustración se puede definir el factor de seguridad como el cociente  $P_r/P_s$ . La estructura tendrá una resistencia adecuada, si este factor es mayor que un valor predeterminado considerado como aceptable.

### El dimensionamiento de elementos de concreto reforzado

El procedimiento de dimensionamiento tradicional, basado en esfuerzos de trabajo, consiste en determinar los esfuerzos correspondientes a acciones interiores obtenidas de un análisis elástico de la estructura, bajo sus supuestas acciones de servicio. Estos esfuerzos se comparan con esfuerzos permisibles, especificados como una fracción de las resistencias del concreto y del acero. Se supone que así se logra un comportamiento satisfactorio en condiciones de servicio y un margen de seguridad razonable.

El factor de seguridad de los elementos de una estructura dimensionados por el método de esfuerzos de trabajo no es uniforme, ya que no puede medirse en todos los casos el factor de seguridad por la relación entre las resistencias de los materiales y los esfuerzos permisibles. En otras palabras, la relación entre la resistencia del material y los esfuerzos de trabajo no siempre es igual a la relación entre la resistencia del elemento y su sollicitación de servicio.

El procedimiento más comúnmente utilizado en la actualidad es el denominado método plástico, de resistencia o de resistencia última, según el cual los elementos o secciones se dimensionan para que tengan una resistencia determinada.

El procedimiento consiste en definir las acciones interiores, correspondientes a las condiciones de servicio, mediante un análisis elástico y multiplicarlas por un factor de carga, que puede ser constante o variable según los distintos elementos, para así obtener las resistencias de dimensionamiento. El factor de carga puede introducirse también incrementando las acciones exteriores y realizando después un análisis elástico de la estructura. El dimensionamiento se hace con la hipótesis de comportamiento inelástico.

### **Diseño por estados límite (Reglamento de Construcciones del Distrito Federal)**

El reglamento considera dos categorías de estados límite: los de falla y los de servicio. Los de falla corresponden al agotamiento definitivo de la capacidad de carga de la estructura o de cualquiera de sus miembros o al hecho de que la estructura, sin agotar su capacidad de carga, sufra daños irreversibles que afecten su resistencia ante nuevas aplicaciones de carga. Los estados límite de servicio tienen lugar cuando la estructura llega a estados de deformaciones, agrietamientos, vibraciones o daños que afecten su correcto funcionamiento, pero no su capacidad para soportar cargas. Para revisar los estados límite de falla, esto es, la seguridad de una estructura, se debe verificar que la resistencia de cada elemento estructural y de la estructura en su conjunto sea mayor que las acciones que actúan sobre los elementos o sobre una estructura. Esta verificación se efectúa siguiendo el procedimiento que se expone a continuación:

**a)** Primero se determinan las acciones que obran sobre la estructura, las cuales se clasifican en permanentes, como la carga muerta; variables, como la carga viva, y accidentales, como sismo y viento.

**b)** Se calculan, mediante un análisis estructural, los efectos de las acciones sobre la estructura, esto es, los valores de las fuerzas axiales y cortantes y de los momentos flexionantes y torsionantes que actúan en distintas secciones de la estructura. Estos valores se denominan acciones o fuerzas internas  $S$ .

**c)** Las fuerzas internas se multiplican por factores de carga,  $F_c$ , para obtener las llamadas fuerzas internas de diseño. Cuando se usan métodos lineales de análisis estructural, se obtiene el mismo resultado multiplicando las acciones por los factores de carga antes de hacer el análisis. Más adelante se indican los factores de carga recomendados en el Reglamento del Distrito Federal.

**d)** Se calculan las resistencias nominales,  $R$ , de cada elemento de la estructura, y se multiplican por factores reductivos,  $F_R$ , para obtener las llamadas resistencias de diseño.

**e)** Se verifica que las resistencias de diseño,  $F_R R$ , sean iguales o mayores que la fuerzas internas de diseño,  $F_c S$ . Esta verificación que constituye el criterio básico de comprobación de la seguridad de una estructura, según el Reglamento del Distrito Federal, puede ilustrarse esquemáticamente como sigue:

$$F_c S < \text{ó} = F_R R$$



Es decir, que la fuerza interna de diseño debe ser menor o igual a la resistencia de diseño. A continuación se explica con mayor detalle la forma de llevar a cabo cada una de las etapas anteriores.

**Acciones.** Se mencionó que de acuerdo con el Reglamento del Distrito Federal las acciones se clasifican en permanentes, variables y accidentales.

Para cada una de estas acciones es necesario determinar su intensidad nominal. La carga nominal máxima es aquella cuya probabilidad de ser excedida es de dos por ciento, o sea, que es un valor máximo probable de carga. Esta carga se utiliza cuando el efecto de la acción que es más desfavorable para la estructura mientras mayor sea su valor, por ejemplo, el efecto del momento flexionante sobre una viga. La carga nominal mínima es aquella cuya probabilidad de no ser alcanzada es de dos por ciento, que es un valor mínimo probable de la carga. Se utiliza cuando el efecto de la acción es más desfavorable mientras menor sea su valor, por ejemplo, el peso propio que evita el volteo de una estructura bajo la acción del viento.

**Fuerzas internas.** Las fuerzas internas,  $S$ , se determinan efectuando el análisis de la estructura sujeta a las distintas combinaciones de acciones que tengan una probabilidad no despreciable de ocurrir simultáneamente. Por ejemplo, se deberá efectuar el análisis estructural bajo carga muerta y viva, o bajo carga muerta, viva y sismo simultáneamente, para determinar cuál es la combinación más desfavorable. Los valores nominales de las cargas que se especifican en el Reglamento del Distrito Federal varían según la combinación de acciones que se considere. En las Normas Técnicas Complementarias del Reglamento del Distrito Federal (NTC) se permite que el análisis de estructuras de concreto reforzado se efectúe suponiendo que la estructura tiene un comportamiento lineal y elástico, y se permite también, bajo ciertas condiciones, utilizar análisis al límite.

**Factores de carga.** Antes se mencionó que las cargas nominales se multiplican por factores de carga antes de hacer el análisis estructural.

Dichos factores son números con los que se incrementan las cargas nominales máximas o se reducen las mínimas, de tal manera que con ellos se aumenta o se disminuye, respectivamente, la probabilidad de que las cargas sean excedidas o no sean alcanzadas. Los factores de carga toman en cuenta la posibilidad de que se presenten sobrecargas y las imprecisiones en los métodos de análisis estructural. Para considerar que la probabilidad de que varias acciones existan simultáneamente con su máxima intensidad es pequeña, generalmente se especifican factores de carga menores para acciones combinadas. Así, el Reglamento del Distrito Federal establece los siguientes factores de carga:

**a)** Para combinaciones que incluyan exclusivamente acciones permanentes y variables, el factor de carga,  $F_c$ , será de **1.4**, excepto en estructuras que soporten pisos en los que pueda haber normalmente aglomeración de personas, o en construcciones que contengan equipo sumamente valioso, en cuyo caso el factor de carga será de **1.5**.

**b)** Para combinaciones de acciones que incluyan una accidental, como viento o sismo, además de las acciones permanentes y variables, el factor de carga,  $F_c$ , será de **1.1**, excepto en estados límite de falla frágil y de volteo por acción de viento, en los que será de **1.4**.

c) Para acciones cuyo efecto sea favorable a la resistencia o estabilidad de la estructura, se tomará un factor de carga,  $F_c$ , de **0.9**. En estos casos, como ya se explicó anteriormente, se utiliza la carga nominal mínima.

**Resistencias.** Se entiende por resistencia, la magnitud de una acción, o de una combinación de acciones, que provocaría la aparición de un estado límite de falla en un elemento estructural o en una estructura. Por ejemplo, la resistencia a flexión de una viga es la magnitud del momento flexionante que provocaría su falla en flexión; su resistencia a cortante es la magnitud de la fuerza cortante que provocaría una falla de este tipo del elemento; la resistencia a flexocompresión de una columna es la magnitud del momento flexionante y de la carga axial que, combinadas, producen la falla del elemento.

Las resistencias nominales deben multiplicarse por factores reductivos de resistencia,  $F_R$ , para tomar en cuenta la naturaleza aproximada de las fórmulas utilizadas para calcular las resistencias, errores en las dimensiones de los elementos adversos debidos a procedimientos inadecuados de colocación y curado del concreto e importancia relativa de distintos tipos de miembros estructurales.

**Revisión de la seguridad.** La última etapa del procedimiento consiste en verificar que para todo estado límite de falla, la resistencia de diseño exceda a la fuerza interna actuante de diseño, o sea, que  $F_R R > \text{ó} = F_c S$ . Por ejemplo, la resistencia de diseño a flexión de una viga debe ser mayor que el momento flexionante de diseño.

Por lo que respecta a los estados límite de servicio, el Reglamento del Distrito Federal especifica calcular la magnitud de las respuestas, tales como deflexiones y vibraciones bajo la acción de las cargas nominales, sin incrementarlas o disminuirlas con factores de carga, y comparar estas magnitudes con valores especificados en el mismo reglamento.

## CARGA AXIAL

La compresión pura es lo que conocemos como “carga axial”, es decir una fuerza que se aplica a un miembro estructural exactamente en coincidencia con su centroide o eje principal. En este caso la tendencia del elemento es a encojarse hasta fallar; es decir, cuando se desquebraja en la dirección de los esfuerzos aplicados. Pero en la realidad, esto nunca sucede, por dos circunstancias. En primer lugar, porque los ejes o centriodes de la carga, y del elemento resistente nunca coinciden, en vista de que el proceso constructivo de los elementos o de montaje de éstos, se puede describir como bastante imperfecta. En segundo lugar, porque la un elemento sujeto a compresión como una columna, difícilmente esta solo, siempre esta interactuando con otros elementos constructivos, que al funcionar como sistema, le transmiten esfuerzos de flexión. El simple hecho de que los ejes de carga no coincidan, produce necesariamente un momento de volteo, que provoca lo que conocemos como pandeo. Aunque éste último no únicamente depende de las excentricidades de la carga respecto al elemento resistente, sino también respecto a la relación de esbeltez del miembro. Es decir, entre mayor sea el largo del elemento respecto a su ancho, mayor es la posibilidad de que este elemento sufra pandeo, o lo que conocemos como pandeo local.

## Notación

**$A_g$  ( $\text{cm}^2$ ):** área total de la sección

**Ac (cm<sup>2</sup>):** área del núcleo de concreto confinado por el refuerzo helicoidal.

**f'c (kg/cm<sup>2</sup>):** resistencia del concreto

**fy (kg/cm<sup>2</sup>):** esfuerzo de fluencia del concreto (4200 más común en México)

**As (cm<sup>2</sup>):** área de acero del refuerzo longitudinal

**Ps (adimensional):** cuantía volumétrica del refuerzo helicoidal

**Ae (cm<sup>2</sup>):** área del alambre helicoidal

**s (cm):** paso

**d (cm):** diámetro del elemento

**dn (cm):** diámetro del núcleo

### Fórmulas

#### 1. Concreto simple

$$M_u = \frac{w \cdot l^2}{12}$$

#### 2. Concreto con refuerzo longitudinal y recubrimiento

$$\omega = \frac{M_u}{F_r \cdot b \cdot d^2 \cdot f''c}$$

**En donde:** 0.85 es el factor de esbeltez para columnas rectangulares o helicoidales. Es decir, es la posibilidad de que la columna se pandee y falle antes de alcanzar su resistencia máxima. Esta posibilidad es del 15%, por esta razón todas la ecuaciones se multiplican por 0.85. En el caso de columnas rectangulares, el refuerzo transversal (estribos) no se considera dentro de la resistencia de los elementos, ya que no alcanzan a confinar el núcleo de concreto de la columna; lo cual no sucede así con las helicoidales, en estas, la helice si llega o confinar el centro de la columna y aumenta bastante su resistencia.

#### 3. Concreto simple con refuerzo helicoidal, sin recubrimiento

$$p = \frac{\omega \cdot f''c}{f_y}$$

En donde:

$$p_{min} = \frac{0.7 \cdot \sqrt{f'c}}{f_y}$$

4. Concreto con refuerzo longitudinal y helicoidal, con recubrimiento. (Se elige el menor de los resultados de las siguientes ecuaciones)

$$As = p_{\min} \cdot b \cdot d \quad \text{Primer máximo}$$

$$As_{\text{contr}} = \frac{45000 \cdot k}{f_y \cdot (k + 100)} \quad \text{Segundo máximo}$$

Para las columnas helicoidales se debe verificar que el refuerzo helicoidal, este lo suficientemente ancho y separado entre sí para funcionar confinando el núcleo de concreto. Esto se verifica verificándose que la relación de refuerzo helicoidal (**Ps**) no sea menor que los resultados de las dos siguientes ecuaciones:

$$s_{As_{\text{contr}}} = \frac{100 \cdot A_v}{As_{\text{contr}}}$$

En caso de que Ps sea mayor que cualquiera de los resultados de las anteriores ecuaciones se debe aumentar el diámetro del acero utilizado para la hélice, disminuir la separación de la hélice (**s**), o ambas, hasta que se cumpla con la regla.

Ejemplo 1.

Calcular la resistencia de una columna de 30 x 40 cm y refuerzo longitudinal de 6 barras del # 8, f'c= 300 kg/cm<sup>2</sup>.

#### Datos

$$f'c=300 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_y=4200 \text{ kg/cm}^2$$

$$As=30.42 \text{ cm}^2 \text{ (1 varilla \#8 tiene un área de } 5.07 \times 6 = 30.42)$$

$$Ag=1200 \text{ cm}^2 \text{ (lado por lado= } 30 \times 40 \text{ cm)}$$

#### Constantes

Como f'c > 250 se utilizan las siguientes ecuaciones:

$$\omega = \frac{Mu}{Fr \cdot b \cdot d^2 \cdot f'c} = 240 \text{ kg/cm}^2$$

$$p = \frac{\omega \cdot f'c}{f_y} = 205 \text{ kg/cm}^2$$

#### Cálculo de la resistencia

$$p_{min} = \frac{0.7 \cdot \sqrt{f'c}}{f_y}$$

$$P_o = 317,699 \text{ kg}$$

### Ejemplo 2

Calcular la resistencia de una columna con refuerzo helicoidal de 30 cm de diámetro interior y 35 cm de diámetro exterior; el refuerzo longitudinal es de 6 varillas del # 8, la hélice es del número 3, y el paso es de 5 cm. El concreto es de  $f'c = 250 \text{ kg/cm}^2$ .

#### Datos

$$f'c = 250 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

$$A_s = 30.42 \text{ cm}^2$$

$$d = 35 \text{ cm}$$

$$d_n = 30 \text{ cm}$$

$$s = 5 \text{ cm}$$

**Constantes (como  $f'c < 250$  se utilizan las siguientes ecuaciones)**

$$A_s = p_{min} \cdot b \cdot d = 200 \text{ kg/cm}^2$$

$$s = \frac{100 \cdot A_v}{A_s} = 170 \text{ kg/cm}^2$$

$$A_{s_{contr}} = \frac{45000 \cdot h}{f_y \cdot (h + 100)} = 962.13 \text{ cm}^2$$

$$s_{A_{s_{contr}}} = \frac{100 \cdot A_v}{A_{s_{contr}}} = 706.85 \text{ cm}^2$$

$$P_s = \frac{4 \cdot A_c}{s \cdot d} = 0.019$$

#### Revisión de la sección helicoidal

$$0.45 \cdot \left( \frac{A_g}{A_c} - 1 \right) \cdot \frac{f'c}{f_y} = 0.01 < 0.019$$

$$0.12 \cdot \frac{f'c}{f_y} = 0.007 < 0.01$$

$P_s > 0.01$  y  $0.007$  Por tanto sí cumple la condición

### Cálculo de la resistencia

a) Primer máximo

$$d = \frac{Perimetro}{300}$$

$$P_o = 265,024.89 \text{ kg}$$

b) Segundo máximo

$$d = \frac{Perimetro \cdot (0.034 \cdot \sqrt{f_s \cdot w})}{300}$$

$$P_o = 340,953 \text{ kg}$$

Se considera el menor  **$P_o = 265,024.89 \text{ kg}$**

### Ejercicios

a) Calcular la resistencia de una columna de concreto de  $40 \times 40 \text{ cm}$ , armada con refuerzo longitudinal de 8 varillas del # 8.  $f'_c = 250 \text{ kg/cm}^2$ .

b) Calcular la resistencia de una columna con refuerzo helicoidal, de  $40 \text{ cm}$  de diámetro interior y  $45 \text{ cm}$  de diámetro exterior. El refuerzo longitudinal es de 8 varillas del # 6, la hélice es del # 3 y el paso es de  $5 \text{ cm}$ .  $f'_c = 270 \text{ kg/cm}^2$ .

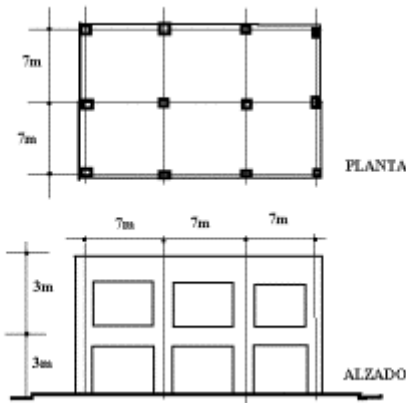
c) Calcular el número de pilotes y sus características, que necesita una cimentación para un edificio determinado. Se sabe que la planta consta de 25 columnas que cargan 750 toneladas cada una. En la base del edificio además, se tiene contemplado un piso de estacionamiento en sótano que substituye en 50% el peso total del edificio, al resistencia del terreno es de  $3 \text{ ton/m}^2$  y el área total de la planta es de  $400 \text{ m}^2$ .

d) Un cliente determinado quiere construir un 2o nivel adicional, igual a los demás, en su edificio de dos plantas; determinar:

**a)** las dimensiones de las columnas para el nuevo nivel.

**b)** si las columnas de los niveles existentes soportarán al nuevo nivel dentro de la seguridad.

### Datos:



### Datos estructurales del edificio

- 1.** Las columnas de la planta baja son de concreto reforzado de 50 x 50 cm, armadas con refuerzo longitudinal de 8 varillas del # 8.
- 2.** Las columnas del 1er nivel son de concreto reforzado de 45 x 45 cm, armadas con 6 varillas del # 8.
- 3.** Las losas de entrepiso y azotea son macizas de 10 cm de espesor.
- 4.** Todas las trabes de entrepiso y azotea son de concreto reforzado de 30 cm. de base por 50 cm de altura.
- 5.** Los acabados de entrepiso son de mármol de 2.5 cm de espesor.
- 6.** No existen muros de tabique en el edificio y según pruebas de laboratorio se encontró que la resistencia del concreto utilizado en todo el edificio fue de  $250 \text{ kg/cm}^2$

e) Un cliente quiere construir un proyecto de un edificio de cinco niveles, y tiene tres terrenos en la ciudad de México en donde se puede construir. Uno se encuentra en una zona de lomerío, otro de transición, y otro en zona del lago. Las resistencias de los terrenos son las siguientes:

$$\text{lomerío} = 24 \text{ ton/m}^2$$

$$\text{transición} = 8 \text{ ton/m}^2$$

$$\text{lago} = 3 \text{ ton/m}^2$$

Y se requiere diseñar la cimentación para los tres casos. Las características del edificio son las siguientes:

- q Las crujiás en ambos sentidos son de 10 mts a ejes y tiene 5 ejes por lado.
  - Todas las columnas son de 50 x 50 cm en todos los niveles
  - Las trabes entre columnas son de 70 x 40 cm.

- Todos los entrepisos son de losa maciza de 15 cm de espesor.
  - La azotea es de techos inclinados a dos aguas.
  - La altura de cada entrepiso es de 5mts.
- Los acabados de los entrepisos son de mármol de 3 cm y una capa de mortero de 2.5 cm.

## **TENSIÓN**

### **Notación**

**Ft (kg):** resistencia del concreto a la tensión

**f'c (kg/cm²):** resistencia del concreto

**Ag (cm²):** área total de la sección

**As (cm²):** área de acero

**fy (kg/cm²):** esfuerzo de fluencia del acero

**Fras:** factor de reducción para el acero en tensión (0.90)

### **Fórmulas**

#### **1. Concreto simple**

$$P_b = \frac{f'_c}{f_y} \cdot \frac{4800}{f_y + 6000}$$

#### **2. Concreto reforzado**

$$P = 0.5 \cdot P_b$$

Como se puede observar, la resistencia del concreto a la tensión es casi nula, por las propiedades mecánicas del material, sobre todo su alta fragilidad. En el concreto reforzado, la resistencia a la tensión la absorbe mayoritariamente el acero, pero aún así el concreto contribuye con un porcentaje, bajo, pero ayuda. Por esta razón se recomienda que se diseñen los elementos sujetos a tensión de tal que el acero soporte todo el peso, y el concreto pueda ser utilizado como recubrimiento ante la corrosión y el fuego.

### **Ejemplo**

Calcular la resistencia a tensión de una sección de concreto reforzado de 30 x 30 cm y refuerzo longitudinal de 8 barras del #8, f'c=250 kg/cm².

*Datos*

$$f'_c = 250 \text{ kg/cm}^2$$



$$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

$$A_g = 900 \text{ cm}^2 \text{ (es igual a } 30 \times 30 \text{ cm de lado)}$$

$$A_s = 40.56 \text{ cm}^2$$

$$F_r = 0.90$$

### Cálculo de la resistencia

$$K = \frac{M_n}{b \cdot d^2}$$

$$F_t = 174,646.8 \text{ kg}$$

### Problemas

- Calcular la resistencia a tensión de una sección de concreto reforzado de 40 x 30 cm., y un refuerzo longitudinal de 8 varillas del #6,  $f'_c = 300 \text{ kg/cm}^2$ .
- Calcular la resistencia a tensión de una sección de concreto reforzado de 40 x 40 cm. y refuerzo longitudinal de 10 barras del # 8. Se sabe que por el interior de la sección se aloja un albañal de FoFo de 10 cm de diámetro.  $f'_c = 250 \text{ kg/cm}^2$ .

### FLEXIÓN SIMPLE

#### Notación

**$f'_c$  (kg/cm<sup>2</sup>):** resistencia del concreto

**$f_y$  (kg/cm<sup>2</sup>):** esfuerzo de fluencia del acero

**$M_n$  (kg-m ó kg-cm):** momento nominal

**$M_r$  (kg-m ó kg-cm):** momento resistente

**$b$  (cm):** base de la sección

**$d$  (cm):** peralte efectivo de la sección

**$q$  (adimensional):** índice del refuerzo

**$p$  (adimensional):** cuantía de acero

**$A_s$  (cm<sup>2</sup>):** área de acero

**$F_r$  (adimensional):** factor de reducción de resistencia

#### Fórmulas

#### 1. Momento nominal

$$d = \sqrt{\frac{Mu}{K \cdot b}}$$

En donde:

$$h = d + r$$

$$\frac{Mu}{b \cdot d^2}$$

## 2. Momento resistente

$$As = p \cdot b \cdot d$$

*Ejemplo 1*

Determinar la resistencia a flexión de una sección rectangular de 30 cm de base, 65 cm de altura y 5 cm de recubrimiento; armada con tres varillas del # 8 y  $f'c = 200$  kg/cm<sup>2</sup>.

### Datos

$$f'c = 200 \text{ kg/cm}^2$$

$$fy = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

$$As = 15 \text{ cm}^2$$

$$b = 30 \text{ cm}$$

$$h = 65 \text{ cm}$$

$$d = 60 \text{ cm (altura total - recubrimiento)}$$

### Constantes

$$V_{cr} = Fr \cdot b \cdot d \cdot [0.2 + (30 \cdot p)] \cdot \sqrt{f'c} = 160 \text{ kg/cm}^2$$

$$s = \frac{Av \cdot fy \cdot d}{V_c - V_{cr}} = 136 \text{ kg/cm}^2$$

### 1. Cálculo del momento nominal

$$Mn = b \cdot d^2 \cdot f'c \cdot q \cdot (1 - 0.5q)$$

En donde:

$$p = \frac{As}{b \cdot d} = 0.00833$$

$$I_1 = \frac{b \cdot h^3}{12} = 0.257$$

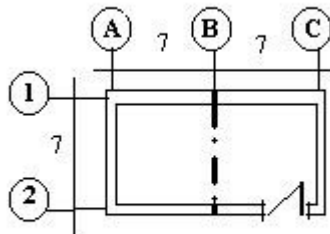
$$M_n = 3,290,000 \text{ kg-cm}$$

## 2. Cálculo de momento resistente

$$I_2 = \frac{b \cdot h^3}{12} = \underline{\underline{2,961,000 \text{ kg-cm}}}$$

### Problemas

- Calcular el momento resistente a flexión de una sección rectangular de 40 cm de base y 55 cm de altura, 2.5 cm de recubrimiento; armada con 6 varillas del # 6.  $f'_c = 250 \text{ kg/cm}^2$ .
- Calcular el momento resistente a flexión de una sección rectangular de 30 cm de base 60 cm de altura, 3 cm de recubrimiento, armada con 4 varillas del # 8.  $f'_c = 300 \text{ kg/cm}^2$ .
- Un cliente quiere acondicionar una recámara de su casa habitación como consultorio dental; y quiere saber si la trabe intermedia de ese entrepiso soportará el sillón dental.



La losa es maciza de 10 cm de espesor y tiene un acabado de mármol de 3 cm. Se sabe por los planos estructurales que la trabe tiene 40 cm de base, 65 cm de altura, y 5 cm de recubrimiento, el armado es de 6 varillas del # 4. El equipo dental que soportará la trabe significa un peso adicional de 3 toneladas. La trabe es libremente apoyada.

CORTANTE

### Notación

$f'_c \text{ (kg/cm}^2\text{)}$ : resistencia del concreto

$f_y \text{ (kg/cm}^2\text{)}$ : esfuerzo de fluencia del acero

**b (cm):** base de la sección

**d (cm):** peralte efectivo de la sección

**p (adimensional):** cuantía de acero

**As (cm<sup>2</sup>):** área de acero

**Fr (adimensional):** factor de reducción de la resistencia (0.80)

**Vc (kg):** resistencia nominal a cortante del concreto

**Vcr (kg):** resistencia de diseño a cortante del concreto

**Vsr (kg):** resistencia de diseño a cortante del acero

**Vcsr (kg):** resistencia total de diseño (concreto y acero)

**s (cm):** separación entre estribos

### Fórmulas

#### 1. Contribución del concreto

$$\text{si } p < 0.01 \quad r_2 = \frac{4 \cdot I}{l}$$

$$\text{si } p > \text{ ó } = 0.01 \quad Me_1 = \frac{w \cdot l^2}{12}$$

En donde

$$Me_2 = \frac{w \cdot l^2}{12}$$

$$Fr = 0.8$$

#### 2. Contribución del acero

$$Fd_1 = \frac{r_1}{\sum r}$$

#### 3. Resistencia de diseño

$$Fd_2 = \frac{r_2}{\sum r}$$

En donde Fr= 0.85

### **Ejemplo**

Calcular la resistencia de diseño a fuerza cortante de una viga libremente apoyada. La sección es de 30 x 50 cm, el armado es de 4 barras del # 6, los estribos son del # 2, separados a 10 cm.  $f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2$ .

#### **Datos**

$$f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

$$b = 30 \text{ cm}$$

$$d = 50 \text{ cm}$$

$$A_s = 11.40 \text{ cm}^2 \text{ (una varilla del \# 6 = } 2.85 \text{ cm}^2 \times 4 \text{)}$$

$$A_v = 0.32 \text{ cm}^2$$

$$s = 10 \text{ cm}$$

#### **Constantes**

$$V_{a1} = \frac{w \cdot l \cdot r}{l} = 168 \text{ kg/cm}^2$$

$$V_{a2} = \frac{w \cdot l \cdot r}{l} = 0.0076$$

#### *1. Cálculo de la contribución del concreto*

como  $p < 0.001$  utilizamos:

$$V_{kip1} = \frac{Mf}{l}$$

$$V_{cr} = 6,774.45 \text{ kg}$$

#### *2. Cálculo de la contribución del acero*

$$V_{kip1-2} = \frac{Mf}{l}$$

$$V_{sr} = 5,376 \text{ kg}$$

#### *3. Cálculo de la resistencia*

$$V_{kip2} = \frac{Mf}{l}$$

$$\mathbf{V_{csr} = 10,327.88 \text{ kg}}$$

## Problemas

- a) Calcular la resistencia de diseño a fuerza cortante de una viga libremente apoyada. La sección es de 40 x 60 cm, el armado es de 6 varillas del # 8, el recubrimiento es de 2.5 cm, los estribos son del # 2.5 separados a cada 7 cm.  $f'c = 250 \text{ kg/cm}^2$ .
- b) Calcular la resistencia de diseño a fuerza cortante de una viga libremente apoyada. La sección es de 35 x 55 cm; el armado es de 8 varillas del # 5, los estribos son del # 2.5 separados a cada 9 cm.  $f'c = 210 \text{ kg/cm}^2$ .
- c) Un cliente determinado construyó una serie de vigas en cantiliber para soportar un tapanco en un local comercial y quiere saber si las vigas soportarán el esfuerzo cortante al que están sometidos; se sabe que el peso que soportaran las trabes es de 3 ton/ml, más su peso propio. Las trabes tienen una longitud de 3 mts, la sección es de 30 x 60 cm. El refuerzo longitudinal es de 6 varillas del # 8, el recubrimiento es de 2.5 cm, los estribos son del # 3, colocados a cada 5 cm.  $f'c = 250 \text{ kg/cm}^2$ .

## DISEÑO POR VIENTO (techos inclinados)

### Notación

**Cd:** factor de forma (-1.75)

**K:** factor correctivo (1.20)

**V (km/h):** velocidad del viento

**p (kg/m<sup>2</sup>):** presión del viento

**Vd (km/h):** velocidad de diseño

### Fórmulas

$$A_1 = \frac{b \cdot h}{2}$$

$$A_2 = \frac{b \cdot h}{2}$$

## CIMENTACIONES SUPERFICIALES (mampostería)

Notación:

**w (kg/m):** carga lineal sobre el cimiento

**fr (kg/cm<sup>2</sup>):** capacidad de carga del terreno

**k (kg/cm<sup>2</sup>):** esfuerzo unitario del mortero (1.0)

**c (cm):** corona del cimiento

**b (cm):** base del cimiento

**v (cm):** vuelo del cimientto

**p (cm):** profundidad del cimientto

### **Fórmulas**

#### **1. Determinación de la base**

$$\frac{l}{r} \leq 100$$

#### **2. Determinación del vuelo**

$$e_a = 0.05 \cdot h \leq 2cm$$

#### **3. Profundidad del cimientto**

$$P_c = \frac{Fr \cdot \pi^2 \cdot (0.4 \cdot E \cdot I)}{l^2}$$

**Nota:** El cimientto mínimo de mampostería deberá ser de las siguientes dimensiones:

Base: 50 cm

Altura: 50 cm

Corona: 30 cm

### **Ejemplo**

Calcular las dimensiones de un cimientto de mampostería para una carga lineal de 1500 kg/m y una resistencia del terreno de 0.3 kg/cm<sup>2</sup>.

### **Datos**

w= 1500 kg/m

fr= 0.3 kg/cm<sup>2</sup>

k= 1.0 kg/cm<sup>2</sup>

c= 30 cm

#### **1. Determinación de la base**

$$E = 12,000 \cdot \sqrt{f'c}$$

$$I = \frac{b \cdot h^3}{12}$$

$$b = 50 \text{ cm}$$

## 2. Determinación del vuelo

$$As = p \cdot b \cdot d$$

$$v = 10 \text{ cm}$$

## 3. Determinación de la profundidad ad

$$48 \cdot de$$

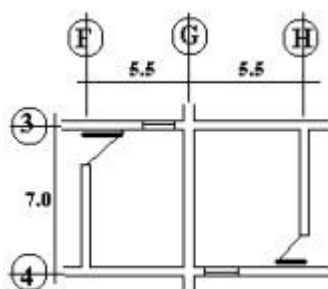
$$\frac{850 \cdot db}{\sqrt{f'v}} \cdot f'c = 0.8 \cdot f'c$$

$$b$$

$p = 9.48 \text{ cm}$ . En este caso por ser la profundidad del cimiento menor que 50 cm se tomara el valor de este mínimo.

## Problemas

- Calcular las dimensiones de un cimiento de mampostería, para una carga lineal de 3,000 kg/ml, con una reacción del terreno de 0.4 kg/cm<sup>2</sup>.
- Calcular las dimensiones de un cimiento de mampostería, para una carga lineal de 3,750 kg/ml, y una reacción del terreno de 0.5 kg/cm<sup>2</sup>.
- Calcular las dimensiones de un cimiento de mampostería, para una carga lineal de 2,000 kg/ml, con una reacción del terreno de 0.8 kg/cm<sup>2</sup>.
- Se requiere conocer las dimensiones para un cimiento en una casa habitación.



Se sabe que el muro más castigado es el que está en el eje G entre 3 y 4. La casa habitación es de 2 niveles y la altura a lecho bajo en los dos casos es de 2.5 mts. Las losas son macizas de 10 cm de espesor y los muros son de TRR 7-14-28. La resistencia del terreno es de 0.3 kg/cm<sup>2</sup>

## CIMENTOS DE CONCRETO

En determinados tipos de construcciones, es factible la construcción de cimientos de concreto (sin refuerzo), o de concreto ciclópeo, esto, en términos generales se



puede realizar cuando la resistencia del terreno es buena (lomerío) y las cargas son bajas (edificios de pocos niveles), en estos casos el cimiento sirve más como anclaje de la estructura en el terreno, que como medio de transmisión de cargas. En estos casos lo que rige el diseño es la fuerza cortante que transmite la estructura dentro del cimiento, para que el cimiento no falle por cortante, debe tener la profundidad (peralte) suficiente para desarrollar este esfuerzo, y la forma para absorber la línea de esfuerzos cortantes (45°); por lo cual su forma debe ser cuadrada o rectangular, por lo que es necesario dimensionar la base y la profundidad con las siguientes ecuaciones:

$$\frac{l}{b}$$

En donde:

B= base del cimiento

H= profundidad del cimiento

P= peso sobre la cimentación por metro lineal

Rt= resistencia del terreno

b= ancho del muro

### **CIMENTACIÓN (Zapatas)**

#### **Notación**

**f'c (kg/cm²):** resistencia del concreto

**fy (kg/cm²):** esfuerzo de fluencia del acero

**P (ton):** carga total sobre la zapata

**qa (ton/m²):** capacidad de carga del terreno

**Af (m²):** área efectiva de la zapata

**c (cm):** distancia del borde de la columna o muro al de la zapata

**d (cm):** peralte efectivo

**h (cm):** altura de la sección

**r (cm):** recubrimiento del refuerzo

**As (cm²):** área de acero

**l (mts):** lado de la zapata

**lc (cm):** lado de la columna

## Fórmulas

### 1. Área efectiva

$$e_a = 0.05 \cdot h$$

$$I = \frac{b \cdot h^3}{12} \text{ zapata aislada}$$

En caso de que la zapata sea corrida, el lado de la zapata (l) será igual al Área efectiva (Af), ya que el peso es dado por metro lineal, que multiplicado por Af es igual al área necesaria. Es decir:

$$E = 12,000 \cdot \sqrt{f'c} \text{ zapata corrida}$$

$$P_c = \frac{Fr \cdot \pi^2 \cdot (0.4 \cdot E \cdot I)}{l^2}$$

### 2. Peralte efectivo

$$As = p \cdot b \cdot d$$

$$48 \cdot de$$

el recubrimiento para zapatas deberá ser de 3 cm si la zapata se encuentra apoyada sobre una plantilla de concreto pobre, y de 7 cm si está sobre el terreno.

### 3. Refuerzo

$$\frac{850 \cdot db}{\sqrt{f'c}}$$

**Nota:** Las contratraves o traves de liga entre zapatas aisladas o corridas se deben dimensionar de acuerdo con la siguiente relación:

$$b$$

En donde:

h= peralte de la contratrabe

b= base de la contratrabe (se propone)

### Ejemplo

Calcular las dimensiones que requiere una zapata aislada para una columna que carga 21.19 ton. La resistencia del terreno es de 12 ton/m<sup>2</sup>. La columna es de 40 x 40 cm.

### **Datos**

$$P = 21.19 \text{ ton}$$

$$q_a = 12 \text{ ton/m}^2$$

$$l_c = 0.40 \text{ mts}$$

#### *1. Area efectiva de la zapata*

$$A_f = \frac{P}{q_a} = 1.76 \text{ m}^2$$

$$l = \sqrt{A_f} = 1.32 \text{ m}^2$$

$$c = \frac{(\sqrt{A_f}) - l_c}{2} = 0.46 \text{ mts}$$

#### *2. Peralte efectivo*

$$d = 8.3 \cdot \sqrt{\frac{P \cdot c^2}{A_f}} = 13.35 \text{ cm}$$

$$h = d + r = 20.35$$

#### *3. Cálculo del refuerzo*

$$A_s = 0.184 \cdot h = 3.74 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Se utilizarán varillas del # 3,  $A_v = 0.71 \text{ cm}^2$

$$s = \frac{100 \cdot A_v}{A_s} = 19.18 \text{ cm}$$

Se proponen varillas del # 3 @ 19 cm.

### **Problemas**

a) Calcular las dimensiones que requiere una zapata aislada para una columna que carga 50 ton. La resistencia del terreno es de 5 ton/m<sup>2</sup>, y la columna es de 30x 40 cm.

b) Calcular las dimensiones que requiere una zapata aislada para una columna que carga 37 ton. La resistencia del terreno es de 3.5 ton/m<sup>2</sup> y la columna es de 40 x 40 cm.

c) Calcular las dimensiones que requiere una zapata corrida, para un muro que tiene una carga lineal de 2.5 ton/m. La contratrabe es de 20 cm de base y 50 cm de peralte.

## **CIMENTACIONES PROFUNDAS**

### **SUBSTITUCIÓN**

La cimentación por substitución parte de un principio muy sencillo: substituir el peso del edificio por peso en tierra. Esto significa que debe ser escarbado un volumen de tierra, y construido unos cajones que mantengan ese volumen, lo suficientemente grande o profundo para sacar en peso de tierra el peso del edificio. Esta condición es lo que conocemos como substitución total o del 100% del edificio. Pero al menos en la ciudad de México, o terrenos similares, la práctica ha enseñado que esto no es conveniente por los asentamientos diferenciales que se pueden presentar en el edificio, por lo cual, es conveniente realizar sub-substitución, y recargar el resto del peso en pilotes, en la losa de los cajones, o en ambos, lo que conocemos como una cimentación mixta. Además así se evita la sobre-substitución, que provoca que, al sacar más tierra en peso, el edificio tienda a salirse, lo cual se traduce en asentamientos diferenciales que causan daños significativos a la estructura.

En términos generales podemos encontrar el peralte o altura de la substitución, para ser lograda al 100%, con la siguiente ecuación:

$$h = \frac{Pe}{Ae \cdot Pt}$$

En donde:

Pe= peso total del edificio

Ae= área total del edificio (en la planta baja)

Pt= peso del metro cúbico de tierra (1.5 ton para la ciudad de México)

h= altura de la cimentación substituida

Con base en este resultado, podemos fácilmente sub-substituir nuestra cimentación, reduciendo un determinado porcentaje a la altura de la cimentación, que en términos de peso tendrá que ser absorbido por otros medios.

### **PILAS**

Las pilas al ser más anchas que las columnas a las cuales corresponden, transmiten sin menor problema axialmente el peso hasta el estrato rocoso-resistente. Por lo cual revisar si su sección soporta el peso al cual estará sometido es una pérdida de tiempo. Pero es necesario verificar, que sí tenga el diámetro necesario para resistir la flexocompresión y los momentos de pandeo local, provocados por los enormes momentos de inercia a que están sometidas las plantas bajas de los edificios en los sismos, y que provocan un movimiento diferencial entre la estructura y subestructura del edificio. La revisión de este diámetro se puede realizar con la siguiente ecuación:

$$\phi = 2 \cdot \sqrt{\frac{1,000 \cdot \sum_{i=1}^n AT_i}{0.3 \cdot \pi \cdot f'_c}}$$

En donde:

$\phi$  = diámetro del fuste en cm

$AT_i$  = área tributaria por piso

$n$  = número de pisos

Posteriormente, es necesario que la campana de la pila sea capaz de transmitir los esfuerzos a la capa rocosa resistente, así como anclar la pila a ésta. Esto se puede fácilmente determinar con la ecuación:

$$D = 200 \cdot \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n AT_i}{\pi \cdot Q}}$$

En donde:

$D$  = diámetro de la campana en cm

$Q$  = capacidad de carga del terreno (ton/m<sup>2</sup>)

### PILOTES

Al contrario que las pilas, los pilotes al ser elementos mucho más delgados y esbeltos, si tiene que ser revisada su capacidad de carga axial, lo cual se puede realizar con la ecuación de resistencia a compresión antes vista:

$$P_o = 0.85 \cdot (A_g \cdot f'_c + A_s \cdot f_y)$$

Además, debe de ser revisado el diámetro propuesto para el pilote, por los esfuerzos de flexocompresión provocados por los momentos de inercia sísmicos en la base del edificio con las siguientes ecuaciones:

$$\phi = \frac{110 \cdot A}{(2 \cdot n) \cdot \pi \cdot L} \quad \text{para pilotes de fricción}$$

$$\phi = 2 \cdot \sqrt{\frac{1,100 \cdot A}{0.3 \cdot \pi \cdot n \cdot f'_c}} \quad \text{para pilotes de punta}$$

En donde:

$\phi$  = diámetro del pilote en cm

$A$  = área construida en m<sup>2</sup>

$n$  = número de pilotes en toda la cimentación

$L$  = longitud del pilote sin incluir la punta, en mts.

## **LOSAS (una dirección)**

### **Introducción.**

En términos estructurales, existen dos tipos de losas: perimetralmente apoyadas y planas. Las primeras son las que están forzosamente apoyadas en todo su perímetro sobre sus apoyos (muros y/o vigas), y las segundas son las que se apoyan únicamente sobre columnas. A partir de las experiencias de los sismos de 1985, el uso de losas planas se ha casi eliminado ya que la mayor parte de los edificios que utilizaron este sistema de losas, fallaron o quedaron seriamente dañados durante el siniestro. Esto debido al enorme esfuerzo de punzonamiento (cortante) que ejerce la columna en la losa; a que los apoyos (columnas) no tienen ninguna restricción al giro y no se forman marcos rígidos en la estructura. Por lo cual en este libro realizaremos el análisis y cálculo de losas perimetralmente apoyadas. En este caso las losas perimetrales que trabajan en una dirección.

Las losas son elementos estructurales cuyas dimensiones en planta son relativamente grandes en comparación con su peralte. Las losas que funcionan en una dirección, son aquellas que trabajan únicamente en la dirección perpendicular a los apoyos, esto sucede cuando en una losa perimetralmente apoyada existe un lado que es dos veces o más de dos veces grande que el otro lado. Esto se define como la relación claro corto ( $L_c$ )-claro largo ( $L_l$ ), para lo cual:

Si  $L_l/L_c > 2$  = losa en una dirección

Si  $L_l/L_c < 2$  = losa en dos direcciones

El diseño de losas es por consiguiente, similar de las vigas, con algunas características que se señalan a continuación. Se recomienda iniciar el diseño fijando un valor del peralte que garantice que no ocurran deflexiones excesivas, ya que esto es el factor que suele regir en el diseño para ello puede usarse la tabla 1 tomada del Reglamento ACI 318-83, y aprobada por las Normas Técnicas Complementarias (NTC) del DDF.

**Tabla 1**

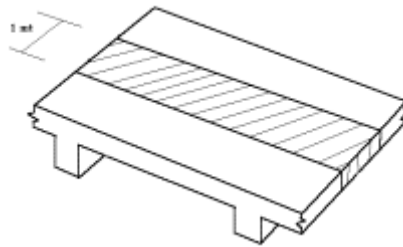
| <b>Elemento</b>               | <b>Libremente apoyada</b> | <b>Un extremo continuo</b> | <b>Ambos extremos continuos</b> | <b>Voladizo</b> |
|-------------------------------|---------------------------|----------------------------|---------------------------------|-----------------|
| <b>Losas Macizas</b>          | $L/20$                    | $L/24$                     | $L/28$                          | $L/10$          |
| <b>Vigas y losas nervadas</b> | $L/16$                    | $L/18.5$                   | $L/21$                          | $L/8$           |

Una vez determinado el espesor total de la losa, se calcula el peralte efectivo restando el recubrimiento del espesor. El ACI recomienda un recubrimiento libre de

2 cm para losas no expuestas a la intemperie o no coladas contra el suelo, como las zapatas de cimentación. Para este mismo caso las NTC recomiendan 1 cm o el diámetro de la barra, el valor que sea mayor.

El cálculo de los momentos flexionantes y de las fuerzas cortantes puede realizarse después, considerando que la losa es una viga continua de un metro de ancho con carga uniforme (ver ilustración). Puede usarse cualquier método de análisis elástico o bien los coeficientes de momentos que se presentan en los manuales de diseño.

Las NTC especifican, al igual que para vigas, que el claro se cuente a partir del centro de los apoyos, excepto cuando el ancho de éstos es mayor que el peralte efectivo; en este caso, el claro se cuenta a partir de la sección que se ubica a medio peralte efectivo del paño interior de los apoyos.



Ya habiendo determinado el peralte efectivo,  $d$ , y los momentos flexionantes, se calcula el refuerzo necesario con las ecuaciones de flexión de vigas, con las gráficas correspondientes. El refuerzo obtenido se coloca en dirección paralela a las franjas, o sea, en la dirección del claro considerado. En dirección perpendicular es necesario colocar también refuerzo para resistir los esfuerzos producidos por contracción del concreto y por cambios de temperatura, y por falta de uniformidad de la carga. Tanto el refuerzo por flexión como el de contracción y cambios de temperatura, deben satisfacer ciertos requisitos de cuantía y separación que se mencionan a continuación.

Las NTC especifican que el refuerzo por flexión sea el mínimo para vigas o sea:

$$A_{s_{\min}} = \{(0.7 \sqrt{f'c})/f_y\}bd$$

El ancho  $b$  se considera de 100 cm y el área obtenida de esta manera es la necesaria para una franja de un metro de ancho. La separación del refuerzo no debe ser superior a la especificada para el refuerzo por contracción y temperatura. Para este refuerzo las NTC recomiendan la misma área mínima que para otros elementos estructurales que tengan una dimensión mínima de 1.50 m. la ecuación correspondiente para una franja de un metro de ancho es la siguiente:

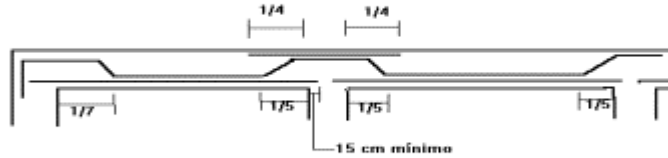
$$A_{s_{\text{contr}}} = \{45000 h/f_y (h + 100)\}$$

donde  $h$  es el espesor de la losa.

La NTC permiten calcular el refuerzo por contracción y temperaturas en forma simplificada usando una relación de refuerzo  $p$ , de 0.002 para losas no expuestas a la intemperie y de 0.004 para el caso de que sí lo estén. En el dimensionamiento de losas es frecuente calcular primero el área de acero por metro de ancho de losa, después elegir el diámetro de la barra, y, por último, calcular la separación entre barras. Este último cálculo puede hacerse en forma rápida con la siguiente ecuación:

$$s = 100 Ab/As$$

donde  $s$  es la separación entre barras;  $Ab$ , el área de cada barra, y  $As$ , el área por metro de ancho de losa. En la siguiente ilustración se muestran algunas recomendaciones típicas para la colocación del refuerzo por flexión.



### Notación

**$f'c$  (kg/cm<sup>2</sup>):** resistencia del concreto

**$f_y$  (kg/cm<sup>2</sup>):** esfuerzo de fluencia del acero

**$w$  (kg/m<sup>2</sup>):** carga total sobre la losa

**$d$  (cm):** peralte efectivo

**$h$  (cm):** altura total de la sección

**$r$  (cm):** recubrimiento del refuerzo

**$M^-$  (kg-m):** momento negativo

**$M^+$  (kg-m):** momento positivo

**$l$  (cm):** largo de la sección

**$Fr$  (adimensional):** factor de reducción (0.9)

**$\omega$  (adimensional):** constante

**$p$  (adimensional):** cuantía de acero

**$p_{min}$  (adimensional):** cuantía mínima de acero

**$As$  (cm<sup>2</sup>):** área de acero

**$As_{min}$  (cm<sup>2</sup>):** área mínima de acero

**$s$  (cm):** separación del refuerzo



**As<sub>contr</sub> (cm<sup>2</sup>):** área de acero por contracción

**s<sub>contr</sub> (cm):** separación del refuerzo por contracción

### **Fórmulas**

#### **1. Cálculo del espesor**

$$h = \frac{l}{20} \text{ si es libremente apoyada}$$

$$h = \frac{l}{24} \text{ si tiene un extremo continuo}$$

$$h = \frac{l}{28} \text{ si tiene los dos extremos continuos}$$

$$h = \frac{l}{10} \text{ si está en voladizo}$$

#### **2. Cálculo de momentos**

$$M_+ = \frac{w \cdot l^2}{8} \text{ libremente apoyada}$$

$$M_+ = \frac{9 \cdot w \cdot l^2}{128} \text{ empotrada y apoyada}$$

$$M_- = \frac{w \cdot l^2}{8}$$

$$M_+ = \frac{w \cdot l^2}{24} \text{ doblemente empotrada}$$

$$M_- = \frac{w \cdot l^2}{8}$$

#### **3. Cálculo de áreas de acero**

$$w = \frac{M_u}{F_r \cdot b \cdot d^2 \cdot f''c}$$

$$p = \frac{w \cdot f''c}{f_y}$$

$$P_{min} = \frac{0.7 \cdot \sqrt{f'c}}{f_y}$$

**Nota:** si  $p$  es menor que  $p_{\min}$ , se toma el valor de  $p_{\min}$ .

$$As = p \cdot b \cdot d$$

$$As_{\min} = \frac{0.7 \cdot \sqrt{f'c}}{fy} \cdot b \cdot d$$

**Nota:** si  $As$  es menor que  $As_{\min}$  se toma el valor de  $As_{\min}$ .

$$s = \frac{100 \cdot Av}{As}$$

$$As_{\text{contr}} = \frac{4500 \cdot h}{fy \cdot (h + 100)}$$

$$s_{\text{contr}} = \frac{100 \cdot Av}{As}$$

**Nota:** este procedimiento se realiza tanto para el acero negativo como para el acero positivo. El acero por contracción se coloca en la dirección larga de la losa, que no está sometida a ningún momento.

### Ejemplo

Diseñar una losa con carga distribuida de 991.2 kg/m<sup>2</sup>. La longitud de la losa es de 5 x 15 mts.  $f'c = 200$  kg/cm<sup>2</sup>. Ambos extremos son continuos.

#### Datos

$$f'c = 200 \text{ kg/cm}^2$$

$$fy = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

$$r = 2 \text{ cm}$$

$$l = 300 \text{ cm}$$

$$w = 991.2 \text{ kg/m}^2$$

#### Constantes

$$f^*c = 0.8 \cdot f'c = 160 \text{ kg/cm}^2$$

$$f''c = 0.85 \cdot f^*c = 136 \text{ kg/cm}^2$$

#### 1. Cálculo del espesor

$$h = \frac{l}{28} = 17.28 \text{ cm}$$

$$d = h - r = 15.28 \text{ cm}$$

## 2. Cálculo de los momentos

$$M_- + \frac{w \cdot l^2}{12} = 1032.5 \text{ kg-m}$$

$$M_- + \frac{w \cdot l^2}{12} = 2065 \text{ kg-m}$$

## 3. Cálculo de áreas de acero

Momento negativo (-)

$$\omega = \frac{Mu}{Fr \cdot b \cdot d^2 \cdot f''c} = 0.07$$

**Observación:** la base de la losa siempre se considera de un ancho de un metro (100 cm); y como todas las unidades están en centímetros en momento último se tiene que convertir a kg-cm, multiplicando por 100 o recorriendo dos lugares el punto.

$$p = \frac{\omega \cdot f''c}{fy} = 0.0022$$

$$p_{\min} = \frac{0.7 \cdot \sqrt{f''c}}{fy} = 0.0023$$

Se considera  $p_{\min}$  ya que  $p < p_{\min}$

$$As = p_{\min} \cdot b \cdot d = 3.52 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Se selecciona varilla # 3 (3/8")  $Av = 0.71 \text{ cm}^2$

$$s = \frac{100 \cdot Av}{As} = 20.11 \text{ cm se iguala a } 20 \text{ cm}$$

$$As_{\text{contr}} = \frac{45000 \cdot h}{fy \cdot (h + 100)} = 1.5 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$s_{As_{\text{contr}}} = \frac{100 \cdot Av}{As_{\text{contr}}} = 47.3 \text{ cm}$$

**Nota:** La separación máxima entre varillas es de 3 veces el peralte (3d) para este caso  $3 \times 15.23 = 45.69 \text{ cm}$ , que lo igualamos a 45 cm

Momento positivo (+)

$$\omega = \frac{Mu}{Fr \cdot b \cdot d^2 \cdot f''c} = 0.036$$

$$p = \frac{\omega \cdot f''c}{fy} = 0.0011$$

$$p_{min} = \frac{0.7 \cdot \sqrt{f'c}}{fy} = 0.0023$$

Se considera  $p_{min}$  ya que  $p < p_{min}$

$$As = p_{min} \cdot b \cdot d = 3.52 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Se selecciona varilla # 3 (3/8")  $A_v = 0.71 \text{ cm}^2$

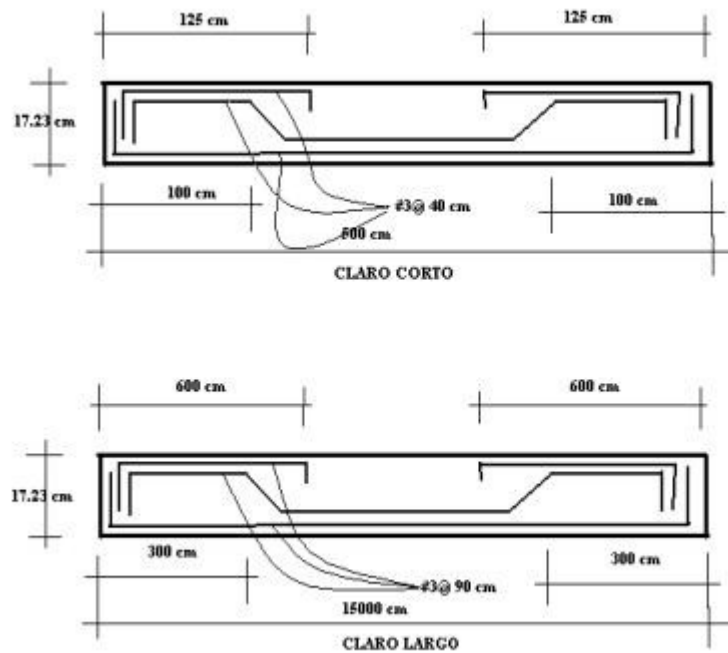
$$s = \frac{100 \cdot A_v}{As} = 20.11 \text{ cm se iguala a } 20 \text{ cm}$$

$$As_{contr} = \frac{45000 \cdot h}{fy \cdot (h + 100)} = 1.5 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$s_{As_{contr}} = \frac{100 \cdot A_v}{As_{contr}} = 47.3 \text{ cm}$$

La separación máxima entre varillas es de 3 veces el peralte (3d) para este caso  $3 \times 15.23 = 45.69 \text{ cm}$ , que lo igualamos a 45 cm

**Observación:** como se puede observar, en el momento positivo, al ser menor, todas las separaciones tuvieron que ser iguales, ya que en el momento negativo tuvimos que considerar las mínimas. Por esta razón, recomendamos que en el cálculo de losas tanto de una como de dos direcciones siempre se empiece calculando el momento más grande, si este no cubre con los mínimos, entonces los demás se pueden obviar.



### LOSAS (dos direcciones)

Como ya mencionamos, las losas las podemos dividir en dos grandes grupos: perimetralmente apoyadas y planas. Las losas apoyadas perimetralmente son aquellas que están apoyadas sobre vigas o muros en sus cuatro lados, y que por tanto trabajan en dos direcciones, a diferencia de las losas en una dirección que, estructuralmente sólo se apoyan en dos extremos. Las losas planas, son aquellas que se apoyan directamente sobre las columnas, sin existir ninguna trabe entre columna y columna. Este sistema estructural fue ampliamente utilizado en México y en el mundo, sobre todo después del esquema de la famosa *Casa Domino* de Le Corbusier. Pero, sus principales desventajas, es el enorme punzonamiento o cortante que se produce en el apoyo entre columna y losa (que se puede disminuir con el uso de capiteles), y la relativa independencia de las columnas, que al no formar un marco rígido se pandean y/o flexionan a diferentes ritmos cada una. Esto hizo que la mayor parte de los edificios con este sistema de entrepiso, en México, se colapsara en el sismo de 1985; por lo cual han entrado en desuso, por esa razón aquí analizaremos las perimetralmente apoyadas, que sísmicamente funcionan muchísimo mejor.

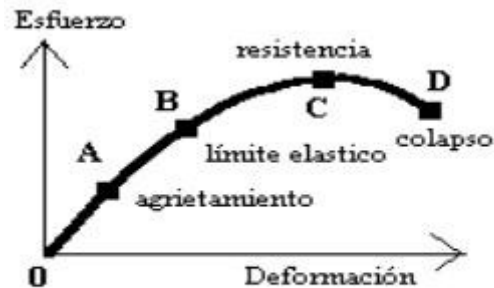
La diferencia entre losas que trabajan en una dirección y losas apoyadas perimetralmente, puede verse también en la forma que adquieren las losas cuando se deflexionan bajo la acción de cargas normales a su plano: las primeras se deforman en curvatura simple mientras que las segundas lo hacen en curvatura doble.

Una característica estructural importante de los apoyos de estas losas es que su rigidez a flexión es mucho mayor que la rigidez a flexión de la propia losa.

Las losas apoyadas perimetralmente forman parte, comúnmente de sistemas estructurales integrados por columnas, vigas y losas. El comportamiento de éstas no puede estudiarse rigurosamente en forma aislada sino que debe analizarse todo el sistema, ya que las características de cada elemento influyen en el comportamiento de los otros. Sin embargo, por simplicidad y conveniencia en el estudio, se consideran las losas en forma aislada. Esto permitirá el planteamiento de métodos de diseño suficientemente precisos para fines prácticos, siempre que se

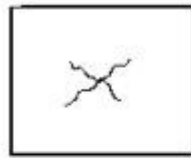
cumpla la hipótesis mencionada de que los apoyos tengan una rigidez a flexión mucho mayor que el de las losas.

La gráfica de esfuerzo deformación en el centro del claro de una losa apoyada perimetralmente, ensayada hasta la falla, tiene la forma mostrada en la siguiente figura, en la que se distinguen las siguientes etapas:

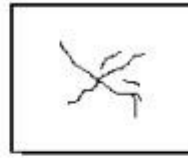


- una etapa lineal desde 0 hasta A, en la que el agrietamiento del concreto en la zona de esfuerzos de tensión es despreciable. El agrietamiento del concreto por tensión, representado por el punto A, ocurre bajo cargas relativamente altas. Las cargas de servicio de las losas se encuentran generalmente cerca de la carga correspondiente al punto A.
- La etapa A-B, en la que existe agrietamiento del concreto en la zona de tensión y los esfuerzos en el acero de refuerzo son menos que el límite de fluencia. La transición de la etapa 0-A a la etapa A-B es gradual, puesto que el agrietamiento del concreto se desarrolla paulatinamente desde las zonas de momentos flexionantes menores. Por la misma razón, la pendiente de la gráfica esfuerzo deformación en el tramo A-B, disminuye poco a poco.
- La etapa B-C en la que los esfuerzos en el acero de refuerzo sobrepasan el límite de fluencia. Al igual que el agrietamiento del concreto, la fluencia del refuerzo empieza en las zonas de momentos flexionantes máximos y se propaga paulatinamente hacia las zonas de momentos menores.
- Por último, la rama descendente C-D, cuya amplitud depende, como en el caso de las vigas, de la rigidez del sistema de aplicación de cargas

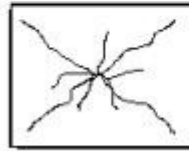
Para ilustrar el avance del agrietamiento y de la fluencia del refuerzo en distintas etapas de carga, se presentan a continuación las configuraciones de agrietamiento en la cara inferior de una losa cuadrada simplemente apoyada sujeta a carga uniformemente repartida en su cara superior, para distintos valores de la carga aplicada.



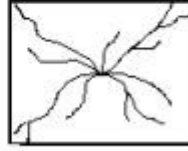
a) Carga Pequeña



b) Carga Regular



c) Carga Alta



d) Carga de falla

## Cálculo

**Nota:** las losas en dos direcciones se calculan igual que las losas en una dirección, con las excepciones que en este caso existen momentos en ambas direcciones, para lo cual se requiere calcular el claro corto y el largo.

Además la formula para el peralte es igual a:

$$d = \frac{\text{Perimetro}}{300}$$

si  $f_s < 2,000 \text{ kg/cm}^2$  ( $f_s = 0.6f_y$ ) y  $w < 380 \text{ kg/cm}^2$

si no se cumple alguna o las dos condiciones anteriores:

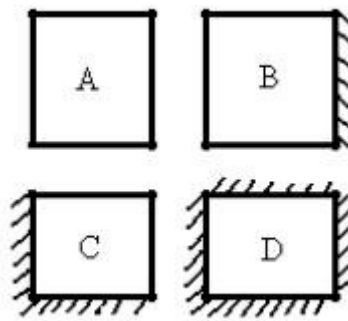
$$d = \frac{\text{Perimetro} \cdot (0.034 \cdot \sqrt{f_s \cdot w})}{300}$$

Para este caso, para calcular el perímetro los lados discontinuos deberán multiplicarse por 1.25 si la losa es monolítica con sus apoyos (ej. losa en trabes o cerramientos de concreto), y por 1.5 si no son monolíticos con sus apoyos (ej. losa apoyada en trabes de acero, o directamente sobre tabiques).

Además con esta formula no es necesario verificar las deflexiones en la losa.

## Problemas

- a) Calcular las siguientes cuatro losas. La losa A es de 7 x 7 mts, la B de 7.5 x 7.5 mts, la C de 6 x 6 mts, y la D de 7.5 x 7.5 mts.



## VIGAS

### Notación

**$f'c$  (kg/cm<sup>2</sup>):** resistencia del concreto

**$f_y$  (kg/cm<sup>2</sup>):** esfuerzo de fluencia del acero

**$f_s$  (kg/cm<sup>2</sup>):** esfuerzo permisible del acero ( $0.6f_y$ )

**$P_b$  (adimensional):** porcentaje balanceado de acero

**$p$  (adimensional):** porcentaje de acero ( $0.5P_b$ )

**$K$  (adimensional):** valor de la gráfica ( $M_u/bd^2$ )

**$b$  (cm):** base de la sección

**$d$  (cm):** peralte efectivo de la sección

**$h$  (cm):** altura total de la sección ( $d+r$ )

**$M_u$  (kg-m o kg-cm):** momento último resistente

**$A_s$  (cm<sup>2</sup>):** área de acero

**$r$  (cm):** recubrimiento del refuerzo

**$V_c$  (kg):** esfuerzo cortante real

**$V_{cr}$  (kg):** esfuerzo cortante resistente

**$s$  (cm):** separación del refuerzo transversal

**$F_r$  (adimensional):** factor de reducción (0.9)

**$A_v$  (cm<sup>2</sup>):** área de la varilla

### Fórmulas



### 1. Cálculo de los momentos y cortantes

Este procedimiento se hace de acuerdo con las fórmulas ya vistas.

### 2. Cálculo del peralte efectivo

$$Pb = \frac{f''c}{fy} \cdot \frac{4800}{fy + 6000}$$

$$p = 0.5 \cdot Pb$$

Utilizando las gráficas de porcentajes de refuerzo se encuentra el valor de K:

$$K = \frac{Mu}{b \cdot d^2}$$

Se propone la base de la sección, y se procede a calcular el peralte efectivo:

$$d = \sqrt{\frac{Mu}{K \cdot b}}$$

**Nota:** el momento último tiene que estar en kg-cm, para lo cual se puede multiplicar por 100 o recorrer dos números el punto.

**Importante:** lo más recomendable, por las características geométricas que debe tener una sección a flexión, es que el peralte sea “aproximadamente” el doble que la base, o mínimamente iguales, de no cumplirse esta condición, se debe reducir la propuesta de la base, hasta que esta condición se cumpla. De no ser así, porque la sección da demasiado pequeña, se recomienda proponer una sección mínima de 700 cm<sup>2</sup> de sección, que es el mínimo para elementos estructurales (ej. 26 x 27, 20 x 35, 15 x 47).

$$h = d + r$$

### 3. Cálculo del área de acero

Utilizando la gráfica se encuentra p, de acuerdo al valor real de:

$$\frac{Mu}{b \cdot d^2}$$

$$As = p \cdot b \cdot d$$

### 4. Cálculo del cortante

Contribución del concreto

$$Vcr = Fr \cdot b \cdot d \cdot [0.2 + (30 \cdot p)] \cdot \sqrt{f'c}$$

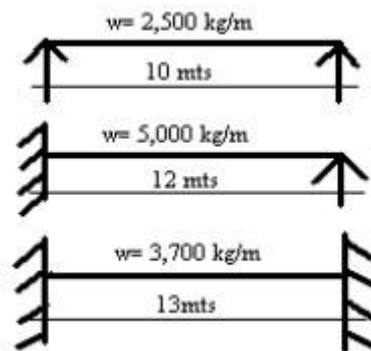
Si el cortante resistente del concreto ( $V_{cr}$ ) es mayor que el cortante real, entonces la sección no necesita estribos, y se colocan para armar del # 2.3 ó 3 @ 30 cm., pero si es menor, la diferencia debe ser absorbida por los estribos. Se selecciona el número de la varilla y se calcula su separación de acuerdo a:

$$s = \frac{A_v \cdot f_y \cdot d}{V_c - V_{cr}}$$

**Nota:** la separación mínima entre estribos es de 30cm, de dar menor se deberá ajustar a este mínimo.

### Problemas:

a) Calcular las siguientes tres vigas:



### VIGAS HIPERESTÁTICAS

#### Método de Cross

Este método desarrollado por Hardy Cross en 1932, parte de una estructura ideal cuyos nodos están perfectamente rígidos, lo que obliga que para llegar a la estructura real es necesario realizar dos pasos:

- 1.** Distribuir los momentos de desequilibrio que se presentan en cada nodo.
- 2.** Estos momentos de desequilibrio distribuidos afectan el otro extremo de la barra. Su cuantificación se hace a través de un factor de transporte.

Al realizar este transporte se vuelve a desequilibrar la viga lo que obliga a realizar una nueva distribución. Este proceso termina cuando el momento distribuido, sea tan pequeño que no afecte el resultado del momento final.

*Secuela de cálculo:*

**a)** Se consideran perfectamente empotrados todos los apoyos y se calculan los momentos de empotramiento.

**b)** Se calculan las rigideces para cada barra con la fórmula  $R = (4EI)/l$ ; en caso de que todas las barras de la viga sean del mismo material la fórmula se podrá reducir a  $R = (4I)/l$ ; si además de estos todas las barras tienen la misma sección podemos utilizar la fórmula  $R = 4/I$ .

**c)** Se calculan los factores de distribución por nodo y por barra a través de la fórmula  $f_d = r_i / \sum r_i$ , que significa la rigidez de la barra  $i$  entre la suma de las rigideces de las barras que concurren a ese nodo. Para el caso de los extremos libremente apoyados o en cantiliver el factor de distribución es 1 y si es empotrado 0.

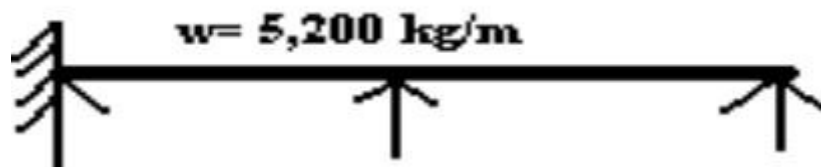
**d)** Se hace la primera distribución multiplicando el momento desequilibrado por los factores de distribución de las barras que concurren a ese nodo, verificando que la suma de los momentos distribuidos sea igual al momento de desequilibrio. Cuando los momentos tengan el mismo signo, el momento desequilibrado se encuentra restando al mayor el menor, y cuando son de diferente signo se suman. A los momentos distribuidos en los nodos centrales se le coloca signo negativo (-) al menor y positivo (+) al mayor, en los extremos siempre se cambia el signo.

**e)** Se realiza el primer transporte; los momentos distribuidos se multiplican por el factor de transporte  $f_t = 0.5$  para encontrar los momentos que se van a transmitir al otro extremo de la barra y siempre al transportarlo se le cambia el signo.

**f)** Se repiten los dos pasos anteriores hasta que el momento distribuido sean menores del 10% de los momentos de empotramiento. Generalmente esto sucede en la 3a o 4a distribución.

**g)** Los momentos finales se encontraran sumando todos los momentos distribuidos y transportados; verificando que el momento final de las barras que concurren al nodo sean iguales.

Ejemplo



|       |                          |                         |
|-------|--------------------------|-------------------------|
| Largo | 5 mts                    | 7 mts                   |
| Nº    | <b>1</b>                 | <b>2</b>                |
| um.   |                          |                         |
| Secc  | 20 x 40 cm               | 30 x 60 cm              |
| ·     |                          |                         |
| I     | 106,666.66               | 540,000.00              |
| r     | 853.33                   | 3,085.71                |
| Fd    | <b>0</b><br><b>0.22</b>  | <b>0.78</b><br><b>1</b> |
| Me    | -10,833.33<br>-10,833.33 | -21,233.33<br>21,233.33 |
| 1D    | 0<br>-2,288              | +8,112<br>+21,233.33    |
| 1T    | +1,144<br>0              | -10,616.66<br>-4,056    |
| 2D    | 0                        | -                       |
|       | -                        | +8,280.99               |

|       |                   |   |                   |          |
|-------|-------------------|---|-------------------|----------|
|       | 2,335.66          |   | +4,056            |          |
| 2T    | +1,167.83         |   | -2,028            | -        |
|       | 0                 |   | 4,140.49          |          |
| 3D    | 0                 | - | +1,581.84         |          |
|       | 446.16            |   | +4,140.44         |          |
| MF    | <b>-8,521.5</b>   | - | <b>-15,903.15</b> |          |
|       | <b>15,903.15</b>  |   | <b>0</b>          |          |
| Visos | 13,000            | - | 18,200            | -        |
|       | 13,000            |   | 18,200            |          |
| Vhip  | 1,704.33          |   | 2,271.87          |          |
|       | ↓3,180.63         |   | ↓2,271.87         |          |
| Vfin  | 14,704.33         |   | 20,471.87         |          |
|       | 9,819.37          |   | 15,928.13         |          |
| M's   | <b>-8,521.5</b>   |   | <b>-15,903.16</b> |          |
|       | <b>+18,380.41</b> | - | <b>+27,874.22</b> | <b>0</b> |
|       | <b>15,903.15</b>  |   |                   |          |

Momentos de inercia

$$I_1 = \frac{b \cdot h^3}{12} = 106,666.66 \text{ cm}^4$$

$$I_2 = \frac{b \cdot h^3}{12} = 540,000.00 \text{ cm}^4$$

Rigideces

$$r_1 = \frac{4 \cdot I}{l} = 853.33 \text{ cm}^3$$

$$r_2 = \frac{4 \cdot I}{l} = 3,085.71 \text{ cm}^3$$

Momentos de empotramiento

$$Me_1 = \frac{w \cdot l^2}{12} = 10,833.33 \text{ kg-m}$$

$$Me_2 = \frac{w \cdot l^2}{12} = 21,233.33 \text{ kg-m}$$

Factor de distribución

$$Fd_1 = \frac{r_1}{\sum r} = 0.22$$

$$Fd_2 = \frac{r_2}{\sum r} = 0.78$$

Cortante

$$Va_1 = \frac{w \cdot l \cdot r}{l} = 13,000 \text{ kg}$$

$$Va_2 = \frac{w \cdot l \cdot r}{l} = 18,200 \text{ kg}$$

$$V_{kip1} = \frac{M_f^f}{l} = 1,704.33 \text{ kg}$$

$$V_{kip1-2} = \frac{M_f^f}{l} = 3,180.63 \text{ kg}$$

$$V_{kip2} = \frac{M_f^f}{l} = 2,271.87 \text{ kg}$$

Áreas de cortantes (momentos positivos)

$$A_1 = \frac{b \cdot h}{2} = 18,380.41$$

$$A_2 = \frac{b \cdot h}{2} = 27,874.22$$

COLUMNAS

### Notación

**Mu (ton-m):** momento último en la columna

**Pu (ton):** peso último en la columna

**f'c (kg/cm²):** resistencia del concreto

**fy (kg/cm²):** esfuerzo de fluencia del acero

**p (adimencional):** cuantía del acero (0.025)

**r (cm):** recubrimiento del refuerzo

**ea (cm):** excentricidad accidental

**d (cm):** lado de la sección interna

**h (cm):** lado mayor de la sección externa

**b (cm):** lado menor de la sección externa

**Fr (adimensional):** factor de reducción (0.75)

**As (cm²):** area de acero (0.025)

$$As = p \cdot b \cdot d$$

**de (cm):** diámetro del estribo

**db (cm):** diámetro del refuerzo longitudinal

**I (cm<sup>4</sup>):** momento de inercia de la sección

**E (cm<sup>3</sup>):** módulo de elasticidad del concreto

## Fórmulas

### 1. Cálculo del refuerzo longitudinal

Tanteo inicial (se propone la sección, mínimo 40 x 40 cm)

Para poder calcular la resistencia de una sección flexocomprimida (que es el caso más crítico en compresión), es necesario primero revisar que:

$$\frac{l}{r} \leq 100$$

y posteriormente que la excentricidad accidental no sea mayor que:

$$e_a = 0.05 \cdot h \leq 2 \text{ cm}$$

Si no se cumplen cualquiera de las dos condiciones anteriores, significa que la columna es demasiado esbelta, es decir, que su relación ancho alto es muy alta, por lo cual hay que reducir la altura de la columna, lo cual es menos probable por los requisitos arquitectónicos; o aumentar la sección de la misma. Entonces se calcula su resistencia:

$$P_c = \frac{F_r \cdot \pi^2 \cdot (0.4 \cdot E \cdot I)}{l^2}$$

En donde:

$$E = 12,000 \cdot \sqrt{f'_c}$$

$$I = \frac{b \cdot h^3}{12}$$

### 2. Cálculo del refuerzo transversal

Se tomará la separación entre estribos el menor de las siguientes tres ecuaciones (del # 2.5 en adelante):

$$\frac{48 \cdot d_e}{\sqrt{f_y}}$$

$$\frac{850 \cdot db}{\sqrt{f_y}}$$

$$b$$

## Ejemplo

Dimensionar una columna que carga 100 ton y tiene un momento último de 23.5 ton-m,  $f'_c = 200 \text{ kg/cm}^2$  y  $r = 5 \text{ cm}$ . y una longitud de 5 mts.

### Datos

$$M_u = 23.5 \text{ ton-m}$$

$$P_u = 100 \text{ ton}$$

$$f'_c = 200 \text{ kg/cm}^2$$

$$\rho = 0.025$$

$$r = 5 \text{ cm}$$

$$l = 500 \text{ cm}$$

### Constantes

$$f^*_c = 0.8 \cdot f'_c = 160 \text{ kg/cm}^2$$

$$f''_c = 0.85 \cdot f^*_c = 136 \text{ kg/cm}^2$$

#### 1. Cálculo del refuerzo longitudinal

$$\text{Tanteo inicial} = 40 \times 40 \text{ cm}$$

Revisión de las relaciones de esbeltez:

$$\frac{l}{r} = 25 < 100 \quad \text{OK}$$

$$e_a = 0.05 \cdot h = 2 \text{ cm} < 2 \text{ cm} \quad \text{OK}$$

Revisión de la resistencia

$$I = \frac{b \cdot h^3}{12} = 213,333 \text{ cm}^4$$

$$E = 12,000 \cdot \sqrt{f'_c} = 189,736 \text{ cm}^3$$

$$P_c = \frac{F_r \cdot \pi^2 \cdot (0.4 \cdot E \cdot I)}{l^2} = 103,167 \text{ kg} > 100,00 \text{ kg} \quad \text{OK}$$

$$A_s = \rho \cdot b \cdot d = 40 \text{ cm}^2 \quad \text{Se usarán 6 varillas del \# 10}$$

#### 2. Cálculo del refuerzo transversal

Se tomara la separación entre estribos el menor de las siguientes tres ecuaciones (del # 2.5 en adelante):

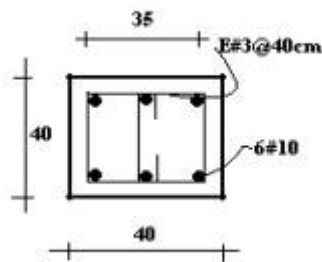
Se consideran estribos del # 3

$$48 \cdot d_e = 48 \text{ cm}$$

$$\frac{850 \cdot db}{\sqrt{f_c}} = 42 \text{ cm}$$

$$b = 40 \text{ cm}$$

Se toma 40 cm



### Problemas

a) Calcular las siguientes tres columnas

