مطابق لمنهاج الجيل 2

سهيلة ليشاني | عمر عليك

الجواب الكافي في الرياضيات

حلول تمارين الكتاب المدرسي

السنة 4 متوسط

طبعة جديدة وفق منهاج معدل

دار التحدي

دار التحدي

العنوان:

الجواب الكافي في الرياضيات

المستوى:

السنة الرابعة متوسط

إعداد :

عليك عمر / ليشاني سهيلة

1- الأعداد الطبيعية والأعداد الناطقة

تحَد: صفحة 7 من الكتاب المدرسي

اقتراح طريقة لتوزيع المآزر بالتساوي على أكبر عدد ممكن من المدارس بحيث تتحصل كل مدرسة على العدد نفسه من المآزر من كل لون:

لدينا: $936 = 845 \times 1 + 91$

$845 = 91 \times 9 + 26$

$91 = 26 \times 3 + 13$

$26 = 13 \times 2 + 0$

وعليه أكبر عدد ممكن من المدارس هو 13 مدرسة.

لدينا: $\frac{936}{845} = \frac{936 \div 13}{845 \div 13} = \frac{72}{65}$

تنال كل مؤسسة:

عدد المآزر الوردية هو 72.

عدد المآزر الزرقاء هو 65.

أستعدّ:

1/ حاصل قسمة 1954 على 4 هو 488 صحيح لأن : $1954 = 4 \times 488 + 2$

2/ المساواة $137 = 5 \times 25 + 12$ تعبّر عن القسمة الإقليدية للعدد 137 على 5.

خاطئ لأن: $12 > 5$.

3/ المساواة $72 = 24 \times 3$ تعبّر عن القسمة الإقليدية للعدد 72 على 24 إذن باقي القسمة هو 3. خاطئ لأن 3 هو حاصل القسمة وباقي القسمة هو 0.

4/ العدد 2017 يقبل القسمة على 2 لأن مجموع أرقامه يقبل القسمة على 2.

خاطئ لأن 2017 لا يقبل القسمة على 2 لأن رقم آحاده فردي.

5/العدد 2935 يقبل القسمة على 5 لأن رقم وحداته يقبل القسمة على 5. صحيح

6/ العدد 70902 يقبل القسمة لأن مجموع أرقامه يقبل القسمة على 9. صحيح

7/ العدد المجهول في المساواة $\frac{13}{5} = \frac{\dots\dots}{-10}$ هو -26. صحيح

لأن: $5\times(-2)=-10$ و $13\times(-2)=-26$.

8/ الكسر $\frac{34}{9}$ يساوي $\frac{238}{63}$ **صحيح** لأن:

$9\times7=63$ ، $34\times7=238$

9/ مقلوب العدد الناطق $\frac{-11}{13}$ هو $\frac{11}{13}$ وحاصل قسمة $\frac{-9}{4}\div9$ يساوي $\frac{-81}{4}$ **خاطئ**

لأن: مقلوب العدد الناطق $\frac{-11}{13}$ هو $\frac{-13}{11}$.

وحاصل قسمة هو: $\frac{-9}{4}\div9=\frac{-9}{4}\times\frac{1}{9}=\frac{-9}{4\times9}=\frac{-1}{4}$

10/ المجموع $\frac{6}{7}+\frac{7}{6}$ هو 1 والمجموع $1+\frac{3}{5}$ هو $\frac{4}{5}$ **خاطئ** لأن :

$$\frac{6}{7}+\frac{7}{6}=\frac{6\times6}{7\times6}+\frac{7\times7}{6\times7}$$

$$=\frac{36}{42}+\frac{49}{42}=\frac{36+49}{42}=\frac{85}{42}$$

$$1+\frac{3}{5}=\frac{5}{5}+\frac{3}{5}=\frac{8}{5}$$

أوظف تعلّماتي

حلول التمارين | **صفحة 14 من الكتاب المدرسي**

قواسم عدد طبيعي:

1 كتابة المساواة التي تعبّر عن القسمة الإقليدية للعدد 1512 على العدد 21:

$$1512=21\times72+0$$

حاصل القسمة هو 72.

باقي القسمة هو 0.

2 الأعداد التي تقبل القسمة على 6 هي : 120 ، 132.

3 تعيين قواسم العدد 84

لدينا: $84=1\times84$ ، $84=2\times42$ ، $84=3\times28$

$84=4\times21$ ، $84=6\times14$ ، $84=7\times12$

وعليه قواسم العدد 84 هي: {1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 7 ; 8 ; 12 ; 14 ; 21 ; 28 ; 42 ; 84}

4 تعيين جميع قواسم الأعداد 910 ; 1000 ; 5×11:

$910=1\times910$	$1000=1\times1000$
$910=2\times455$	$1000=2\times500$
$910=5\times182$	$1000=4\times250$
$910=7\times130$	$1000=5\times200$
$910=10\times91$	$1000=8\times125$
$910=13\times70$	$1000=10\times100$
$910=14\times65$	$1000=20\times50$
$910=26\times35$	$1000=25\times40$

وعليه قواسم العدد 910 هي:

{1 ; 2 ; 5 ; 7 ; 10 ; 13 ; 14 ; 26 ; 35 ; 65 ; 70 ; 91 ; 130 ; 182 ; 455 ; 910}

قواسم العدد 1000 هي:

{1 ; 2 ; 4 ; 5 ; 8 ; 10 ; 20 ; 25 ; 40 ; 50 ; 100 ; 125 ; 200 ; 250 ; 500 ; 1000}

قواسم العدد 5×11 هي: {1 ; 5 ; 11 ; 55}.

5 الإجابة بصحيح أو خطأ :

8 يقسم 4. **خطأ**

360 يقبل القسمة على 180. **صحيح**

9 يقسم $2\times3^{10}\times5\times7$. **صحيح**

6 تعيين رقم الوحدات u ورقم العشرات d في العدد $1956du$ حتى يصبح قابلاً للقسمة على 5 و 9 في آن واحد.

أولاً: حتى يقبل القسمة على 5 يجب أن يكون $u=0$ أو $u=5$.

في حالة $u=0$ مجموع الأرقام يصبح $21+d$ وعليه حتى يقبل القسمة على 9 يجب أن يكون المجموع قابلا للقسمة على 9 أي: $21+d=27$ أي $d=6$

وبالتالي العدد هو 195660.

في حالة $u=5$: مجموع الأرقام هو $26+d$ حتى يقبل القسمة على 9 يجب أن يكون: $26+d=27$ أي $d=1$ وبالتالي العدد هو 195615

الحالتين هما: $u=0$ و $d=6$.

$u=5$ و $d=1$.

7 بما أن حجم الخزان هو $30m^3$ وارتفاعه $1m$ فإن مساحة قاعدته هي:

$S=V\div h=30$

وعليه بُعدا القاعدة هما: الطول $30m$، العرض $1m$

أو الطول $15m$، العرض $2m$

أو الطول $10m$، العرض $3m$

أو الطول $6m$، العرض $5m$

لأن: $30=1\times30$ ، $30=2\times15$ ، $30=3\times10$ ، $30=5\times6$

8 قيم العدد الطبيعي a التي من أجلها يكون $\frac{18}{a}$ عددًا طبيعيًا هي قواسم العدد 18

أي: $1;2;3;6;9;18$

لأن: $18=1\times18$ ، $18=2\times9$ ، $18=3\times6$

9 تعيين قيم العدد الطبيعي a التي من أجلها يكون $\frac{24}{a+7}$ عددًا طبيعيًا.

لدينا: قواسم العدد 24 هي: $1;2;3;4;6;8;12;24$

حتى يكون العدد $\frac{24}{a+7}$ طبيعيًا يجب أن يكون $(a+7)$ من قواسم العدد 24 وعليه:

$a+7=8$	$a+7=12$	$a+7=24$	$a+7=6$
$a=1$	$a=5$	$a=17$	$a=-1$ (ليس طبيعي)

وعليه قيم العدد الطبيعي a هي: $\{1;5;17\}$.

10 تعيين قائمة قواسم العددين 155 ، 141:

$155=1\times155$ $\quad$ $141=1\times141$

$155=5\times31$ $\quad$ $141=3\times47$

وعليه قواسم العدد 155 هي: $\{1;5;31;155\}$

وعليه قواسم العدد 141 هي: $\{1;3;47;141\}$

أكبر قاسم مشترك للعددين 155 و 141 هو 1

أصغر قاسم مشترك للعددين 155 و 141 هو 1

11 تعيين كل الأعداد الطبيعية التي تتكون من ثلاثة أرقام وتقبل القسمة على 3 وعلى 5 في آن واحد علما أن رقم العشرات هو 7.

لدينا حالتين لرقم الآحاد إما 0 أو 5.

في حالة رقم الآحاد 0 العدد يصبح مكتوب من الشكل $a70$ وبالتالي مجموع أرقامه هو $a+7$ حتى يقبل القسمة على 3 يجب أن يكون:

$a+7=9$ أو $a+7=12$ أو $a+7=15$

أي: $a=2$ أو $a=5$ أو $a=8$

وعليه الأعداد هي: 270 ; 570 ; 870.

من جهة أخرى في حالة رقم الآحاد 5 يصبح العدد مكتوب من الشكل $a75$ وبالتالي مجموع أرقامه هو $a+12$ وحتى يقبل القسمة على 3 يجب أن يكون:

$a+12=15$ ، $a+12=18$ ، $a+12=21$

أي: $a=3$ ، $a=6$ ، $a=9$

وعليه الأعداد هي: 375 ; 675 ; 975.

إذن الأعداد المطلوبة هي:

270 ; 570 ; 870 ; 375 ; 675 ; 975.

12 1) التحقق أن العددين a و b يقبلان القسمة على 3:

لدينا: $a=471=3\times157+0$

$b=192=3\times64+0$

وعليه العددان a و b يقبلان القسمة على 3.

2) لدينا:

$a-b=471-192=279=3\times93+0$

$a+b=471+192=663=3\times221+0$

وعليه العددان $a-b$ و $a+b$ يقبلان القسمة على 3.

13 إثبات أن 11 من قواسم 14300:

لدينا: $14300=11\times1300$

وعليه 11 من قواسم 14300.

استنتاج أن 11 من قواسم 14322:

لدينا: $14322=14300+22$

11 يقسم 14300 ، 11 يقسم 22 وعليه فإن 11 يقسم المجموع $14300+22$

أي 11 يقسم 14322.

14 إثبات أن 7 من قواسم 217:

بما أن: $217=7\times31$ فإن 7 من قواسم 217.

استنتاج أن 7 من قواسم 21700000:

لدينا: $21700000=217\times100000$

$=7\times31\times100000$

$=7\times3100000$

وبالتالي 7 من قواسم العدد 21700000.

15 1) حساب $a-b$:

$$a-b=(n+19)-(n+1)$$
$$=n+19-n-1$$
$$a-b=18$$

2) بما أن d قاسم مشترك للعددين a و b فهو قاسم للفرق $a-b$ أي d قاسم للعدد 18 أي d من قواسم العدد 18.

3) قواسم العدد 18 هي: $1;2;3;6;9;18$ وعليه هي الأعداد التي يمكن أن تكون قواسم مشتركة للعددين هي a و b.

16 بوضع $a=n+2$ ، $b=n+32$

$$b-a=n+32-n-2=30$$

قواسم العدد 30 هي: $1;2;3;5;6;10;15;30$

وهي الأعداد التي يمكن أن تكون قواسم مشتركة للعددين.

القاسم المشترك الأكبر

17 إيجاد القواسم المشتركة للعددين a و b ثم استنتاج القاسم المشترك الأكبر لهما:

أ) $a=18$ و $b=30$:

قواسم العدد 18 هي: $1;2;3;6;9;18$

لأن: $1\times18=18$ ، $2\times9=18$ ، $3\times6=18$

قواسم العدد 30 هي: $1;2;3;5;6;10;15;30$

لأن: $1\times30=30$ ، $2\times15=30$ ، $3\times10=30$ ، $5\times6=30$

القواسم المشتركة للعددين 18 ; 30 هي: $1;2;3;6$.

وعليه القاسم المشترك الأكبر للعددين 18 ; 30 هو 6.

ب) $a=27$ و $b=36$:

لدينا: $1\times27=27$ ، $3\times9=27$

$1\times36=36$ ، $2\times18=36$ ، $3\times12=36$ ، $4\times9=36$ ، $6\times6=36$

وعليه: قواسم 27 هي: $1;3;9;27$

قواسم 36 هي: $1;2;3;4;6;9;12;18;36$

وبالتالي القواسم المشتركة للعددين 27 ; 36 هي: $1;3;9$

وعليه القاسم المشترك الأكبر للعددين 27 و 36 هو 9.

ج) $a=57$ و $b=95$:

لدينا: $57\times1=57$ ، $3\times19=57$

و $1\times95=95$ ، $5\times19=95$

قواسم العدد 57 هي: $1;3;19;57$

قواسم العدد 95 هي: $1;5;19;57$

وبالتالي القواسم المشتركة هي: 1 ; 19 وعليه القاسم المشترك الأكبر هو 19.

18 تعيين القاسم المشترك الأكبر للعددين 112 و 120 والقاسم المشترك الكبر للعددين 120 و 88.

قواسم 112 هي: $1;2;4;7;8;14;16;28;56;112$

قواسم 120 هي:

$1;2;3;4;5;6;8;10;12;15;20;24;30;40;60;120$

وعليه القواسم المشتركة للعددين 112 و 120 هي: $1,2,4,8$.

وبالتالي: $d=PGCD(112;120)=8$

من جهة أخرى قواسم 88: $1,2,4,8,11,22,44,88$

وبالتالي القواسم المشتركة للعددين 120 و 88 هي: $1,2,4,8$

وبالتالي $PGCD(120;88)=8$

حساب القاسم المشترك الأكبر للعددين d و88:

قواسم العدد d هي: 1 , 2 , 4 , 8.

القواسم المشتركة للعددين d و88 هي قواسم العدد 8 وبالتالي $PGCD(d\ ,88)=8$

12 باستعمال الفوارق المتتالية إيجاد في كل حالة القاسم المشترك الأكبر:

أ) $b=1035$ و $a=437$:

$1035-437=598$

$598-437=161$

$437-161=276$

$376-161=115$

$161-115=46$

$115-46=69$

$69-46=23$

$46-23=23$

$23-23=0$

وعليه : $PGCD(1035\ ;\ 437)=23$.

ب) $a=3906$ و $b=7914$:

$7914-3906=4008$

$4008-3906=102$

$3906-102=3804$

$33804-102=3702$

$3702-102=3600$

$3600-102=3498$

$3498-102=3396$

$3396-102=3294$

$3294-102=3192$

$3192-102=3090$

$3090-102=2988$

$2988-102=2886$

$2886-102=2784$

$2784-102=2682$

$2682-102=2580$

$2580-102=2478$

$2478-102=2376$

$2376-102=2274$

$2274-102=2172$

$2172-102=2070$

$2070-102=1968$

$1968-102=1866$

$1866-102=1764$

$1764-102=1662$

$1662-102=1560$

$1560-102=1458$

$1458-102=1356$

$1356-102=1254$

$1254-102=1152$

$1152-102=1050$

$1050-102=948$

$948-102=846$

$846-102=744$

$744-102=642$

$642-102=540$

$540-102=438$

$438-102=336$

$336-102=234$

$234-102=132$

$132-102=30$

$102-30=72$

$72-30=42$

$42-30=12$

$30-12=18$

$18-12=6$

$12-6=6$

$6-6=0$

وعليه: $PGCD(3906\ ;\ 7914)=6$.

ج) $a=943$ و $b=861$:

$943-861=82$

$861-82=779$

$779-82=697$

$697-82=615$

$615-82=533$

$533-82=451$

$451-82=369$

$369-82=287$

$287-82=205$

$205-82=123$

$123-82=41$

$82-41=41$

$41-41=0$

وعليه : $PGCD(943;861)=41$.

د) $a=1111$ ، $b=111111$

بنفس الطريقة نجد: $PGCD(111111;1111)=11$

20 لدينا :

$$6767 = 5858\times1+909$$
$$5858 = 909\times6+404$$
$$909 = 404\times2+101$$
$$404 = 101\times4+0$$

وعليه : $PGCD(6767;5858)=101$

21 حساب $PGCD(21957;43351)$

لدينا:

$$43351 = 21957\times1+21394$$
$$21957 = 21394\times1+563$$
$$21394 = 563\times38+0$$

وعليه: $PGCD(21957\ ;\ 43351)=563$

حلول التمارين | صفحة 15 من الكتاب المدرسي

22 تعيين العدد الطبيعي a المحصور بين 40 و 55 والذي يحقق $PGCD(a\ ;\ 15)=5$:

لدينا قواسم العدد 15 هي: 15; 5 ; 3;1.

وبالتالي a من مضاعفات 5 وليس من مضاعفات 3.

وعليه العدد الذي يحقق ذلك هو 50 إذن: $a=50$.

العددان الأوليان فيما بينهما:

23 إثبات أن العددين 143 و 153 أوليان فيما بينهما:

لدينا:

$$153 = 143\times1+10$$
$$143 = 10\times14+3$$
$$10 = 3\times3+1$$
$$3 = 1\times3+0$$

وعليه: $PGCD(143\ ;\ 153)=1$

وبالتالي العددان 143 و 153 أوليان فيما بينهما.

24 معرفة هل العددان 104 و 147 أوليان فيما بينهما:

$$147 = 104\times1+43$$
$$104 = 43\times2+18$$
$$43 = 18\times2+7$$
$$18 = 7\times2+4$$
$$7 = 4\times1+3$$
$$4 = 3\times1+1$$
$$3 = 1\times3+0$$

وعليه: $PGCD(147\ ;\ 104)=1$

وبالتالي العددان 104 و 147 أوليان فيما بينهما.

25 لدينا:

$$65 = 56\times1+9$$
$$56 = 9\times6+2$$
$$9 = 2\times4+1$$
$$2 = 1\times2+0$$

وعليه: $PGCD(56\ ;\ 65)=1$ وبالتالي العددان 56 و 65 أوليان فيما بينهما.

26 1) إثبات أن العددان 23 و 29 أوليان فيما بينهما:

لدينا قواسم 23: 1 , 23

قواسم 29: 1 , 29

القواسم المشتركة للعددين 23 , 29 هي: 1.

وبالتالي: $PGCD(23\ ;\ 29)=1$

وعليه العددان 23 و 29 أوليان فيما بينهما.

2) برهان أن: $\frac{207}{261}=\frac{23}{29}$

لدينا:

$$261 = 207\times1+54$$
$$207 = 54\times3+45$$
$$54 = 45\times1+9$$
$$45 = 9\times5+0$$

وعليه: $PGCD(207\ ;\ 261)=9$

وبالتالي: $\frac{207}{261}=\frac{207\div9}{261\div9}=\frac{23}{29}$

3) تعيين العدد الطبيعي a حيث: $\frac{207}{261}=\frac{161}{161+a}$

بما أن: $\frac{207}{261}=\frac{23}{29}=\frac{23\times7}{29\times7}=\frac{161}{203}$

فإن: $161+a=203$ أي: $a=203-161$

وعليه: $a=42$.

27 أ) العددان $a=152$ و $b=250$ ليس أوليين فيما بينهما لأنهما عددان زوجيان.

ب) العددان $a=18$ ، $b=135$ ليسا أوليين فيما بينهما لأنهما يقبلان القسمة على 3 و 9.

ج) $a=235$ و $b=1840$ ليسا أوليين فيما بينهما لأنهما يقبلان القسمة على 5.

د) العددان $a=87$ و $b=84$ ليسا أوليين فيما بينهما لأنهما يقبلان القسمة على 3.

هـ) العددان $a=12345$ و $b=67895$ ليسا أوليين فيما بينهما لأنهما يقبلان القسمة على 5.

الكسور غير القابلة للاختزال

28 كتابة كل كسر من الكسور التالية على شكل كسر غير قابل للاختزال:

أولاً: إيجاد $PGCD(529\ ;\ 69)$

$529=69\times7+46$

$69=46\times1+23$

$46=23\times2+0$

وعليه: $PGCD(529\ ;\ 69)=23$

وبالتالي: $\frac{529}{63}=\frac{529\div23}{69\div23}=\frac{23}{3}$

• اختزال الكسر $\frac{91}{28}$:

لدينا:

$91=28\times3+7$

$28=7\times4+0$

وعليه: $PGCD(91\ ;\ 28)=7$

وبالتالي: $\frac{91}{28}=\frac{91\div7}{28\div7}=\frac{13}{4}$

• اختزال الكسر $\frac{707}{909}$:

$909=707\times1+202$

لدينا: $707=202\times3+101$

$202=101\times2+0$

وعليه: $PGCD(909\ ;\ 707)=101$

وبالتالي: $\frac{707}{909}=\frac{707\div101}{909\div101}=\frac{7}{9}$

• اختزال الكسر $\frac{1111}{1919}$:

لدينا:

$1919=1111\times1+808$

$1111=808\times1+303$

$808=303\times2+202$

$303=202\times1+101$

$202=101\times2+0$

وعليه: $PGCD(1111\ ;\ 1919)=101$

وبالتالي: $\frac{1111}{1919}=\frac{1111\div101}{1919\div101}=\frac{11}{19}$

• اختزال الكسر $\frac{20418}{12190}$

$20418=12190\times1+8228$

$12190=8228\times1+3962$

$8228=3962\times2+304$

$3962=304\times13+10$

$304=10\times30+4$

$10=4\times2+2$

$4=2\times2+0$

وعليه $PGCD(20418;12190)=2$

أي: $\frac{20418}{12190}=\frac{20418\div2}{12190\div2}=\frac{10209}{6095}$

• اختزال الكسر $\frac{42354}{10080}$:

لدينا :

$$42354 = 10080\times4+2034$$
$$10080 = 2034\times4+1908$$
$$2034 = 1908\times1+126$$
$$1908 = 126\times15+18$$
$$126 = 18\times7+0$$

وعليه : $PGCD(42354;10080)=18$

وبالتالي: $\frac{42354}{10080}=\frac{42354\div18}{10080\div18}=\frac{2353}{560}$

• اختزال الكسر $\frac{312054}{21870}$:

لدينا :

$$312054 = 21870\times14+5874$$
$$21870 = 5874\times3+4248$$
$$5874 = 4248\times1+1626$$
$$4248 = 1626\times2+996$$
$$1626 = 996\times1+630$$
$$996 = 630\times1+366$$
$$630 = 366\times1+264$$
$$366 = 264\times1+102$$
$$264 = 102\times2+60$$
$$102 = 60\times1+42$$
$$60 = 42\times1+18$$
$$42 = 18\times2+6$$
$$18 = 6\times3+0$$

وعليه : $PGCD(312054;21870)=6$

وبالتالي : $\frac{312054}{21870}=\frac{312054\div6}{21870\div6}=\frac{52009}{3645}$

29 1) تعيين في كل حالة الكسر غير القابل للاختزال :

في حالة $n=9$: $A=\frac{9+7}{9+1}=\frac{16}{10}=\frac{16\div2}{10\div2}=\frac{8}{5}$

في حالة $n=11$: $A=\frac{11+7}{11+1}=\frac{18}{12}=\frac{18\div6}{12\div6}=\frac{3}{2}$

في حالة $n=13$: $A=\frac{13+7}{13+1}=\frac{20}{14}=\frac{20\div2}{14\div2}=\frac{10}{7}$

2) إثبات أن $A=1+\frac{6}{n+1}$

لدينا : $A=\frac{n+7}{n+1}=\frac{n+1+6}{n+1}=\frac{n+1}{n+1}+\frac{6}{n+1}=1+\frac{6}{n+1}$

3) استنتاج قيم n حتى يكون A عددا طبيعيا :

بما أن $A=1+\frac{6}{n+1}$ حتى يكون A عددا طبيعيا فإنه يجب أن يكون $(n+1)$ من قواسم 6 .

لدينا قواسم العدد 6 هي : $6;3;2;1$

وعليه : $n+1=1$ أو $n+1=2$ أو $n+1=3$ أو $n+1=6$

أي : $n=0$ أو $n=1$ أو $n=2$ أو $n=5$

قيم n هي: $\{5;2;1;0\}$.

30 لدينا :
$$n+1=n\times1+1$$
$$n=1\times n+0$$

وعليه: $PGCD(n+1;n)=1$

وبالتالي الكسر $\frac{n}{n+1}$ هو كسر غير قابل للاختزال.

31

لدينا : $\frac{35n+7}{55n+11}=\frac{7(5n+1)}{11(5n+1)}=\frac{7}{11}$

وعليه الكسر $\frac{35n+7}{55n+11}$ قابل للاختزال من أجل كل عدد طبيعي n ويساوي دائما $\frac{7}{11}$.

32 حساب وإعطاء النتيجة على شكل كسر غير قابل للاختزال :

$$A=\frac{2}{7}-\frac{3}{7}\times\frac{8}{21}$$
$$A=\frac{2}{7}-\frac{24}{147}$$
$$A=\frac{2\times21}{7\times21}-\frac{24}{147}$$
$$A=\frac{42-24}{147}$$
$$A=\frac{18}{147}=\frac{6\times3}{49\times3}$$
$$A=\frac{6}{49}$$

$$B=\left(\frac{7}{6}-\frac{3}{4}\right)\times\frac{4}{5}$$
$$B=\left(\frac{14}{12}-\frac{9}{12}\right)\times\frac{4}{5}$$
$$B=\frac{\cancel{5}}{12}\times\frac{4}{\cancel{5}}$$
$$B=\frac{4}{12}$$
$$B=\frac{4\div4}{12\div4}=\frac{1}{3}$$

$$C=10\div\left(\frac{7}{3}-\frac{3}{7}\right)$$
$$C=10\div\left(\frac{49}{21}-\frac{9}{21}\right)$$
$$C=10\div\frac{40}{21}$$
$$C=\frac{10}{1}\times\frac{21}{40}$$
$$C=\frac{210}{40}=\frac{21}{4}$$

$$D=\frac{2}{3}-\frac{14}{3}\div\frac{5}{24}$$
$$D=\frac{2}{3}-\frac{14}{\cancel{3}}\times\frac{\cancel{24}^{8}}{5}$$
$$D=\frac{2}{3}-\frac{112}{5}$$
$$D=\frac{10}{15}-\frac{336}{15}$$
$$D=\frac{-326}{15}$$

33 حساب وإعطاء النتائج على شكل كسر غير للاختزال :

$$A=\frac{1+\frac{1}{2}}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{3}}}=\frac{\frac{2}{2}+\frac{1}{2}}{1+\frac{1}{\frac{3}{3}+\frac{1}{3}}}=\frac{\frac{3}{2}}{1+\frac{1}{\frac{4}{3}}}$$
$$A=\frac{\frac{3}{2}}{1+\frac{3}{4}}=\frac{\frac{3}{2}}{\frac{4}{4}+\frac{3}{4}}=\frac{\frac{3}{2}}{\frac{7}{4}}=\frac{3}{2}\times\frac{4}{7}$$
$$A=\frac{12}{14}=\frac{6}{7}$$

$$B=\frac{24}{25}\times\frac{\frac{5}{8}-\frac{5}{6}}{\frac{1}{3}+\frac{3}{4}}=\frac{24}{25}\times\frac{\frac{15}{24}-\frac{20}{24}}{\frac{4}{12}+\frac{9}{12}}$$
$$B=\frac{24}{25}\times\frac{\frac{-5}{24}}{\frac{13}{12}}=\frac{\cancel{24}}{25}\times\frac{-5}{\cancel{24}}\times\frac{12}{13}$$
$$B=\frac{\cancel{-5}\times12}{\cancel{5}\times5\times13}=\frac{-12}{65}$$

34

1) العددان 1005 و 315 ليسا أوليين فيما بينهما لأنها يقبلان القسمة على 5.

ب) حساب $PGCD(1005;315)$:

$$1005=315\times3+60$$
$$315=60\times5+15$$
$$60=15\times4+0$$

ومنه $PGCD(1005;315)=15$

3) كتابة الكسر $\frac{1005}{315}$ على شكل غير قابل للاختزال :

$$\frac{1005}{315}=\frac{1005\div15}{315\div15}=\frac{67}{21}$$

35 1) حساب القاسم المشترك الأكبر للعددين 210 و 441:

$$441=210\times2+21$$
$$210=21\times10+0$$

وعليه : $PGCD(441;210)=21$

2) كتابة الكسر $\frac{441}{210}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال :

$$\frac{441}{210}=\frac{441\div21}{210\div21}=\frac{21}{10}$$

36 1) حساب القاسم المشترك الأكبر للعددين 496 و 806:

$$806=496\times1+310$$
$$496=310\times1+186$$
$$310=186\times1+124$$
$$186=124\times1+62$$
$$124=62\times2+0$$

وعليه : $PGCD(806;496)=62$

2) كتابة الكسر $\frac{496}{806}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال :

$$\frac{496}{806}=\frac{496\div62}{806\div62}=\frac{8}{13}$$

3) حساب الفرق وكتابة النتيجة على شكل كسر غير قابل للاختزال :

$$\frac{3}{26}-\frac{496}{806}=\frac{3}{26}-\frac{8}{13}=\frac{3}{26}-\frac{16}{26}=-\frac{13}{26}=-\frac{1}{2}$$

37 1) حساب القاسم المشترك الأكبر للعددين 45 و 162:

لدينا :

$$162=45\times3+27$$
$$45=27\times1+18$$
$$27=18\times1+9$$
$$18=9\times2+0$$

وعليه : $PGCD(162;45)=9$

2) كتابة الكسر $\frac{a}{b}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال :

لدينا : $162a=45b$ وعليه : $\frac{a}{b}=\frac{45}{162}$

وبالتالي : $\frac{a}{b}=\frac{45\div 9}{162\div 9}=\frac{5}{18}$

38 1) حساب $PGCD(5175;3825)$

لدينا :

$$5175-3825=1350$$
$$3825-1350=2475$$
$$2475-1350=1124$$
$$1350-1125=225$$
$$1125-225=900$$
$$900-225=675$$
$$675-225=450$$
$$450-225=225$$
$$225-225=0$$

وعليه : $PGCD(5175;3825)=225$

2) كتابة الكسر $\frac{5175}{3825}$ على الشكل غير القابل للاختزال :

$$\frac{5175}{3825}=\frac{5175\div 225}{3825\div 225}=\frac{23}{17}$$

3) استنتاج كتابة العدد A على الشكل $b+\frac{c}{d}$:

$$A=\frac{5175}{3825}+\frac{19}{17}=\frac{23}{17}+\frac{19}{17}=\frac{23+19}{17}=\frac{42}{17}$$

$$A=\frac{34+8}{17}=\frac{34}{17}+\frac{7}{17}=2+\frac{8}{17}$$

حيث : $b=2$ ، $c=8$ ، $d=17$.

39 لا أوافق ليلى فيما قامت به لأنه لا يكفي اختبار قواعد قابلية القسمة على 10,9,5,4,3,2 لمعرفة هل العددان أوليان فيما بينهما.

اقتراح طريقة مناسبة :

حساب قواسم العدد الأصغر 253 ثم اختبار قابلية قسمة 407 على هذه الأعداد الطبيعية.

40 1) حساب $PGCD(19251;22816)$:

لدينا :

$$22816=19251\times 1+3565$$
$$19251=3565\times 5+1426$$
$$3565=1426\times 2+713$$
$$1426=713\times 2+0$$

وعليه : $PGCD(19251;22816)=713$

2) كتابة الكسر $\frac{22816}{19251}$ على كسر غير قابل للاختزال :

$$\frac{22816}{19251}=\frac{22816\div 713}{19251\div 713}=\frac{32}{27}$$

حلول التمارين | صفحة 16 من الكتاب المدرسي

أوكد تعلماتي

في كل حالة اختيار الإجابة أو الإجابات الصحيحة مع التبرير :

1- في القسمة الإقليدية للعدد 72 على 5 : (1) حاصل القسمة هو 14 والباقي 2

لأن : $72=5\times 14+2$.

2- في القسمة الإقليدية للعدد 84 على 12 : (2) حاصل القسمة هو 7 والباقي 0

لأن : $84=12\times 7+0$.

3- قواسم العدد 121 هي : (3) $\{121;11;1\}$.

لأن : $121=1\times 121$ ، $121=11\times 11$

4- قواسم العدد 34 هي : (1) $\{34;17;2;1\}$

لأن : $1\times 34=34$ ، $17\times 2=34$

5- قواسم العدد $2^3\times7$ هي : (2) $\{56;28;14;7;8;4;2;1\}$ لأن :

$2^3\times7=8\times7=56$ ، $8\times7=56$ ، $4\times14=56$ ، $2\times28=56$ ، $1\times56=56$

6- القواسم المشتركة للعددين 15 و 28 هي: (1) 1 لأن :

قواسم 15 هي: $\{15;5;3;1\}$

قواسم 28 هي: $\{28;14;7;4;2;1\}$

7- القواسم المشتركة للعددين $2^3\times3$ و 2×3^3 هي: (1) $\{6;3;2;1\}$ لأن :

قواسم $2^3\times3$ هي: $24;12;8;6;4;3;2;1$

قواسم 2×3^3 هي: $54;27;18;9;6;3;2;1$

8) القاسم المشترك الأكبر للعددين 29 و 39 هو: (1) 1

لأن قواسم العدد 29 هي: $29;1$

قواسم العدد 39 هي: $39;1$

9- من المساواة $125=75\times1+50$ ينتج:

(2) $PGCD(125;75)=PGCD(75;50)$

أدمج تعلماتي :

• بما أن عدد القطع يقبل القسمة على 10 فرقم أحاده 0

من جهة أخرى رقما العشرات والمئات متساويان ويساويان ضعف رقم الآلاف

وعليه يوجد احتمالان هما 2440 أو 1220 وبما أن 1220 لا يقبل القسمة على 8

فإن عدد القطع الخزفية التي سيستعملها هذا الخبير لتغطية الواجهة هو 2440 قطعة.

حلول التمارين	صفحة 17 من الكتاب المدرسي

أتعمق :

41 1) التحقق أن $333;222;111$ تقبل القسمة على 37:

$$111=37\times3+0$$
$$222=37\times6+0$$
$$333=37\times9+0$$

وعليه الأعداد $333;222;171$ تقبل القسمة على 37.

ب) إثبات أن $aaa=111a$:

لدينا :

$$aaa=a+a\times10+a\times100$$
$$aaa=(1+10+100)a$$
$$aaa=111a$$

استنتاج أن aaa يقبل القسمة على 37:

بما أن $111=37\times3$ فإن : $aaa=37\times3a$

وعليه كل عدد مكتوب على شكل aaa يقبل القسمة على 37.

42 أكبر عدد من الغرف التي يمكن أن يحتوي عليها كل طابق هو القاسم المشترك الأكبر للعددين 105 و 84.

لدينا :

$$105=84\times1+21$$
$$84=21\times4+0$$

وعليه : $PGCD(105;84)=21$

وبالتالي أكبر عدد من الغرف هو 21 غرفة.

حساب عدد الطوابق في كل فندق :

عدد الطوابق في الفندق ذو 105 غرفة هو: 5 لأن : $105\div21=5$

عدد الطوابق في الفندق ذو 84 غرفة هو: 4 لأن : $84\div21=4$

43 باستعمال الآلة الحاسبة نجد: $\frac{5}{4}+\frac{3}{8}-(17+15)+11\times7=\frac{373}{8}$

44 1) كتابة A على شكل غير قابل للاختزال :

$$A=\frac{6}{7}-\frac{4}{7}\times\frac{5}{2}$$
$$A=\frac{6}{7}-\frac{20}{14}$$
$$A=\frac{12}{14}-\frac{20}{14}$$
$$A=\frac{-8}{14}=\frac{-4}{7}$$

2) كتابة B على شكل عدد نسبي صحيح :

$$B=\frac{\frac{3}{4}-4}{\frac{3}{4}+\frac{1}{3}}=\frac{\frac{3}{4}-\frac{16}{4}}{\frac{9}{12}+\frac{4}{12}}$$

$$B=\frac{\frac{-13}{4}}{\frac{13}{12}}=\frac{-13}{4}\times\frac{12}{13}$$

$$B=\frac{-12}{4}=-3$$

45 باستعمال الحاسبة نجد : $7+\frac{1}{9999999999}=7$

نستنتج أن القيمة $\frac{1}{9999999999}$ مهملة لأنها تؤول إلى الصفر.

46 1) حساب القاسم المشترك الأكبر للعددين 140 و 220 :

باستعمال خوارزمية إقليدس نجد :

$$220=140\times1+80$$
$$140=80\times1+60$$
$$80=60\times1+20$$
$$60=20\times3+0$$

ومنه : $PGCD(220;140)=20$.

2) صفيحة زجاجية مستطيلة الشكل بعداها $1,40m$ و $2,20m$ جزئت إلى مربعات متساوية بأكبر ضلع دون ضياع .

لدينا : $1,40m=140cm$ و $2,20m=220cm$.

أ) طول ضلع كل مربع هو القاسم المشترك الأكبر للعددين 140 و 220 .

مما سبق لدينا: $PGCD(220;140)=20$

وعليه طول ضلع كل مربع هو $20cm$.

ب) تعيين عدد المربعات الناتجة:

لدينا: $N=\frac{140\times220}{20\times20}=7\times11=77$

وعليه عدد المربعات الناتجة هو 77 مربع .

47 عدد تلاميذ هذا القسم هو القاسم المشترك الأكبر للعددين 62 و 93:

لدينا :

$$93=62\times1+31$$
$$62=31\times2+0$$

وعليه : $PGCD(93;62)=31$ وبالتالي عدد تلاميذ القسم هو 31.

حصة كل تلميذ: 2 حبات حلوى بنكهة الليمون و 3 حبات حلوى بنكهة الفراولة

لأن: $\frac{62}{93}=\frac{62\div31}{93\div31}=\frac{2}{3}$.

48 بما أن بواقي قسمة أي عدد طبيعي على 6 هي : $5;4;3;2;1;0$

وبما أن الباقي يساوي حاصل القسمة فإن :

$a=6\times0+0=0$ أو $a=6\times1+1=7$

أو $a=6\times2+2=14$ أو $a=6\times3+3=21$

أو $a=6\times4+4=28$ أو $a=6\times5+5=35$

وعليه قيم a هي : $35;28;21;14;7;0$.

49 لدينا : $60=60\times1$ ، $60=30\times2$ ، $60=20\times3$

$60=4\times15$ ، $60=5\times12$ ، $60=10\times6$

بما أن بعدا المستطيل عددان طبيعيان أوليان فيما بينهما فإن :

الحالة الأولى : الطول $12m$ والعرض $5m$.

الحالة الثانية : الطول $15m$ والعرض $4m$.

الحالة الثالثة : الطول $20m$ والعرض $3m$.

الحالة الرابعة : الطول $60m$ والعرض $1m$.

50 1) أ- العدد 1845 يقبل القسمة على $9;5;3$.

العدد 234 يقبل القسمة على $9;3;2$.

العدد 308 يقبل القسمة على 2.

ب- الكسر $\frac{234}{1845}$ قابل للاختزال لأن العددان $1845;234$ يقبلان القسمة على 3 و 9.

الكسر $\frac{308}{234}$ يقبل الاختزال لأن العددين 308 و 234 زوجيان.

2) أ) لا يمكن القول أنّ الكسر $\frac{308}{1845}$ غير قابل للاختزال لمجرد تجريب قواعد

قابلية القسمة على 2 , 3 , 5 , 9.

ب) حساب $PGCD(308\ ;\ 1845)$:

$$1845 = 308\times5+305$$
$$308 = 305\times1+3$$
$$305 = 3\times101+2$$
$$3 = 2\times1+1$$
$$2 = 1\times2+0$$
$$PGCD(1845\ ;\ 308)=1$$

جـ) الكسر $\frac{308}{1845}$ غير قابل للإختزال لأن: $PGCD(308\ ;\ 1848)=1$.

51 تعيين a حتى يكون $PGCD(a+24\ ;\ a)=12$:

لدينا: $a+24=a\times1+24$ إذن: $PGCD(a+24\ ;\ a)=PGCD(a\ ;\ 24)$

وعليه: $PGCD(a\ ;\ 24)=12$

بما أن: $24=12\times2$ فإن: $a=12\times k$ مع k فردي.

52 العددان 105 و 130 ليسا أوليان فيما بينهما لأنهما يقبلان القسمة على 5.

2) حساب القاسم المشترك الأكبر للعددين 105 و 130:

$$130 = 105\times1+25$$
$$105 = 25\times4+5$$
$$25 = 5\times5+0$$

وعليه: $PGCD(105\ ;\ 130)=5$

3) كتابة الكسر $\frac{105}{130}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال: $\frac{105}{130}=\frac{105\div5}{130\div5}=\frac{21}{26}$

53 أ) أكبر مسافة يختارها صاحب الحقل بين كل عمودين متتاليين هو القاسم المشترك الأكبر للعددين 102 و 78.

لدينا:
$$102 = 78\times1+24$$
$$78 = 24\times3+6$$
$$24 = 6\times4+0$$

وعليه: $PGCD(102\ ;\ 78)=6$ وبالتالي أكبر مسافة هي $6m$.

ب) معرفة عدد الأعمدة:

$$N=\frac{P}{6}=\frac{2(102+78)}{6}$$
$$N=\frac{2\times180}{6}=60$$

وعليه عدد الأعمدة هو 60 عمود.

54 1) لدينا: $208-88=120$

عدد الذكور هو 88 وعدد الإناث هو 120

عدد الأساتذة اللازم لتأطير هذه الرحلة هو القاسم المشترك الأكبر للعددين 120 و 88

لدينا:
$$120 = 88\times1+32$$
$$88 = 32\times2+24$$
$$32 = 24\times1+8$$
$$24 = 8\times3+0$$

وعليه: $PGCD(120\ ;\ 88)=8$ وبالتالي عدد الأساتذة المؤطرين هو 8.

2) إيجاد عدد تلاميذ كل فوج : $\frac{120}{88}=\frac{120\div8}{88\div8}=\frac{15}{11}$

عدد تلاميذ كل فوج هو 26 : 15 تلميذة و 11 تلميذ.

55 لدينا: $4{,}95m=495cm$ و $3{,}15m=315cm$

1) طول ضلع كل قطعة مربعة هو القاسم المشترك الأكبر للعددين 495 و 315 بوحدة السنتيمتر.

لدينا:
$$495 = 315\times1+180$$
$$315 = 180\times1+135$$
$$180 = 135\times1+45$$
$$135 = 45\times3+0$$

وعليه: $PGCD(495\ ;\ 315)=45$

وبالتالي طول ضلع كل قطعة مربعة هو $45cm$ أي $0{,}45m$

ب) عدد المربعات المحصل عليها :

$$N=\frac{495\times315}{45\times45}=\frac{155925}{2025}=77$$

وبالتالي عدد المربعات هو 77.

2- الحساب على الجذور

تحد: صفحة 19 من الكتاب المدرسي

مساعدة الفلاح على إيجاد طول ضلع قاعدة الخزان :

بما أن : $V = B \times h$ فإن $S_B = \frac{V}{h}$

وعليه: $S_B = \frac{36}{1,8}$ أي: $S_B = 20$

وبما أن القاعدة مربعة الشكل مساحتها a^2 فإن : $a^2 = 20$ أي : $a = \sqrt{20}$

بالتدوير إلى $1cm$ نجد: $a = 447cm$.

أستعد :

1) مربع العدد 4 هو 8 خاطئ لأن مربع 4 هو 16: $4 \times 4 = 6$.

2) مربع العدد -5 هو -25 خاطئ لأن مربع (-5) هو 25 لأن: $(-5) \times (-5) = 25$.

3) العدد 36 هو مربع العدد الوحيد 6 **خاطئ**

العدد 36 هو مربع العددين 6 و (-6).

4) إذا حجزنا على الآلة الحاسبة: $\sqrt{\ }\ 9$ يظهر على الشاشة العدد 81 **خاطئ**

يظهر على الشاشة العدد 3 لأن: $\sqrt{9} = 3$

5) a و b عددان: العدد $(ab)^2$ يساوي $a^2 \times b^2$ **صحيح.**

6) a و b عددان حيث $b \neq 0$ العدد $\left(\frac{a}{b}\right)^2$ يساوي $\frac{a^2}{b}$ **خاطئ**

لأن العدد $\left(\frac{a}{b}\right)^2$ يساوي $\frac{a^2}{b^2}$.

7) a و b عددان. العدد $(a+b)(a+b)$ ينشر على الشكل $a^2 + b^2$ **خاطئ**

ينشر على الشكل $a^2 + 2ab + b^2$.

8) a و b عددان. العدد $(a-b)(a-b)$ ينشر على الشكل $a^2 - 2ab + b^2$ **صحيح**

9) a و b عددان. العدد $(a+b)(a-b)$ ينشر على الشكل $a^2 - b^2$ **صحيح**

10) ABC مثلث حيث: $AB = 4cm$ ، $AC = 3cm$ و $BC = 5cm$ إذن المثلث ABC قائم في A **صحيح**

لأن : $AB^2 + AC^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25 = 5^2 = BC^2$ حسب الخاصية العكسية لفيثاغورث.

حاول التمارين صفحة 26 من الكتاب المدرسي

أوظف تعلماتي :

1 أنقلُ وأتممُ الجمل التالية :

144 هو مربع العدد 12 أو (-12).

13 هو الجذر التربيعي للعدد 169.

100 هو مربع العدد 10 أو (-10).

2,5 هو الجذر التربيعي للعدد 6,25.

625 هو مربع العدد 25.

5 هو الجذر التربيعي للعدد 25.

2 كتابة العبارة المناسبة مكان النقط :

0,64 هو مربع العدد 0,8.

8 هو الجذر التربيعي للعدد 64.

$\frac{1}{7}$ هو الجذر التربيعي للعدد $\frac{1}{49}$.

1 هو الجذر التربيعي للعدد $(-1)^2$.

0,01 هو الجذر التربيعي للعدد 0,0001.

0,3 هو الجذر التربيعي للعدد 0,09.

3 كتابة الأعداد التالية كتابة عشرية :

$\sqrt{289} = 17$ ، $\sqrt{81} = 9$ ، $\sqrt{1,44} = 1,2$ ، $\sqrt{0,04} = 0,2$

$\sqrt{0,0001} = 0,01$ ، $\sqrt{1,21} = 1,1$ ، $\sqrt{6,25} = 2,5$

4 كتابة الأعداد التالية على شكل عدد طبيعي :

$\sqrt{0} = 0$ ، $\sqrt{(-1)^2} = 1$ ، $\sqrt{-(-49)} = \sqrt{49} = 7$ ، $\sqrt{(-1)^6} = \sqrt{1} = 1$

5 كتابة الأعداد التالية على شكل قوة للعدد 10:

$\sqrt{10^{-6}}=\sqrt{(10^{-3})^2}=10^{-3}$ ، $\sqrt{10^{2}}=\sqrt{(10^{1})^2}=10^{1}$

$\sqrt{10^{10}}=\sqrt{(10^{5})^2}=10^{5}$ ، $\sqrt{10^{4}}=\sqrt{(10^{2})^2}=10^{2}$

$\sqrt{10^{-20}}=\sqrt{(10^{-10})^2}=10^{-10}$ ، $\sqrt{10^{6}}=\sqrt{(10^{3})^2}=10^{3}$

$\sqrt{10^{-100}}=\sqrt{(10^{-50})^2}=10^{-50}$

6 حساب مربع كل عدد :

$(\sqrt{400})^2=400$ ، $(\sqrt{0,01})^2=0,01$ ، $(\sqrt{909})^2=909$ ،

$(\sqrt{14})^2=14$ ، $(\sqrt{2019})^2=2019$ ، $(\sqrt{25})^2=25$

7 حساب مربع كل عدد :

$\left(\sqrt{\frac{100}{49}}\right)^2=\frac{100}{49}$ ، $\left(\sqrt{\frac{1}{9}}\right)^2=\frac{1}{9}$ ، $(-\sqrt{17})^2=17$ ، $\left(\sqrt{\frac{1}{25}}\right)^2=\frac{1}{25}$

8 كتابة كل عدد بدون استعمال الرمز $\sqrt{\ }$:

$\sqrt{(14,2)^2}=14,2$

$\sqrt{(-3,5)^2}=\sqrt{(3,5)^2}=3,5$

$\sqrt{\pi^2}=\pi$

بما أن $3-\pi<0$ فإن: $\sqrt{(3-\pi)^2}=\sqrt{(\pi-3)^2}=\pi-3$

بما أن : $\pi-5<0$ فإن: $\sqrt{(\pi-5)^2}=\sqrt{(5-\pi)^2}=5-\pi$

بما أن : $\pi-2>0$ فإن : $\sqrt{(\pi-2)^2}=\pi-2$

حساب قيم تقريبية :

9 تعيين القيم المقربة إلى الجزء من 10 بالنقصان والقيمة المقربة إلى الجزء من 10 بالزيادة :

العدد	القيمة المقربة إلى $\frac{1}{10}$ بالنقصان	القيمة المقربة إلى $\frac{1}{10}$ بالزيادة
$\sqrt{43}$	6,5	6,6
$\sqrt{16,5}$	4,0	4,1
$\sqrt{8}$	2,8	2,9
$13+\sqrt{7}$	15,6	15,7
$13-\sqrt{7}$	10,3	10,4
$\frac{1}{\sqrt{5}}$	0,4	0,5
$2\sqrt{3}-2$	1,4	1,5

10 مساحة المربع هي $12cm^2$.

طول المربع هو $\sqrt{12}cm$

المدور إلى الجزء من 10 لطول ضلع هذا المربع هو: $3,5cm$.

حل معادلات من الشكل $x^2=a$

11

أ) المعادلة $x^2=81$ تعني $x^2=9^2$ وبالتالي : $x=9$ أو $x=-9$.

ب) المعادلة $x^2=2,89$ تعني $x^2=(1,7)^2$ وبالتالي: $x=1,7$ أو $x=-1,7$.

ج) المعادلة $x^2=361$ تعني $x^2=(19)^2$ وبالتالي: $x=19$ أو $x=-19$.

د) المعادلة $x^2=0$ تعني $x^2=0^2$ وبالتالي: $x=0$.

هـ) المعادلة $x^2=-16$ بما أنه من أجل كل عدد x: $x^2\geq 0$ و $-9<0$ إذن لا يوجد عدد يحقق $x^2=-16$ وعليه المعادلة لا تقبل حلول.

12 حل المعادلات التالية :

المعادلة $x^2=2$ تعني $x^2=(\sqrt{2})^2$ وبالتالي $x=\sqrt{2}$ أو $x=-\sqrt{2}$.

المعادلة $x^2=1$ تعني $x^2=(1)^2$ وبالتالي $x=1$ أو $x=-1$.

المعادلة $x^2=-1$ لا تقبل حلول لأن: $-1<0$ و $x^2\geq 0$.

المعادلة $x^2=(-1)^2$ وعليه المعادلة تقبل حلين هما $x=1$ أو $x=-1$.

المعادلة $x^2=\frac{1}{4}$ تعني $x^2=\left(\frac{1}{2}\right)^2$ وبالتالي: $x=\frac{1}{2}$ أو $x=-\frac{1}{2}$.

المعادلة $x^2=\frac{48}{49}$ تعني $x^2=\left(\frac{\sqrt{48}}{7}\right)^2$ وبالتالي $x=\frac{\sqrt{48}}{7}$ أو $x=-\frac{\sqrt{48}}{7}$.

3 حل المعادلات التالية :

- المعادلة $3-x^2=0$ تعني $x^2=3$ أي: $x^2=\left(\sqrt{3}\right)^2$

وعليه المعادلة تقبل حلين هما $\sqrt{3}$ أو $-\sqrt{3}$.

- المعادلة $3+x^2=0$ تعني $x^2=-3$ المعادلة لا تقبل حلول لأن: $-3<0$ و $x^2\geq 0$.

- المعادلة $1-9x^2=0$ تعني: $-9x^2=-1$ أي: $x^2=\frac{1}{9}$ تعني $x^2=\left(\frac{1}{3}\right)^2$

وبالتالي : $x=\frac{1}{3}$ أو $x=-\frac{1}{3}$.

4 أ) نشر وتبسيط العبارة A :

$$A=x(x-5)+5(x+2)+6$$
$$A=x^2-5x+5x+10+6$$
$$A=x^2+16$$

ب) تعيين قيم x التي تكون من أجلها $A=0$:

$A=0$ تعني: $x^2+16=0$ أي: $x^2=-16$

المعادلة لا تقبل حلول لأن $-16<0$ و $x^2\geq 0$.

2) أ) نشر وتبسيط العبارة A :

$$A=(x-7)(x+4)+3x+21$$
$$A=x(x+4)-7(x+4)+3x+21$$
$$A=x^2+4x-7x-28+3x+21$$
$$A=x^2-7$$

ب) تعيين قيم x حتى يكون $A=0$:

$A=0$ تعني: $x^2-7=0$ تعني $x^2=7$

أي : $x^2=\left(\sqrt{7}\right)^2$ وعليه : $x=\sqrt{7}$ أو $x=-\sqrt{7}$.

استعمال المساواة $\sqrt{a\times b}=\sqrt{a}\times\sqrt{b}$:

1 حساب ما يلي :

$$\sqrt{9\times 81}=\sqrt{9}\times\sqrt{81}=3\times 9=27$$
$$\sqrt{121\times 100}=\sqrt{121}\times\sqrt{100}=11\times 10=110$$
$$\sqrt{16\times 900}=\sqrt{16}\times\sqrt{900}=4\times 30=120$$
$$\sqrt{10^2\times 10^4}=\sqrt{10^2}\times\sqrt{10^4}=10\times 10^2=10^3=1000$$
$$\sqrt{\frac{1}{4}\times 10^6}=\sqrt{\frac{1}{4}}\times\sqrt{10^6}=\frac{1}{2}\times 10^3=\frac{1000}{2}=500$$
$$\sqrt{1,44\times 0,25}=\sqrt{1,44}\times\sqrt{0,25}=1,2\times 0,5=0,6$$

2 حساب ما يلي :

$$\sqrt{0,01\times 64}=\sqrt{0,01}\times\sqrt{64}=0,1\times 8=0,8$$
$$\sqrt{0,81\times 0,0001}=\sqrt{0,81}\times\sqrt{0,0001}=0,9\times 0,01=0,009$$
$$\sqrt{2,56\times 0,16}=\sqrt{2,56}\times\sqrt{0,16}=1,6\times 0,4=0,64$$
$$\sqrt{5,76\times 0,0144}=\sqrt{5,76}\times\sqrt{0,0144}=2,4\times 0,12=0,288$$

حلول التمارين | **صفحة 27 من الكتاب المدرسي**

1 حساب ما يلي :

$$\sqrt{2}\times\sqrt{50}=\sqrt{2\times 50}=\sqrt{100}=10$$
$$\sqrt{32}\times\sqrt{2}=\sqrt{32\times 2}=\sqrt{64}=8$$
$$\sqrt{3}\times\sqrt{48}=\sqrt{3\times 48}=\sqrt{144}=12$$
$$\sqrt{125}\times\sqrt{5}=\sqrt{125\times 5}=\sqrt{625}=25$$
$$\sqrt{0,04\times 0,09}=\sqrt{0,04}\times\sqrt{0,09}=0,2\times 0,3=0,06$$

استعمال المساواة : $\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}$

18 كتابة كل عدد على الشكل $a\sqrt{b}$ مع b أصغر ما يمكن:

$$\sqrt{8}=\sqrt{4\times2}=\sqrt{2^2\times2}=2\sqrt{2}$$
$$\sqrt{32}=\sqrt{16\times2}=\sqrt{4^2\times2}=4\sqrt{2}$$
$$\sqrt{75}=\sqrt{25\times3}=\sqrt{5^2\times3}=5\sqrt{3}$$
$$\sqrt{288}=\sqrt{144\times2}=\sqrt{12^2\times2}=12\sqrt{2}$$
$$\sqrt{300}=\sqrt{100\times3}=\sqrt{10^2\times3}=10\sqrt{3}$$
$$\sqrt{363}=\sqrt{121\times3}=\sqrt{11^2\times3}=11\sqrt{3}$$
$$\sqrt{6250}=\sqrt{625\times10}=\sqrt{25^2\times10}=25\sqrt{10}$$

19 كتابة كل عدد على الشكل $\sqrt{n}$:

$$4\sqrt{3}=\sqrt{16}\times\sqrt{3}=\sqrt{16\times3}=\sqrt{48}$$
$$2\sqrt{5}=\sqrt{4}\times\sqrt{5}=\sqrt{4\times5}=\sqrt{20}$$
$$7\sqrt{2}=\sqrt{49}\times\sqrt{2}=\sqrt{49\times2}=\sqrt{98}$$
$$5\sqrt{5}=\sqrt{25}\times\sqrt{5}=\sqrt{25\times5}=\sqrt{125}$$
$$2\sqrt{7}=\sqrt{4}\times\sqrt{7}=\sqrt{4\times7}=\sqrt{28}$$
$$3\sqrt{27}=\sqrt{9}\times\sqrt{27}=\sqrt{9\times27}=\sqrt{243}$$
$$4\sqrt{0,25}=\sqrt{16}\times\sqrt{0,25}=\sqrt{16\times0,25}=\sqrt{4}$$
$$0,9\sqrt{100}=\sqrt{0,81}\times\sqrt{100}=\sqrt{0,81\times100}=\sqrt{81}$$

استعمال المساواة $\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

20 كتابة كل عدد على شكل كسر :

$$\sqrt{\frac{49}{16}}=\frac{\sqrt{49}}{\sqrt{16}}=\frac{7}{4}$$
$$\sqrt{\frac{36}{81}}=\frac{\sqrt{36}}{\sqrt{81}}=\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$$
$$\sqrt{\frac{1}{324}}=\frac{\sqrt{1}}{\sqrt{324}}=\frac{1}{18}$$
$$\sqrt{\frac{12100}{900}}=\frac{\sqrt{12100}}{\sqrt{900}}=\frac{110}{30}=\frac{11}{3}$$
$$\sqrt{\frac{1}{2500}}=\frac{\sqrt{1}}{\sqrt{2500}}=\frac{1}{50}$$
$$\sqrt{\frac{4900}{32400}}=\frac{\sqrt{4900}}{\sqrt{32400}}=\frac{70}{180}=\frac{7}{180}$$

21 تبسيط كل عدد وإعطاء النتيجة على شكل كسر :

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{18}}=\sqrt{\frac{2}{18}}=\sqrt{\frac{1}{9}}=\frac{1}{3}$$
$$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{48}}=\sqrt{\frac{3}{48}}=\sqrt{\frac{1}{16}}=\frac{1}{4}$$
$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{32}}=\sqrt{\frac{2}{32}}=\sqrt{\frac{1}{16}}=\frac{1}{4}$$
$$\frac{\sqrt{400}}{\sqrt{900}}=\sqrt{\frac{400}{900}}=\sqrt{\frac{4}{9}}=\frac{2}{3}$$
$$\frac{\sqrt{6875}}{\sqrt{1100}}=\sqrt{\frac{6875}{1100}}=\sqrt{\frac{625}{100}}=\frac{25}{10}$$
$$\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{448}}=\sqrt{\frac{7}{448}}=\sqrt{\frac{1}{64}}=\frac{1}{8}$$

22 كتابة كل عدد على شكل نسبة مقامها عدد ناطق :

$$\frac{2}{\sqrt{3}}=\frac{2\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$$
$$\frac{1}{\sqrt{5}}=\frac{1\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$$
$$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{3}\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{6}}{2}$$
$$\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{42}}=\sqrt{\frac{6}{42}}=\sqrt{\frac{1}{7}}=\frac{1}{\sqrt{7}}=\frac{1\times\sqrt{7}}{\sqrt{7}\times\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{7}}{7}$$

23 كتابة كل عدد على شكل نسبة مقامها عدد ناطق :

$$\frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=\frac{\left(2+\sqrt{3}\right)\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{3}+3}{3}$$
$$\frac{\sqrt{5}-3}{\sqrt{5}}=\frac{\left(\sqrt{5}-3\right)\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\frac{5-3\sqrt{5}}{5}$$
$$\frac{2\sqrt{5}-2}{3\sqrt{7}}=\frac{\left(2\sqrt{5}-2\right)\times\sqrt{7}}{3\sqrt{7}\times\sqrt{7}}=\frac{2\sqrt{35}-2\sqrt{7}}{21}$$

$$\frac{2\sqrt{3}-6}{\sqrt{6}}=\frac{\left(2\sqrt{3}-6\right)\times\sqrt{6}}{\sqrt{6}\times\sqrt{6}}=\frac{2\sqrt{18}-6\sqrt{6}}{6}$$
$$=\frac{2\sqrt{9\times2}-6\sqrt{6}}{6}=\frac{6\sqrt{2}-6\sqrt{6}}{6}$$
$$=\frac{\cancel{6}\left(\sqrt{2}-\sqrt{6}\right)}{\cancel{6}}=\sqrt{2}-\sqrt{6}$$

24 تعيين العدد a في كل حالة :

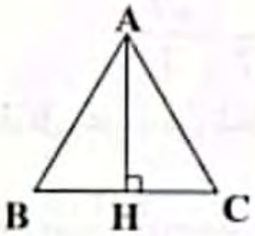
- $\sqrt{3}a=\frac{\sqrt{2}}{2}$ تعني أن: $a=\frac{\sqrt{2}}{2}\div\sqrt{3}$ أي: $a=\frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{3}}$ أي: $a=\frac{\sqrt{2}\times\sqrt{3}}{2\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{6}}{6}$
- $\frac{1}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{2}}{a}$ تعني أن: $a=\frac{\sqrt{2}\times\sqrt{5}}{1}$ أي: $a=\sqrt{10}$
- $\frac{a}{\sqrt{11}}=2-\sqrt{11}$ تعني أن: $a=\sqrt{11}\left(2-\sqrt{11}\right)$ أي: $a=2\sqrt{11}-11$
- $\frac{\sqrt{8}}{a}=\frac{-3\sqrt{15}}{\sqrt{3}}$ تعني أن: $a=\frac{\sqrt{8}\times\sqrt{3}}{-3\sqrt{15}}$ أي: $a=\frac{\sqrt{8}\times\cancel{\sqrt{3}}}{-3\sqrt{5}\times\cancel{\sqrt{3}}}$

أي: $a=\frac{\sqrt{8}\times\sqrt{5}}{-3\sqrt{5}\times\sqrt{5}}$

$a=-\frac{\sqrt{40}}{15}$ أي: $a=-\frac{2\sqrt{10}}{15}$

تمارين عامة :

25 تعيين القيمة المقربة إلى الجزء من 10 بالزيادة لمساحة المثلث ABC :



أولا : حساب طول الارتفاع AH :

بتطبيق خاصية فيثاغورث لدينا: $AH^2+BH^2=AB^2$ وعليه: $AH^2+(1)^2=4$

أي: $AH^2=3$ وبالتالي $AH=\sqrt{3}$ وعليه: $S_{ABC}=\frac{BC\times AH}{2}=\frac{2\times\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$

وبالتالي القيمة المقربة إلى $\frac{1}{10}$ بالزيادة لمساحة المثلث هي $1,8cm^2$.

26

1) كتابة الأعداد على الشكل $a\sqrt{3}$ حيث a عدد طبيعي :

$\sqrt{12}=\sqrt{4\times3}=\sqrt{2^2\times3}=2\sqrt{3}$

$\sqrt{75}=\sqrt{25\times3}=\sqrt{5^2\times3}=5\sqrt{3}$

$\sqrt{147}=\sqrt{49\times3}=\sqrt{7^2\times3}=7\sqrt{3}$

2) استنتاج كتابة مبسطة للعبارة A :

$A=2\sqrt{12}-4\sqrt{3}+\sqrt{75}-\sqrt{147}$

$A=2\times2\sqrt{3}-4\sqrt{3}+5\sqrt{3}-7\sqrt{3}$

$A=(4-4+5-7)\sqrt{3}$

$A=-2\sqrt{3}$

27

كتابة كلا من A و B على الشكل $a\sqrt{b}$:

$B=5\sqrt{24}+\sqrt{54}-3\sqrt{216}+2\sqrt{6}$

$B=5\sqrt{4\times6}+\sqrt{9\times6}-3\sqrt{36\times6}+2\sqrt{6}$

$B=5\times2\sqrt{6}+3\sqrt{6}-3\times6\sqrt{6}+2\sqrt{6}$

$B=(10+3-18+2)\sqrt{6}$

$B=-3\sqrt{6}$

$A=\sqrt{20}-3\sqrt{125}+4\sqrt{45}$

$A=\sqrt{4\times5}-3\sqrt{25\times5}+4\sqrt{9\times5}$

$A=\sqrt{2^2\times5}-3\sqrt{5^2\times5}+4\sqrt{3^2\times5}$

$A=2\sqrt{5}-3\times5\sqrt{5}+4\times3\sqrt{5}$

$A=(2-15+12)\sqrt{5}$

$A=-\sqrt{5}$

28 نشر وتبسيط العبارات :

أ) $\sqrt{3}\left(\sqrt{3}+2\right)=\sqrt{3}\times\sqrt{3}+\sqrt{3}\times2=3+2\sqrt{3}$

ب) $\left(5+\sqrt{7}\right)\left(\sqrt{7}-4\right)=5\left(\sqrt{7}-4\right)+\sqrt{7}\left(\sqrt{7}-4\right)$

$=5\sqrt{7}-20+7-4\sqrt{7}$

$=(5-4)\sqrt{7}-20+7$

$=\sqrt{7}-13$

$\left(2\sqrt{3}-\sqrt{5}\right)\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)=2\sqrt{3}\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)-\sqrt{5}\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)$

$=2\sqrt{3}\times\sqrt{5}+2\sqrt{3}\times\sqrt{3}-\left(\sqrt{5}\times\sqrt{5}+\sqrt{5}\times\sqrt{3}\right)$

$=2\sqrt{15}+2\times3-\left(5+\sqrt{15}\right)$

$=2\sqrt{15}+6-5-\sqrt{15}$

$=1+\sqrt{15}$

29 نشر وتبسيط ما يلي :

أ) $(\sqrt{5}+\sqrt{3})^2=(\sqrt{5})^2+(\sqrt{3})^2+2.\sqrt{5}.\sqrt{3}$

$=5+3+2\sqrt{15}$

$=8+2\sqrt{15}$

ب) $(\sqrt{7}+\sqrt{3})^2=(\sqrt{7})^2+(\sqrt{3})^2+2\times\sqrt{7}\times\sqrt{3}$

$=7+3+2\sqrt{21}$

$=10+2\sqrt{21}$

ج) $(\sqrt{25}-4)(\sqrt{25}+4)=(\sqrt{25})^2-(4)^2$

$=25-16$

$=9$

د)

$(2\sqrt{3}+3\sqrt{2})^2-5(6+\sqrt{6})=(2\sqrt{3})^2+(3\sqrt{2})^2+2(2\sqrt{3})(3\sqrt{2})-(30+5\sqrt{6})$

$=4\times3+9\times2+12\sqrt{3\times2}-30-5\sqrt{6}$

$=12+18-30+12\sqrt{6}-5\sqrt{6}$

$=7\sqrt{6}$

30 1) حساب ما يلي :

$A+B=7+\sqrt{32}+7-4\sqrt{2}$

$=14+\sqrt{16\times2}-4\sqrt{2}=14+4\sqrt{2}-4\sqrt{2}=14$

$A-B=7+\sqrt{32}-(7-4\sqrt{2})$

$=7+4\sqrt{2}-7+4\sqrt{2}$

$=8\sqrt{2}$

$A\times B=(7+\sqrt{32})(7-4\sqrt{2})$

$A\times B=(7+4\sqrt{2})(7-4\sqrt{2})$

$A\times B=(7)^2-(4\sqrt{2})^2$

$A\times B=49-16\times2$

$A\times B=49-32$

$A\times B=17$

2) كتابة $\frac{A}{B}$ على شكل نسبة مقامها عدد ناطق :

$$\frac{A}{B}=\frac{7+4\sqrt{2}}{7-4\sqrt{2}}=\frac{(7+4\sqrt{2})(7+4\sqrt{2})}{(7-4\sqrt{2})(7+4\sqrt{2})}$$

$$\frac{A}{B}=\frac{(7)^2+(4\sqrt{2})^2+2\times7\times4\sqrt{2}}{17}$$

$$\frac{A}{B}=\frac{49+32+56\sqrt{2}}{17}=\frac{81+56\sqrt{2}}{17}$$

حاول التمارين	صفحة 28 من الكتاب المدرسي

أوكد تعلماتي :

في كل حالة اختيار الإجابة أو الإجابات الصحيحة مع التبرير :

1) الجذر التربيعي للعدد 0,25 هو 0,5 لأن : $(0,5)^2=0,25$.

2) $\sqrt{3^2}$ يساوي 3 لأن $\sqrt{a^2}=a$ و a موجب.

3) $\sqrt{(-2)^2}$ يساوي 2 لأن $\sqrt{(-2)^2}=\sqrt{4}=2$

4) المعادلة $x^2=0,25$ تقبل حلين هما $-0,5$ و $0,5$

لأن: $x^2=0,25$ تعني $x^2=(0,5)^2$ أي $x=0,5$ أو $x=-0,5$.

5) المعادلة $x^2=(-1)^2$ تقبل حلين هما $x=1$ و $x=-1$.

6) المعادلة $x^2=-\sqrt{3}$ لا تقبل أي حل لأن : $-\sqrt{3}<0$ و $x^2\geq0$.

7) العدد $\sqrt{3^2\times7}$ يكتب على الشكل $3\sqrt{7}$ لأن : $\sqrt{a^2\times b}=a\sqrt{b}$.

8) العدد $\sqrt{\frac{9}{25}}$ يبسط على الشكل $\frac{3}{5}$ لأن: $\sqrt{\frac{9}{25}}=\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{25}}=\frac{3}{5}$

9) العدد $\sqrt{\frac{1}{28}}$ يكتب $\frac{1}{\sqrt{28}}$ أو $\frac{1}{2\sqrt{7}}$

لأن: $\sqrt{\frac{1}{28}}=\frac{\sqrt{1}}{\sqrt{28}}=\frac{1}{\sqrt{28}}=\frac{1}{\sqrt{4\times7}}=\frac{1}{2\sqrt{7}}$

10) المعادلة $x^2-7=0$ تقبل حلين هما $\sqrt{7}$ و $-\sqrt{7}$ لأن المعادلة $x^2-7=0$

تعني $x^2=7$ أي $x^2=\left(\sqrt{7}\right)^2$ ومنه $x=\sqrt{7}$ أو $x=-\sqrt{7}$.

11) المعادلة $-x^2-16=0$ لا تقبل أي حل لأن: $-x^2-16=0$ تعني: $x^2=-16$ و $-16<0$ و $x^2\geq 0$.

أدمج تعلماتي :

بفرض طول الزربية هو L وعرضها ℓ وبما أن طولها هو ضعف عرضها فإن $L=2l$ وبما أن مساحة الزربية $24m^2$ فإن: $2\ell\times\ell=24$ أي: $2\ell^2=24$

وبالتالي $\ell^2=12$ أي: $\ell^2=\left(\sqrt{12}\right)^2$ ومنه $\ell=\sqrt{12}$ لأن العرض موجب و $L=2\sqrt{12}$

إذن: طول الزربية هو $693cm$.

عرض الزربية هو $346cm$ بالتدوير إلى cm.

حلول التمارين | **صفحة 29 من الكتاب المدرسي**

أتعمق

1) استعمال حاسبة الحساب $x-y$:

$$x-y=\sqrt{2}-1,414213562373095$$
$$x-y=3,73095\times10^{-10}$$

$x\neq y$ لأن القيمة x هي قيمة مقربة لـ $\sqrt{2}$ بالنقصان إلى $\frac{1}{10^{15}}$

(2

$$a=\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}\approx 0,317837245$$
$$b=\sqrt{3}-\sqrt{2}\approx 0,317837245$$

نعم $a=b$ لأن :

$$a=\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}=\frac{1\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)}{\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)}=\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\left(\sqrt{3}\right)^2-\left(\sqrt{2}\right)^2}$$

$$a=\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{3-2}=\sqrt{3}-\sqrt{2}=b$$

1) طبيعة المثلث BCF قائم في B ومتساوي الساقين لأن $BF=BC$

المثلث EFC مثلث قائم في F.

2) حساب الطولين CF و CE:

بتطبيق خاصية فيثاغورث في المثلث BCF القائم في B نجد :

$$CF^2=BC^2+BF^2=(5)^2+(5)^2=50$$
$$CF=\sqrt{50}=\sqrt{5^2\times2}=5\sqrt{2}$$

من جهة أخرى وبتطبيق خاصية فيثاغورث في المثلث EFC القائم في F

$$EC^2=EF^2+FC^2=(5)^2+\left(\sqrt{50}\right)^2=25+50=75$$

وعليه : $EC=\sqrt{75}=\sqrt{25\times3}=5\sqrt{3}$

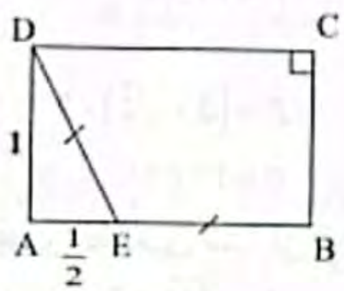
3) حساب القيمة المضبوطة للطول ED:

بتطبيق خاصية فيثاغورث لدينا :

$$ED^2=AE^2+AD^2=\left(\frac{1}{2}\right)^2+(1)^2$$
$$ED^2=\frac{1}{4}+1=\frac{5}{4}$$

وعليه : $ED=\sqrt{\frac{5}{4}}=\frac{\sqrt{5}}{2}$

2) إنشاء النقطتين B و C:



3) التحقق أن $AB=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$:

لدينا : $AB=AE+EB=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{5}}{2}=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

4) إعطاء ملخص لطريقة إنشاء العدد الذهبي باستعمال المسطرة والمدور:

– رسم مثلث ABC قائم في A حيث: $AB=\frac{1}{2}$ و $AC=1$.

– رسم دائرة مركزها B ونصف قطرها BC تقطع نصف المستقيم $[AB)$ في النقطة E حيث: $AE=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

1) حساب الطول BC بدلالة x:

بتطبيق خاصية فيثاغورث على المثلث ABC القائم في A نجد :

$BC^2=AB^2+AC^2$ أي: $BC^2=x^2+x^2$ وعليه : $BC^2=2x^2$

وبالتالي $BC=\sqrt{2x^2}=\sqrt{2}x$

2) التعبير عن محيط المثلث ABC بدلالة x:

$$P=AB+AC+BC$$
$$P=x+x+\sqrt{2}x$$
$$P=\left(1+1+\sqrt{2}\right)x$$
$$P=\left(2+\sqrt{2}\right)x$$

3) حساب المدور إلى $\frac{1}{100}$ لـ P في كل حالة :

الحالة الأولى: $x=3cm$:

$$P=\left(2+\sqrt{2}\right)\times 3$$
$$P\approx 10,24$$

الحالة الثانية: $x=5cm$

$$P=\left(2+\sqrt{2}\right)\times 5$$
$$P=17,07$$

35 1) حصر العددين بين عددين طبيعيين متتاليين :

$$6<\sqrt{41}<7$$
$$10<\sqrt{113}<11$$

2) استعمال الحاسبة لإعطاء المدوّر إلى $\frac{1}{100}$ لكل عدد مما يلي :

$\sqrt{7}+3\approx 5,65$ ، $\sqrt{7}+\sqrt{11}\approx 5,96$ ، $\frac{15}{3+\sqrt{2}}\approx 3,40$ ، $\sqrt{54}\approx 7,35$

1) كتابة كلا من العددين x^2 و y^2 على الشكل $a+b\sqrt{3}$:

$$x^2=\left(\sqrt{3+\sqrt{27}}\right)^2=3+\sqrt{27}=3+\sqrt{9\times 3}$$
$$x^2=3+3\sqrt{3}$$
$$y^2=\left(\sqrt{-3+\sqrt{12}}\right)^2=\sqrt{12}-3=\sqrt{4\times 3}-3$$
$$y^2=2\sqrt{3}-3$$

ب) كتابة العدد z^2 على شكل $a\sqrt{3}$:

$$z^2=\left(\sqrt{\sqrt{75}}\right)^2=\sqrt{75}=\sqrt{25\times 3}=5\sqrt{3}$$

2) إثبات أن المثلث قائم :

لدينا : $x^2+y^2=3+3\sqrt{3}+2\sqrt{3}-3=5\sqrt{3}=z^2$

حسب الخاصية العكسية لفيثاغورث المثلث قائم.

36 1) نبين أن A عدد طبيعي :

لدينا : $A=3\sqrt{8}\times\sqrt{2}$ ومنه : $A=3\sqrt{8\times 2}$ أي: $A=3\sqrt{16}$

وعليه : $A=3\times 4$ وبالتالي $A=12$ وهو عدد طبيعي.

2) كتابة العدد B على شكل $a\sqrt{3}$ حيث a عدد طبيعي :

لدينا: $B=2\sqrt{27}-2\sqrt{3}+\sqrt{12}$ ومنه : $B=2\sqrt{9\times 3}-2\sqrt{3}+\sqrt{4\times 3}$

أي: $B=6\sqrt{3}-2\sqrt{3}+2\sqrt{3}$ ومنه : $B=6\sqrt{3}$.

3) نبين أن : $\frac{A}{B}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$

لدينا: $\frac{A}{B}=\frac{12}{6\sqrt{3}}$ ومنه : $\frac{A}{B}=\frac{12\times\sqrt{3}}{6\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$ أي : $\frac{A}{B}=\frac{12\sqrt{3}}{18}$

أي: $\frac{A}{B}=\frac{\cancel{6}\times 2\sqrt{3}}{\cancel{6}\times 3}$

ومنه : $\frac{A}{B}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

1) حساب A ثم كتابته على الشكل العشري:

$$A=\frac{3}{5}+\frac{2}{5}\times\frac{7}{4}=\frac{3}{5}+\frac{2\times7}{5\times4}=\frac{3}{5}+\frac{14}{20}=\frac{3\times4}{5\times4}+\frac{14}{20}$$

$$A=\frac{12}{20}+\frac{14}{20}=\frac{26}{20}=\frac{26\div2}{20\div2}=\frac{13}{10}$$

الشكل العشري للعدد A : $A=1,3$.

2) إعطاء الكتابة العلمية للعدد B :

$$B=\frac{1,2\times10^{-2}\times7}{12,5\times10^{3}}=\frac{1,2\times7}{12,5}\times10^{-2}\times10^{-3}$$

$$B=0,672\times10^{-2-3}=6,72\times10^{-1}\times10^{-5}$$

$$B=6,72\times10^{-6}$$

3) كتابة C على أبسط شكل ممكن:

لدينا: $\sqrt{175}=\sqrt{25\times7}=\sqrt{5^2\times7}=5\sqrt{7}$

$\sqrt{112}=\sqrt{16\times7}=\sqrt{4^2\times7}=4\sqrt{7}$

$$C=\sqrt{175}-\sqrt{112}+6\sqrt{7}=5\sqrt{7}-4\sqrt{7}+6\sqrt{7}$$

$$C=(5-4+6)\sqrt{7}=7\sqrt{7}$$

3- الحساب الحرفي

تحدّ: صفحة 31 من الكتاب المدرسي

تحديد قيمة x التي من أجلها يكون المثلث ABC قائما في A :

لدينا : $AB^2=(x+1)^2=x^2+2x+1$; $AC^2=(x+2)^2=x^2+4x+4$

$BC^2=(x+3)^2=x^2+6x+9$

حتى يكون المثلث ABC قائما في A يجب أن يكون : $AB^2+AC^2=BC^2$

وعليه: $(x+1)^2+(x+2)^2=(x+3)^2$

أي: $x^2+2x+1+x^2+4x+4=x^2+6x+9$

ومنه: $2x^2+6x+5=x^2+6x+9$

أي : $2x^2+6x-x^2-6x=9-5$

أي: $x^2=4$ ومنه : $x^2=(2)^2$

وعليه: $x=2$ و $x=-2$ مرفوض لأن : $AB>0$

وبالتالي حتى يكون المثلث ABC قائما في A يجب أن يكون : $x=2$.

أستعد :

أصحيح أم خاطئ مع التبرير :

1) من أجل $x=0$ العبارة $3x-3$ تساوي 0 خاطئ

لأن : $3\times0-3=0-3=-3$

2) من أجل $x=\sqrt{3}$ العبارة x^2-3 تساوي 0. صحيح

لأن : $\left(\sqrt{3}\right)^2-3=3-3=0$

3) نشر العبارة $-2\times(a-1)$ هو $-2a+2$. صحيح

لأن: $-2\times(a-1)=-2\times a-2\times(-1)=-2a+2$

4) نشر العبارة $4(2-b)$ هو $8-b$. خاطئ

لأن : $4(2-b)=4\times2-4\times b=8-4b$

5) نشر العبارة $(1+x)(1+y)$ هو $1+xy$. خاطئ

لأن: $(1+x)(1+y)=1(1+y)+x(1+y)=1+y+x+xy$

6) نشر العبارة $(1-x)(1-y)$ هو $1-x-y-xy$. خاطئ

لأن: $(1-x)(1-y)=1(1-y)-x(1-y)=1-y-x+xy$

7) العبارة $3a+\sqrt{3}$ تساوي $3\left(a+\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$ صحيح لأن:

$$3a+\sqrt{3}=3a+3\times\frac{\sqrt{3}}{3}=3\left(a+\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$$

8) العبارة $16-\frac{1}{2}x$ تساوي $\frac{1}{2}(8-x)$. خاطئ

لأن: $16-\frac{1}{2}x=\frac{1}{2}\times 32-\frac{1}{2}x=\frac{1}{2}(32-x)$

9) العبارة x^2+3x تساوي $x(x+3)$. صحيح

لأن: $x^2+3x=x\times x+3x=x(x+3)$

10) العبارة $\sqrt{2}x+2\sqrt{2}$ تساوي $3\sqrt{2}x$. خاطئ

لأن: $\sqrt{2}x+2\sqrt{2}=\sqrt{2}(x+2)$

حلول التمارين | **صفحة 37 من الكتاب المدرسي**

أوظف تعلّماتي :

1 نشر وتبسيط كل عبارة مما يلي :

$A=2(5x-1)$
$A=2\times 5x-2\times 1$
$A=10x-2$

$B=-3(3-x)$
$B=-3\times 3-3\times(-x)$
$B=-9+3x$

$C=\frac{2}{5}\left(-20x+\frac{15}{2}\right)$
$C=\frac{2}{5}\times(-20x)+\frac{2}{5}\times\left(\frac{15}{2}\right)$
$C=\frac{-40x}{5}+\frac{30}{10}$
$C=-8x+3$

$D=-4\left(7-\frac{3}{2}x\right)$
$D=-4\times 7-4\times\left(\frac{-3}{2}x\right)$
$D=-28+\frac{12}{2}x$
$D=-28+6x$

2

1) حساب قيمة A من أجل $x=0$:

$A=(0+2)(3\times 0-1)$
$A=2\times(-1)$
$A=-2$

2) نشر العبارة A وتبسيطها :

$A=(x+2)(3x-1)$
$A=x(3x-1)+2(3x-1)$
$A=3x^2-x+6x-2$
$A=3x^2+5x-2$

ا) حساب قيمة A من أجل $x=0$: $A=3(0)^2+5\times 0-2=-2$ وجدت نفس النتيجة.

3 نشر وتبسيط كل عبارة :

$K=(2x+1)(x+2)$
$K=2x(x+2)+1(x+2)$
$K=2x^2+4x+x+2$
$K=2x^2+5x+2$

$L=(3x+2)(4x-5)$
$L=3x(4x-5)+2(4x-5)$
$L=12x^2-15x+8x-10$
$L=12x^2-7x-10$

$P=(-x-2)(5-x)$
$P=-x(5-x)-2(5-x)$
$P=-5x+x^2-10+2x$
$P=x^2-3x-10$

$M=(x-7)(1-x)$
$M=x(1-x)-7(1-x)$
$M=x-x^2-7+7x$
$M=-x^2+8x-7$

4 1- التحقق أنه من أجل $x=3$ فإن $A=21$:

$$A=\left(\frac{2}{3}\times 3+5\right)\left(4-\frac{1}{3}\times 3\right)$$
$$A=(2+5)(4-1)=7\times 3$$
$$A=21$$

2- نشر وتبسيط العبارة A:

$$A=\left(\frac{2}{3}x+5\right)\left(4-\frac{1}{3}x\right)$$
$$A=\frac{8}{3}x-\frac{2}{9}x^2+20-\frac{5}{3}x$$
$$A=-\frac{2}{9}x^2+\left(\frac{8}{3}-\frac{5}{3}\right)x+20$$
$$A=-\frac{2}{9}x^2+x+20$$

3- التحقق من قيمة A من أجل $x=3$ مرّة ثانية :

$$A=-\frac{2}{9}(3)^2+3+20$$
$$A=-\frac{2}{9}\times 9+23$$
$$A=-2+23$$
$$A=21$$

5 نشر كل عبارة ثم تبسيطها :

$$C=\left(\frac{4}{3}x-2\right)\left(\frac{3}{2}x-\frac{1}{4}\right)$$
$$C=\frac{4}{3}x\left(\frac{3}{2}x-\frac{1}{4}\right)-2\left(\frac{3}{2}x-\frac{1}{4}\right)$$
$$C=\frac{12}{6}x^2-\frac{4}{12}x-3x+\frac{1}{2}$$
$$C=2x^2-\frac{4}{12}x-\frac{36}{12}x+\frac{1}{2}$$
$$C=2x^2-\frac{40}{12}x+\frac{1}{2}$$
$$C=2x^2-\frac{10}{3}x+\frac{1}{2}$$

$$B=\left(2x+\frac{1}{5}\right)\left(x+\frac{2}{5}\right)$$
$$B=2x\left(x+\frac{2}{5}\right)+\frac{1}{5}\left(x+\frac{2}{5}\right)$$
$$B=2x^2+\frac{4}{5}x+\frac{1}{5}x+\frac{2}{25}$$
$$B=2x^2+x+\frac{2}{25}$$

6 كلا، الإجابة الثانية هي الإجابة الصحيحة :

$$P=3(x-1)-(x+1)(4x-3)$$
$$P=3x-3-\left(4x^2-3x+4x-3\right)$$
$$P=3x-3-4x^2+3x-4x+3$$
$$P=-4x^2+2x$$

7 نشر وتبسيط العبارات :

$$S=-(a+2)-(3a-5)(2a-4)$$
$$S=-a-2-\left(6a^2-12a-10a+20\right)$$
$$S=-a-2-6a^2+12a+10a-20$$
$$S=-6a^2+21a-22$$

$$R=a-3-2(a+3)$$
$$R=a-3-2a-6$$
$$R=-a-9$$

$$T=(a+3)\left(a+\frac{1}{3}\right)-(a+2)\left(a-\frac{1}{2}\right)$$
$$T=a\left(a+\frac{1}{3}\right)+3\left(a+\frac{1}{3}\right)-\left[a\left(a-\frac{1}{2}\right)+2\left(a-\frac{1}{2}\right)\right]$$
$$T=a^2+\frac{1}{3}a+3a+1-\left[a^2-\frac{1}{2}a+2a-1\right]$$
$$T=a^2+\frac{1}{3}a+3a+1-a^2+\frac{1}{2}a-2a+1$$
$$T=\frac{1}{3}a+a+\frac{1}{2}a+2$$
$$T=\frac{2}{6}a+\frac{6}{6}a+\frac{3}{6}a+2$$
$$T=\frac{11}{6}a+2$$

8

1) شرح عمل كل من رياض وإيمان :

قام رياض بتوزيع (-5) على $(x+2)$ بينما قامت إيمان بنشر الجداء $(x+2)(3x-1)$

2) إكمال عمل كل منهما :

رياض:

$$A=-5(x+2)(3x-1)$$
$$A=(-5x-10)(3x-1)$$
$$A=-5x(3x-1)-10(3x-1)$$
$$A=-15x^2+5x-30x+10$$
$$A=-15x^2-25x+10$$

إيمان:

$$A=-5(x+2)(3x-1)$$
$$A=-5\left(3x^2-x+6x-2\right)$$
$$A=-15x^2+5x-30x+10$$
$$A=-15x^2-25x+10$$

نلاحظ أن النتيجتين متساويتين.

الجداءات الشهيرة :

9 نشر كل عبارة ثم تبسيطها :

$$A=(x+5)^2$$
$$A=(x)^2+2(x)(5)+(5)^2$$
$$A=x^2+10x+25$$

$$B=(x+0,3)^2$$
$$B=(x)^2+2x(0,3)+(0,3)^2$$
$$B=x^2+0,6x+0,09$$

$$C=\left(x+\frac{2}{3}\right)^2$$

$$C=(x)^2+2x\left(\frac{2}{3}\right)+\left(\frac{2}{3}\right)^2$$

$$C=x^2+\frac{4}{3}x+\frac{4}{9}$$

10 نشر كل عبارة ثم تبسيطها :

$$A=(4x+1)^2$$
$$A=(4x)^2+2(4x)(1)+(1)^2$$
$$A=16x^2+8x+1$$

$$B=(2x+0,5)^2$$
$$B=(2x)^2+2(2x)(0,5)+(0,5)^2$$
$$B=4x^2+2x+0,25$$

$$C=\left(3x+\frac{5}{3}\right)^2$$

$$C=(3x)^2+2(3x)\left(\frac{5}{3}\right)+\left(\frac{5}{3}\right)^2$$

$$C=9x^2+10x+\frac{25}{9}$$

11 حساب ذهنيا دون وضع العملية كل عدد مما يلي :

$$31^2=(30+1)^2=(30)^2+2(30)(1)+(1)^2$$
$$=900+60+1=961$$

$$(105)^2=(100+5)^2=(100)^2+2(100)(5)+(5)^2$$
$$=10000+1000+25$$
$$=11025$$

$$(1009)^2=(1000+9)^2=(1000)^2+2(1000)(9)+(9)^2$$
$$=1000000+18000+81$$
$$=1018081$$

12 نقل وإتمام المساوات التالية :

1) $x^2+6x+9=(x+3)^2$

2) $9x^2+6x+1=(3x+1)^2$

3) $x^2+10x+25=(x+5)^2$

1 نشر كل عبارة ثم تبسيطها :

$$A=(x-4)^2$$
$$A=(x)^2-2(x)(4)+(4)^2$$
$$A=x^2-8x+16$$

$$B=(x-1,5)^2$$
$$B=(x)^2-2x(1,5)+(1,5)^2$$
$$B=x^2-3x+2,25$$

$$C=\left(x-\frac{5}{11}\right)^2$$

$$C=(x)^2-2x\left(\frac{5}{11}\right)+\left(\frac{5}{11}\right)^2$$

$$C=x^2-\frac{10}{11}x+\frac{25}{121}$$

2 نشر كل عبارة ثم تبسيطها :

$$A=(2x-3)^2$$
$$A=(2x)^2-2(2x)(3)+(3)^2$$
$$A=4x^2-12x+9$$

$$B=(5x-1,4)^2$$
$$B=(5x)^2-2(5x)(1,4)+(1,4)^2$$
$$B=25x^2-14x+1,96$$

$$C=\left(\frac{4}{3}x-\frac{3}{5}\right)^2$$

$$C=\left(\frac{4}{3}x\right)^2-2\left(\frac{4}{\cancel{3}}x\right)\left(\frac{\cancel{3}}{5}\right)+\left(\frac{3}{5}\right)^2$$

$$C=\frac{16}{9}x^2-\frac{8}{5}x+\frac{9}{25}$$

3 نشر وتبسيط العبارتين :

$$A=(3x-4)^2+(x-3)^2$$
$$A=(3x)^2-2(3x)(4)+(4)^2+(x)^2-2(x)(3)+(3)^2$$
$$A=9x^2-24x+16+x^2-6x+9$$
$$A=10x^2-30x+25$$

$$B=4(1-2x)^2+(4x-1)^2$$
$$B=4\left[(1)^2-2(1)(2x)+(2x)^2\right]+(4x)^2-2(4x)(1)+(1)^2$$
$$B=4-16x+16x^2+16x^2-8x+1$$
$$B=32x^2-24x+5$$

16 نشر كل عبارة ثم تبسيطها :

$$D=(5x+1)^2+5(x-1)^2$$
$$D=(5x)^2+2(5x)(1)+(1)^2+5\left[x^2-2x(1)+(1)^2\right]$$
$$D=25x^2+10x+1+5(x^2-2x+1)$$
$$D=25x^2+10x+1+5x^2-10x+5$$
$$D=30x^2+6$$
$$E=(3x-4)^2-4(1-x)^2$$
$$E=(3x)^2-2(3x)(4)+(4)^2-4\left[1^2-2\times1\times x+x^2\right]$$
$$E=9x^2-24x+16-4(1-2x+x^2)$$
$$E=9x^2-24x+16-4+8x-4x^2$$
$$E=5x^2-16x+12$$

17 نشر وتبسيط العبارات :

$$A=(x+7)(x-7)$$
$$A=(x)^2-(7)^2$$
$$A=x^2-49$$

$$B=(x+0,2)(x-0,2)$$
$$B=(x)^2-(0,2)^2$$
$$B=x^2-0,04$$

$$C=\left(x-\frac{1}{3}\right)\left(x+\frac{1}{3}\right)$$
$$C=(x)^2-\left(\frac{1}{3}\right)^2$$
$$C=x^2-\frac{1}{9}$$

18 نشر وتبسيط العبارات :

$$A=(3x+5)(3x-5)$$
$$A=(3x)^2-(5)^2$$
$$A=9x^2-25$$

$$B=(1,5+2x)(1,5-2x)$$
$$B=(1,5)^2-(2x)^2$$
$$B=2,25-4x^2$$

$$C=\left(\frac{\sqrt{2}}{5}x-\frac{1}{3}\right)\left(\frac{\sqrt{2}}{5}x+\frac{1}{3}\right)$$
$$C=\left(\frac{\sqrt{2}}{5}x\right)^2-\left(\frac{1}{3}\right)^2$$
$$C=\frac{2}{25}x^2-\frac{1}{9}$$

19 1- نشر العبارة A وتبسيطها :

$$A=x^2-(x-1)(x+1)$$
$$A=x^2-\left[(x)^2-(1)^2\right]$$
$$A=x^2-x^2+1$$
$$A=1$$

2/ إعطاء نتيجة ما يلي دون حساب :

$$B=978654321^2-978654320\times978654322$$
$$B=1$$

بوضع : $x=978654321$ وعليه : $x-1=978654320$ ، $x+1=978654322$

$$C=999888777^2-999888778\times999888776$$
$$C=1$$

بوضع : $x=999888777$ ، $x-1=999888776$ ، $x+1=999888778$

20 التحليل :

1) تحليل العبارة A إلى جداء عاملين :

$$A=x^2-5x$$
$$A=x\times x-5x$$
$$A=x(x-5)$$

2) تحليل العبارة B إلى جداء عاملين :

$$B=(x+3)(1-2x)+5(1-2x)$$
$$B=(1-2x)(x+3+5)$$
$$B=(1-2x)(x+8)$$

3) تحليل العبارة C إلى جداء عاملين :

$$C=(1+x)(x-5)-(1+2x)(1+x)$$
$$C=(1+x)[(x-5)-(1+2x)]$$
$$C=(1+x)(x-5-1-2x)$$
$$C=(1+x)(-6-x)$$

21 1) حساب من أجل $x=0$ قيمة A في العبارة المعطاة وفي النتيجة :

$$A=(0-1)(0+2)+0(0+2)-(0+2)$$
$$A=(-1)(2)+0-2$$
$$A=-4$$

النتيجة المتحصل عليها :

$$A=(0+2)(2\times 0-1)$$
$$A=2(-1)=-2$$

استنتج أن تحليل العبارة خاطئ.

2) كتابة التحليل الصحيح للعبارة A :

$$A=(x-1)(x+2)+x(x+2)-(x+2)$$
$$A=(x+2)(x-1+x-1)$$
$$A=(x+2)(2x-2)$$

22 تحليل كل عبارة مما يلي :

$$D=(x+7)(x-3)-(x-3)$$
$$D=(x-3)(x+7-1)$$
$$D=(x-3)(x+6)$$

$$C=5x(2x+1)+(2x+1)$$
$$C=(2x+1)(5x+1)$$

$$E=(x+1)(x-4)-x+4$$
$$E=(x+1)(x-4)-(x-4)$$
$$E=(x-4)(x+1-1)$$
$$E=x(x-4)$$

23 تحليل كل عبارة مما يلي :

$$A=2x+6 \qquad B=7x-21 \qquad C=x^2-3x$$
$$A=2x+2\times 3 \qquad B=7x-7\times 3 \qquad C=x\times x-3x$$
$$A=2(x+3) \qquad B=7(x-3) \qquad C=x(x-3)$$

24 تحليل كل عبارة مما يلي :

$$D=(x-\sqrt{2})(4x+3)-(x+2)(x-\sqrt{2})$$
$$D=(x-\sqrt{2})[(4x+3)-(x+2)]$$
$$D=(x-\sqrt{2})(4x+3-x-2)$$
$$D=(x-\sqrt{2})(3x+1)$$

$$E=(2-5x)\left(x-\frac{2}{3}\right)+(2-5x)\left(x-\frac{4}{3}\right)$$
$$E=(2-5x)\left(x-\frac{2}{3}+x-\frac{4}{3}\right)$$
$$E=(2-5x)(2x-2)$$

25 تحليل كل عبارة مما يلي :

$$F=2x\left(\frac{2}{7}-x\right)+\left(\frac{2}{7}-x\right)\left(\frac{5x-4}{3}\right)$$
$$F=\left(\frac{2}{7}-x\right)\left(2x+\frac{5x}{3}-\frac{4}{3}\right)=\left(\frac{2}{7}-x\right)\left(\frac{11}{3}x-\frac{4}{3}\right)$$

$$G=(1,2x-3,5)(3,7+x)-(0,2x-6,5)(3,7+x)+(3,7+x)$$
$$G=(3,7+x)(1,2x-3,5-0,2x+6,5+1)$$
$$G=(3,7+x)(x+4)$$

داول التمارين | **صفحة 39 من الكتاب المدرسي**

27 تحليل العبارة باستعمال المتطابقة $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$

$$A=x^2+6x+9 \qquad B=4x^2+20x+25$$
$$A=x^2+2(x)(3)+(3)^2 \qquad B=(2x)^2+2(2x)(5)+(5)^2$$
$$A=(x+3)^2 \qquad B=(2x+5)^2$$

$$C=9x^2+42x+49 \qquad D=1+8x+16x^2$$
$$C=(3x)^2+2(3x)(7)+7^2 \qquad D=(1)^2+2(1)(4x)+(4x)^2$$
$$C=(3x+7)^2 \qquad D=(1+4x)^2$$

27 تحليل العبارات باستعمال المتطابقة $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$:

$A=x^2-10x+25$

$A=(x)^2-2(x)(5)+(5)^2$

$A=(x-5)^2$

$B=9x^2-12x+4$

$B=(3x)^2-2(3x)(2)+(2)^2$

$B=(3x-2)^2$

$C=81x^2-18x+1$

$C=(9x)^2-2(9x)(1)+(1)^2$

$C=(9x-1)^2$

$D=9-6x+x^2$

$D=(3)^2-2(3)(x)+(x)^2$

$D=(3-x)^2$

28 حساب ذهنيا دون وضع العملية كل عدد مما يلي :

أ)

$101\times99=(100+1)(100-1)$

$101\times99=(100)^2-(1)^2$

$101\times99=10000-1$

$101\times99=9999$

$21\times19=(20+1)(20-1)$

$21\times19=20^2-1^2$

$21\times19=400-1$

$21\times19=399$

$1008\times992=(1000+8)(1000-8)$

$1008\times992=(1000)^2-(8)^2$

$1008\times992=1000000-64$

$1008\times992=999936$

ب)

$98^2-2^2=(98+2)(98-2)$

$98^2-2^2=100\times96$

$98^2-2^2=9600$

$408^2-407^2=(408-407)(408+407)$

$408^2-407^2=1\times815$

$408^2-407^2=815$

$777^2-223^2=(777+223)(777-223)$

$777^2-223^2=1000\times554$

$777^2-223^2=554000$

29 نقل المساويات وأتممها باستعمال المتطابقات الشهيرة :

1) $x^2+6x+9=(x+3)^2$

2) $36x^2-12x+1=(6x-1)^2$

3) $x^2-10x+25=(x-5)^2$

4) $x^2-81=(x+9)(x-9)$

30 تحليل إلى جداء عوامل العبارات التالية :

$A=9x^2+24x+16$

$A=(3x)^2+2(3x)(4)+(4)^2$

$A=(3x+4)^2$

$B=121-22x+x^2$

$B=(11)^2-2(11)(x)+(x)^2$

$B=(11-x)^2$

31 تحليل العبارات التالية إلى جداء عاملين :

$R=\frac{1}{9}x^2+\frac{1}{3}x+\frac{1}{4}$

$R=\left(\frac{1}{3}x\right)^2+2\left(\frac{1}{3}x\right)\left(\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}\right)^2$

$R=\left(\frac{1}{3}x+\frac{1}{2}\right)^2$

$S=\frac{25}{9}x^2-\frac{5}{2}x+\frac{9}{16}$

$S=\left(\frac{5}{3}x\right)^2-2\left(\frac{5}{3}x\right)\left(\frac{3}{4}\right)+\left(\frac{3}{4}\right)^2$

$S=\left(\frac{5}{3}x-\frac{3}{4}\right)^2$

32 تحليل العبارة باستعمال المتطابقة $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$:

$A=(3-2x)^2-9$

$A=(3-2x)^2-(3)^2$

$A=(3-2x+3)(3-2x-3)$

$A=(6-2x)(-2x)$

$B=\frac{1}{4}-\left(x+\frac{3}{2}\right)^2$

$B=\left(\frac{1}{2}\right)^2-\left(x+\frac{3}{2}\right)^2$

$B=\left(\frac{1}{2}+x+\frac{3}{2}\right)\left(\frac{1}{2}-x-\frac{3}{2}\right)$

$B=(x+2)(-x-1)$

$C=(x+2)^2-(3x-1)^2$

$C=[(x+2)+(3x-1)][(x+2)-(3x-1)]$

$C=(x+2+3x-1)(x+2-3x+1)=(4x+1)(-2x+3)$

33 1- تحليل العبارات :

$A=(2-x)^2-4x^2$

$A=(2-x)^2-(2x)^2$

$A=(2-x+2x)(2-x-2x)$

$A=(2+x)(2-3x)$

$B=(2x+3)^2-(x+1)^2$

$B=[(2x+3)+(x+1)][(2x+3)-(x+1)]$

$B=(2x+3+x+1)(2x+3-x-1)$

$B=(3x+4)(x+2)$

2) نشر وتبسيط العبارتين A و B ثم حساب كلا من $A+B$ و $A-B$:

$A=(2+x)(2-3x)$ $\qquad$ $B=(3x+4)(x+2)$

$A=2(2-3x)+x(2-3x)$ $\qquad$ $B=3x(x+2)+4(x+2)$

$A=4-6x+2x-3x^2$ $\qquad$ $B=3x^2+6x+4x+8$

$A=-3x^2-4x+4$ $\qquad$ $B=3x^2+10x+8$

$$A+B=-3x^2-4x+4+3x^2+10x+8$$

$$A+B=6x+12$$

$$A-B=-3x^2-4x+4-(3x^2+10x+8)$$

$$A-B=-3x^2-4x+4-3x^2-10x-8$$

$$A-B=-6x^2-14x-4$$

34 1) التحقق أن مساحة المثلث ABC تساوي $2x^2+8x$:

لدينا :

$$S_{ABC}=\frac{AB\times BC}{2}=\frac{4x(x+4)}{2}$$

$$=2x(x+4)=2x^2+8x$$

حساب هذه المساحة من أجل $x=1$:

$$S_{ABC}=2(1)^2+8\times1=2+8=10$$

2) التعبير عن AC^2 بدلالة x وكتابة العبارة على شكل نشر مبسط :

بتطبيق خاصية فيثاغورث لدينا : $AC^2=AB^2+BC^2$ وعليه :

$$AC^2=(x+4)^2+(4x)^2$$

$$AC^2=x^2+2x(4)+(4)^2+16x^2$$

$$AC^2=x^2+8x+16+16x^2$$

$$AC^2=17x^2+8x+16$$

3) حساب الطول AC من أجل $x=2$:

$$AC^2=17(2)^2+8\times2+16$$

$$AC^2=68+32=100$$

وعليه : $AC=\sqrt{100}=10$

أؤكد تعلماتي :

في كل حالة اختيار الإجابة أو الإجابات الصحيحة مع التبرير :

1) نشر الجداء $2x(x+2)$ هو $2x^2+4x$ لأن :

$$2x(x+2)=2x\times x+2x\times2=2x^2+4x$$

2) نشر الجداء $(-x)(1-x)$ هو x^2-x لأن :

$$(-x)(1-x)=-x\times1-x(-x)=-x+x^2=x^2-x$$

3) نشر الجداء $(4+x)(1-x)$ هو $4-3x-x^2$ لأن :

$$(4+x)(1-x)=4(1-x)+x(1-x)$$

$$=4-4x+x-x^2$$

$$=4-3x-x^2$$

4) تحليل العبارة $ab+b$ هو $(a+1)b$ لأن :

$$ab+b=ab+1\times b=(a+1)b$$

5) تحليل العبارة $\sqrt{2}x+2$ هو $\sqrt{2}(x+\sqrt{2})$ لأن :

$$\sqrt{2}x+2=\sqrt{2}x+\sqrt{2}\times\sqrt{2}=\sqrt{2}(x+\sqrt{2})$$

6) تحليل العبارة $a-ab$ هو $a(1-b)$ لأن :

$$a-ab=a\times1-a\times b=a(1-b)$$

7) نشر العبارة $(\sqrt{3}+x)^2$ هو $3+2\sqrt{3}x+x^2$ لأن :

$$(\sqrt{3}+x)^2=(\sqrt{3})^2+2(\sqrt{3})(x)+(x)^2$$

$$=3+2\sqrt{3}x+x^2$$

8) نشر العبارة $(1-\sqrt{2}x)^2$ هو $1-2\sqrt{2}x+2x^2$ لأن :

$$(1-\sqrt{2}x)^2=(1)^2-2(1)(\sqrt{2}x)+(\sqrt{2}x)^2$$

$$=1-2\sqrt{2}x+2x^2$$

9) العبارة x^2+25 لا تقبل تحليلا لأنها عبارة عن مجموع مربعين.

10) العبارة $x^2+10x+25$ تحلل على الشكل $(x+5)^2$ لأن :

$$x^2+10x+25=x^2+2(x)(5)+(5)^2$$
$$=(x+5)^2$$

11) العبارة x^2-25 تحلل على الشكل $(x-5)(x+5)$ لأن :

$$x^2-25=x^2-5^2$$
$$=(x-5)(x+5)$$

12) العبارة $x^2-10x+25$ تحلل على الشكل $(x-5)^2$ لأن :

$$x^2-10x+25=x^2-2(x)(5)+(5)^2$$
$$=(x-5)^2$$

13) الجداء 21×19 يساوي 399 لأن:

$$21\times19=(20+1)(20-1)$$
$$21\times19=(20)^2-(1)^2$$
$$21\times19=400-1$$
$$21\times19=399$$

أدمج تعلماتي :

تعيين قيمة x حتى تكون مساحة الشريط تساوي $44cm^2$:

مساحة الشريط بدلالة x:

$$S=4x^2+4\times10x$$
$$S=4x^2+40x$$

لأن الشريط يتكون من 4 مربعات طول ضلعها x و 4 مستطيلات طولها 10 وعرضها x:

بما أن : $S=44$ فإن : $4x^2+40x=44$

ومنه : $4x^2+40x-44=0$ بالقسمة على 4 نجد : $x^2+10x-11=0$

من المعطيات : $(x-1)(x+11)=0$

أي : $x-1=0$ أو $x+11=0$

$x=1$ أو $x=-11$ مرفوض

وبالتالي قيمة x حتى تكون مساحة الشريط تساوي $44cm^2$ هي $x=1$.

التعمق :

1) أ- نشر وتبسيط العبارة E:

$$E=(x+1)(x+9)-(x+3)^2$$
$$E=x(x+9)+1(x+9)-\left[x^2+2\times x\times3+3^2\right]$$
$$E=x^2+9x+x+9-x^2-6x-9$$
$$E=4x$$

2) باستعمال النتيجة (1) حساب ما يلي :

$$101\times109-103^2=(100+1)(100+9)-(100+3)^2$$
$$=4\times100$$
$$=400$$

$$1,5\times9,5-(3,5)^2=(0,5+1)(0,5+9)-(0,5+3)^2$$
$$=4\times0,5$$
$$=2$$

1) باستعمال الحاسبة لدينا :

$a=35^2-36\times34$	$b=97^2-98\times96$	$c=321^2-322\times320$
$a=1221-1224$	$b=9409-9408$	$c=103041-103040$
$a=1$	$b=1$	$c=1$

2) التخمين نتيجة الحساب:

$$2018^2-2019\times2017=1$$

التحقق : $2018^2-2019\times2017=4072324-4072323=1$

3) شرح لماذا كل الصيغ تعبر عن الحسابات السابقة ثم ننشرها وتبسيطها :

في حالة فرض : $x=35$ فإن : $x+1=36$ و $x-1=34$

في حالة فرض مثلا : $x-1=97$ فإن $x=98$ و $x-2=96$

الأعداد المعطاة متتالية : $x-1$، x، $x+1$ أو $x-2$، $x-1$، x أو x، $x+1$، $x+2$ وبالتالي فهي تعبر عن الحسابات السابقة.

$E_1 = x^2 - (x+1)(x-1)$

$E_1 = x^2 - (x^2 - 1)$

$E_1 = x^2 - x^2 + 1$

$E_1 = 1$

$E_2 = (x-1)^2 - x(x-2)$

$E_2 = (x^2 - 2x + 1^2) - (x^2 - x2)$

$E_2 = x^2 - 2x + 1 - x^2 + 2x$

$E_2 = 1$

$E_3 = (x+1)^2 - (x+2)x$

$E_3 = (x^2 + 2x + 1) - (x^2 + 2x)$

$E_3 = x^2 + 2x + 1 - x^2 - 2x$

$E_3 = 1$

37 1) إيجاد حصرا للعدد x : $0 \le x \le 6$.

2) إثبات أن الطولين GH و EF متساويان والتعبير عنهما بدلالة x :

$GH = AD - AG - HD$

$GH = 10 - x - 4$

$GH = 6 - x$

$EF = AB - AE - BF$

$EF = 10 - x - 4 = 6 - x$

وعليه: $EF = GH$.

3) التحقق بطريقتين أن مساحة الجزء غير الملون هي $A = 60 - 4x - x^2$

الطريقة الأولى : مساحة الجزء غير الملون تساوي الفرق بين مساحة المربع الكلية ومجموع المساحات الملونة :

$A = 10 \times 10 - (x^2 + 4x + 4 \times 10)$

$A = 100 - x^2 - 4x - 40$

$A = 60 - 4x - x^2$

الطريقة الثانية :

$A = EF \times BC + GH \times AE$

$A = (6-x) \times 10 + (6-x)x$

$A = 60 - 10x + 6x - x^2$

$A = 60 - 4x - x^2$

4) حساب مساحة الجزء غير الملون من أجل $x = 4$:

$A = 60 - 4 \times 4 - (4)^2$

$A = 60 - 16 - 16$

$A = 60 - 32$

$A = 28$

38 1- التعبير عن AB^2 بدلالة x :

بتطبيق خاصية فيثاغورث نجد : $AB^2 + BC^2 = AC^2$

وعليه : $AB^2 = AC^2 - BC^2$ أي : $AB^2 = (2x+5)^2 - (x+2)^2$

2- كتابة عبارة AB^2 على شكل جداء ومرة أخرى على شكل نشر مبسط :

$AB^2 = (2x+5)^2 - (x+2)^2$

$AB^2 = [(2x+5) - (x+2)][(2x+5) + (x+2)]$

$AB^2 = (2x+5-x-2)(2x+5+x+2)$

$AB^2 = (x+3)(3x+7)$

$AB^2 = (2x+5)^2 - (x+2)^2$

$AB^2 = [(2x)^2 + 2(2x)(5) + 5^2] - [(x)^2 + 2(x)(2) + 2^2]$

$AB^2 = (4x^2 + 20x + 25) - (x^2 + 4x + 4)$

$AB^2 = 4x^2 + 20x + 25 - x^2 - 4x - 4$

$AB^2 = 3x^2 + 16x + 21$

3- حساب بطريقتين مختلفتين الطول $[AB]$ من أجل $x = 0$:

لدينا بالطريقة الأولى :

$AB^2 = 3(0)^2 + 16(0) + 21$

$AB^2 = 21$

وعليه : $AB = \sqrt{21} \approx 4,58$

بالطريقة الثانية :

$AB^2 = (0+3)(3 \times 0 + 7)$

$AB^2 = 3 \times 7$

$AB^2 = 21$

وعليه : $AB = \sqrt{21} \approx 4,58$

39 1- نشر العبارة D :

$D = x^2 - 4 + (x-2)(3x+5)$

$D = x^2 - 4 + 3x^2 + 5x - 6x - 10$

$D = 4x^2 - x - 14$

2- تحليل x^2-4 ثم استنتاج تحليلا للعبارة D :

لدينا : $x^2-4=(x)^2-(2)^2=(x-2)(x+2)$

$$D=x^2-4+(x-2)(3x+5)$$
$$D=(x+2)(x-2)+(x-2)(3x+5)$$
$$D=(x-2)(x+2+3x+5)$$
$$D=(x-2)(4x+7)$$

3- استعمال العبارة المناسبة لحساب قيمة D :

من أجل $x=2$: $D=(2-2)(4\times2+7)$ ، $D=0\times15=0$

من أجل $x=0$: $D=4(0)^2-0-14$ ، $D=-14$

من أجل $x=-1,75$: $D=(-1,75-2)(4(-1,75)+7)$ ، $D=(-3,75)\times0$ ، $D=0$

40 1- حساب E من أجل $x=0,5$:

$$E=4(0,5)^2-8(0,5)-5$$
$$E=4(0,25)-4-5=1-4-5$$
$$E=-8$$

2- أ) نشر العبارة F

$$F=(2x-2)^2-9=(2x)^2-2(2x)(2)+2^2-9$$
$$F=4x^2-8x+4-9$$
$$F=4x^2-8x-5$$

ب) تحليل العبارة F :

$$F=(2x-2)^2-9$$
$$F=(2x-2)^2-3^2$$
$$F=(2x-2-3)(2x-2+3)$$
$$F=(2x-5)(2x+1)$$

ج) العبارة المناسبة التي تسمح بمعرفة قيمة F من أجل $x=0$ دون حساب هي عبارة النشر لأنها مساوية لعبارة E.

4- معادلات ومتراجحات من الدرجة الأولى بمجهول واحد

تحدّ: صفحة 43 من الكتاب المدرسي

عين قيمة x علما أن $x^2+12x=85$:

$x^2+12x=85$ تعني : $x^2+12x-85=0$ لأن: $36-121=-85$

أي : $x^2+12x+36-121=0$ لأن: $(x+6)^2=x^2+12x+36$

$$(x+6)^2-(11)^2=0$$
$$(x+6-11)(x+6+11)=0$$
$$(x-5)(x+17)=0$$

$x+17=0$ أو $x-5=0$

$x=-17$ مرفوض $x=5$

وبالتالي قيمة x هي 5.

استعد :

أصحيح أم خاطئ مع التبرير :

1) إذا كان $2x-1=0$ فإن $x=1$. **خاطئ**

لأنه إذا كان $2x-1=0$ فإن $2x=1$ أي: $x=\frac{1}{2}$.

2) حل المعادلة $x+3=2x+3$ هو 0 **صحيح**

لأن المعادلة $x+3=2x+3$ تعني $3-3=2x-x$ أي : $0=x$

3) الجداء $x(x-1)$ ينشر على الشكل x^2-x **صحيح**

لأن: $x(x-1)=x\times x-1\times x=x^2-x$

4) المجموع $4x^2+x$ يحلل على الشكل $x(4x+1)$ **صحيح**

لأن: $4x^2+x=4x\times x+1\times x=x(4x+1)$

5) المجموع $b^2+16b+64$ يحلل على الشكل $(b+8)^2$. **صحيح**

لأن: $b^2+16b+64=b^2+2b\times8+8^2=(b+8)^2$

6/ إذا كان x عددا حيث $25x<0$ فإن x يمكن أن يساوي 0 **خطأ**

لأنه إذا كان $25x<0$ فإن $x<0$.

7) إذا كان x عددا حيث $2x-1\le 6$ فإن x يمكن أن يساوي $\frac{7}{2}$ **صحيح**

لأنه إذا كان $2x-1\le 6$ فإن: $2x\le 7$ أي : $x\le\frac{7}{2}$.

8) نطرح العدد 2 من طرف المتباينة $4x+2<-1$ فنحصل على $4x>-3$ **خاطئ**

لأنه عند طرح العدد (2−) من طرفي المتباينة $4x+2<-1$ نحصل على $4x<-3$

9) نقسم طرفي المتباينة $5x<-1$ على العدد 5 فنحصل على $x<\frac{1}{5}$ **خاطئ**

لأنه عندما نقسم طرفي المتباينة $5x<-1$ على العدد 5 فنحصل على $x<-\frac{1}{5}$.

10) نقسم طرفي المتباينة $-2x\ge -1$ على العدد (2−) فنحصل على المتباينة

$x\ge\frac{1}{2}$ **خاطئ**

لأنه عند القسمة على العدد (2−) نحصل على المتباينة $x\le\frac{1}{2}$.

11) إذا كان $x\le 3$ فإن: $-3x\ge -6$ **خاطئ**

لأنه إذا ضربنا طرفي المتباينة $x\le 3$ فالعدد السالب (3−)نحصل على $-3x\ge -9$

حلول التمارين | **صفحة 50 من الكتاب المدرسي**

أوظف تعلّماتي

1 حل المعادلات المقترحة :

$\frac{x}{4}=7$
$x=4\times 7$
$x=28$

$2,8x=5,6$
$x=\frac{5,6}{2,8}$
$x=2$

$-3x=5$
$x=\frac{-5}{3}$

$2x=11$
$x=\frac{11}{2}$

2 حل كل معادلة من المعادلات المقترحة :

$7^2x=7^3$
$x=\frac{7^3}{7^2}$
$=7$

$10^5x=10^3$
$x=\frac{10^3}{10^5}$
$x=10^{-2}$

$10x=10^2$
$x=\frac{10^2}{10}$
$x=10$

3 حل كل معادلة من المعادلات المقترحة :

$x-4=4$
$x=4+4$
$x=8$

$x+11=2$
$x=2-11$
$x=-9$

$3,2+x=5$
$x=5-3,2$
$x=1,8$

$\sqrt{2}-x=1-\sqrt{2}$
$-x=1-\sqrt{2}-\sqrt{2}$
$-x=1-2\sqrt{2}$
$x=-1+2\sqrt{2}$

4 حل المعادلات التالية :

$2x-3=3x+1$
$2x-3+3=3x+1+3$
$2x=3x+4$
$2x-3x=3x+4-3x$
$-x=4$
$x=-4$

$5x+11=11x+5$
$5x+11-11=11x+5-11$
$5x=11x-6$
$5x-11x=-6$
$-6x=-6$
$x=\frac{-6}{-6}$
$x=1$

$5x+6=11$
$5x+6-6=11-6$
$5x=5$
$x=\frac{5}{5}$
$x=1$

$4x-3=-2x+5$
$4x-3+2x=-2x+5+2x$
$6x-3=5$
$6x-3+3=5+3$
$6x=8$
$x=\frac{8}{6}=\frac{4}{3}$

5 حل المعادلات التالية :

$$\sqrt{2}x+\sqrt{8}x=4\sqrt{2}+8\sqrt{2}$$
$$\sqrt{2}x+2\sqrt{2}x=12\sqrt{2}$$
$$3\sqrt{2}x=12\sqrt{2}$$
$$x=\frac{12\cancel{\sqrt{2}}}{3\cancel{\sqrt{2}}}$$
$$x=4$$

$$2\sqrt{3}x=\sqrt{3}x+\sqrt{27}$$
$$2\sqrt{3}x-\sqrt{3}x=\sqrt{3}x+\sqrt{27}-\sqrt{3}x$$
$$\sqrt{3}x=\sqrt{27}$$
$$x=\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}}$$
$$x=\frac{\sqrt{9\times3}}{\sqrt{3}}$$
$$x=\frac{3\cancel{\sqrt{3}}}{\cancel{\sqrt{3}}}=3$$

$$\sqrt{2}x=\sqrt{8}$$
$$x=\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}}=\sqrt{\frac{8}{2}}$$
$$x=\sqrt{4}=2$$

$$2\sqrt{5}x-\frac{\sqrt{5}}{3}x=\frac{\sqrt{5}}{3}$$
$$\frac{6\sqrt{5}}{3}x-\frac{\sqrt{5}}{3}x=\frac{\sqrt{5}}{3}$$
$$\frac{5\sqrt{5}}{3}x=\frac{\sqrt{5}}{3}$$
$$x=\frac{\sqrt{5}}{3}\div\frac{5\sqrt{5}}{3}=\frac{\cancel{\sqrt{5}}}{\cancel{3}}\times\frac{\cancel{3}}{5\cancel{\sqrt{5}}}$$
$$x=\frac{1}{5}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}}x-\frac{1}{2}x=\frac{5}{\sqrt{2}+1}$$
$$\frac{\sqrt{2}}{2}x-\frac{1}{2}x=\frac{5}{\sqrt{2}+1}$$
$$\frac{(\sqrt{2}-1)}{2}x=\frac{5}{\sqrt{2}+1}$$
$$(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)x=5\times2$$
$$(2-1)x=10$$
$$x=10$$

6 1- نشر وتبسيط العبارة :

$$2x+24-7(x-2)=2x+24-7x+14$$
$$=-5x+38$$

2- حل المعادلة :

$2x+24-7(x-2)=138$ تعني : $-5x+38=138$

أي : $-5x+38-38=138-38$

نجد: $-5x=100$ وعليه: $x=\frac{-100}{5}=-20$

(-20) هو حل للمعادلة.

7 1) نشر وتبسيط العبارتين :

$$2(2x-1)+3=4x-2+3=4x+1$$
$$5(x+3)-3x=5x+15-3x=2x+15$$

2- حل المعادلة :

المعادلة $2(2x-1)+3=5(x+3)-3x$ تعني :

$$4x+1=2x+15$$
$$4x+1-1=2x+15-x$$
$$4x-2x=2x+14-2x$$
$$2x=14$$
$$x=\frac{14}{2}$$
$$x=7$$

وبالتالي 7 هو حل للمعادلة المعطاة.

8 حل المعادلتين التاليتين :

$$\frac{1}{2}(2x-1)-3\left(\frac{2}{3}x-\frac{1}{2}\right)=0$$
$$\frac{1}{\cancel{2}}\times\cancel{2}x-\frac{1}{2}-\cancel{3}\times\frac{2}{\cancel{3}}x+\frac{3}{2}=0$$
$$x-2x-\frac{1}{2}+\frac{3}{2}=0$$
$$-x+1=0$$
$$1=x$$

وعليه 1 هو حل للمعادلة المعطاة.

$$4x^2-2(x+5)-3-2x(2x-3)=0$$
$$4x^2-2x-10-3-4x^2+6x=0$$
$$4x-13=0$$
$$4x=13$$
$$x=\frac{13}{4}$$

وعليه $\frac{13}{4}$ هو حل للمعادلة المعطاة.

9 حل المعادلات التالية :

$$\frac{2+x}{2}=\frac{2x+1}{4}$$
$$\frac{2(2+x)}{4}=\frac{2x+1}{4}$$
$$4+2x=2x+1$$
$$4-1=2x-2x$$
$3=0$ مستحيل

وعليه المعادلة لا تقبل حلول.

$$\frac{x-1}{9}=\frac{x+1}{3}$$
$$\frac{x-1}{9}=\frac{3(x+1)}{9}$$
$$x-1=3x+3$$
$$-1-3=3x-x$$
$$-4=2x$$
$$\frac{-4}{2}=x$$
$$-2=x$$

المعادلة تقبل حل وحيد هو -2.

• المعادلة $\frac{x+4}{10}=\frac{3}{10}-\frac{2x}{5}$ تعني : $\frac{x+4}{10}=\frac{3}{10}-\frac{4x}{10}$

بحذف المقام المشترك نجد: $x+4=3-4x$ أي : $x+4x=3-4$

وعليه: $5x=-1$ وبالتالي: $x=\frac{-1}{5}$. إذن $\frac{-1}{5}$ هو حل المعادلة المعطاة.

• المعادلة $x=\frac{x+3}{5}+1$ تعني : $\frac{5x}{5}=\frac{x+3}{5}+\frac{5}{5}$

أي : $5x=x+3+5$ وعليه : $5x-x=8$

وبالتالي : $4x=8$ ومنه $x=\frac{8}{4}=2$ إذن 2 هو حل المعادلة المعطاة.

10 نفرض العدد هو x.

كتابة المعادلة: $6x+7=31$

حل المعادلة: $6x+7-7=31-7$ أي : $6x=24$ ومنه : $x=\frac{24}{6}=4$

وبالتالي العدد المطلوب هو 4.

11 نفرض العدد المطلوب هو x.

كتابة المعادلة: $3x-21=2x$

حل المعادلة: $3x-21-2x=2x-2x$ أي: $x-21=0$ وعليه: $x=21$

العدد المطلوب هو: 21 .

12 نفرض عدد السنوات هو x.

كتابة المعادلة: $43+x=2\left[(4+x)+(7+x)\right]$

حل المعادلة: $43+x=2(11+2x)$ أي: $43+x=22+4x$

وعليه : $43-22=4x-x$ أي : $21=3x$ وبالتالي : $x=\frac{21}{3}=7$

ومنه بعد مرور 7 سنوات يصبح عمر الأب ضعف مجموع عمري ابنيه.

13 نفرض المُدّة المُقرّرة لبنائه هي x.

كتابة المعادلة : $\frac{3}{4}x+4+11=x$

حل المعادلة : $\frac{3}{4}x+15=x$ أي : $3x+60=4x$

وعليه : $3x+60-3x=4x-3x$ أي : $60=x$

وبالتالي المُدّة المُقرّرة لبنائه هي 60 سنة.

المعادلات من الشكل $(ax+b)(ax+d)=0$

14 حل المعادلات التالية :

- المعادلة $7(x+2)=0$

بما أن $7\neq 0$ فإن : $x+2=0$ أي : $x=-2$

إذن للمعادلة حل وحيد هو (-2).

- المعادلة $\frac{2}{3}x(x-4)=0$

تعني : $x-4=0$ أو $\frac{2}{3}x=0$

أي : $x=4$ أو $x=0$

للمعادلة حلان هما 0 و 4.

– المعادلة $(x+5)(2-x)=0$

تعني : $2-x=0$ أو $x+5=0$

أي : $x=2$ أو $x=-5$

إذن للمعادلة حلان هما 2و 5-.

– المعادلة $(5-3x)(2x-4)=0$

تعني : $2x-4=0$ أو $5-3x=0$

أي : $2x=4$ أو $5=3x$

أي : $x=2$ أو $\frac{5}{3}=x$

وبالتالي للمعادلة حلان هما 2 و $\frac{5}{3}$.

15 1) تحليل العبارة إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى :

$$6x^2-3x=3x\times 2x-3x\times 1=3x(2x-1)$$

2) حل المعادلة $6x^2-3x=0$

المعادلة $6x^2-3x=0$ تعني : $3x(2x-1)=0$

تعني : $3x=0$ أو $2x-1=0$

أي : $x=0$ أو $2x=1$ أي : $x=\frac{1}{2}$

للمعادلة حلان هما 0 و $\frac{1}{2}$.

16 1– تحليل إلى جداء عاملين العبارة :

$$5(x+3)+(x-1)(x+3)=(x+3)(5+x-1)$$
$$=(x+3)(x+4)$$

2– حل المعادلة :

المعادلة : $5(x+3)+(x-1)(x+3)=0$ تعني : $(x+3)(x+4)=0$

تعني : $x+3=0$ أو $x+4=0$ أي : $x=-3$ أو $x=-4$

للمعادلة حلان هما (-4) و (-3).

17 1– تحليل العبارة إلى جداء عاملين :

$$x^2-25=(x)^2-(5)^2=(x-5)(x+5)$$

2– حل المعادلة $x^2-25=0$

المعادلة $x^2-25=0$ تعني : $(x-5)(x+5)=0$

أي : $x+5=0$ أو $x-5=0$

ومنه : $x=-5$ أو $x=5$

وبالتالي المعادلة تقبل حلاّن هما 5 و (-5).

18 1– التحقق أن: $(3x-1)(2x+3)=6x^2+7x-3$

لدينا :

$$(3x-1)(2x+3)=3x(2x+3)-1(2x+3)$$
$$=6x^2+9x-2x-3$$
$$=6x^2+7x-3$$

2– تحليل العبارة $9x^2-1$:

$$9x^2-1=(3x)^2-(1)^2$$
$$=(3x-1)(3x+1)$$

3– تحليل العبارة P إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى :

$$P=(9x^2-1)+6x^2+7x-3$$
$$P=(3x-1)(3x+1)+(3x-1)(2x+3)$$
$$P=(3x-1)(3x+1+2x+3)$$
$$P=(3x-1)(5x+4)$$

4– حل المعادلة $P=0$:

المعادلة $P=0$ تعني: $(3x-1)(5x+4)=0$

أي : $5x+4=0$ أو $3x-1=0$

أي : $5x=-4$ أو : $3x=1$

ومنه : $x=\frac{-4}{5}$ أو $x=\frac{1}{3}$

المعادلة حلاّن هما $\left(\frac{-4}{5}\right)$ و $\left(\frac{1}{3}\right)$.

حلول التمارين | صفحة 51 من الكتاب المدرسي

19

1- تحليل العبارتين A و B :

$A=x^2+10x+25$

$A=x^2+2(x)(5)+(5)^2$

$A=(x+5)^2$

$B=x^2-25$

$B=(x)^2-(5)^2$

$B=(x+5)(x-5)$

2- تحليل العبارة P إلى جداء عاملين :

$$P=(x^2+10x+25)-(x^2-25)$$
$$P=(x+5)^2-(x+5)(x-5)$$
$$P=(x+5)(x+5-x+5)$$
$$P=10(x+5)$$

3- حل المعادلة $P=0$:

المعادلة $P=0$ تعني : $10(x+5)=0$

بما أن : $10\neq 0$ فإن : $x+5=0$ أي : $x=-5$

المعادلة $P=0$ تقبل حل وحيد هو -5.

20

1- التحقق من صحة المساواة :

$$(2x-1)^2-81=(2x)^2-2(2x)(1)+(1)^2-81$$
$$=4x^2-4x+1-81$$
$$=4x^2-4x-80$$

2- استنتاج تحليلا للعبارة A :

$$A=4x^2-4x-80$$
$$A=(2x-1)^2-81$$
$$A=(2x-1)^2-(9)^2$$
$$A=(2x-1-9)(2x-1+9)$$
$$A=(2x-10)(2x+8)$$

3- حل المعادلة $4x^2-4x-80$:

المعادلة $A=0$ تعني : $(2x-10)(2x+8)=0$

تعني أن : $2x+8=0$ أو $2x-10=0$

أي : $2x=-8$ أو $2x=10$

ومنه : $x=\frac{-8}{2}=-4$ أو $x=\frac{10}{2}=5$

المعادلة $A=0$ تقبل حلان هما (-4) و 5.

المتراجحات من الدرجة الأولى بمجهول واحد :

21 أكمل في كل حالة بالرمز المناسب :

1) $-1,8>-1,84$ 2) $3,49\times10^3<3,5\times10^3$ 3) $1+\frac{3}{2}>\frac{7}{3}$

22 أكمل ما يلي علما أن $x>\frac{3}{2}$:

$2x>3$ ، $-4x<-6$ ، $2x+5>8$

23 أكمل ما يلي علما أن $x<-2$:

$5x<-10$ ، $-2x>4$ ، $3x-11<-17$

24 حل المتراجحات التالية :

$$3x\geq -2$$
$$x\geq \frac{-2}{3}$$

حلول المتراجحة هي كل الأعداد x الأكبر من أو تساوي $\left(\frac{-2}{3}\right)$.

حل المتراجحة $-2x<4$:

نقسم طرفي المتراجحة على العدد (-2) نجد: $x>-2$

حلول المتراجحة هي كل الأعداد x الأكبر تماما من (-2).

$$\frac{5}{3}x>10$$
$$\frac{3}{5}\times\frac{5}{3}x>10\times\frac{3}{5}$$
$$x>6$$

حلول المتراجحة هي كل الأعداد x الأكبر تماما من 6.

25 1- تعيين القيم التي تحقق هذه المتراجحة :

من أجل $x=0$: $3\times0-2<6$ أي : $-2<6$ صحيحة.

من أجل $x=-2$: $3\times(-2)-2<6$ أي : $-8<6$ صحيحة.

من أجل $x=3$: $3\times(3)-2<6$ أي: $7<6$ خاطئة.

من أجل $x=\frac{8}{3}$: $3\times\left(\frac{8}{3}\right)-2<6$ أي: $6<6$ خاطئة.

وبالتالي قيم x التي تحقق المتراجحة هي 0، (-2).

2) حل المتراجحة :

$3x-2<6$ تعني: $3x-2+2<6+2$ أي: $3x<8$ وعليه $x<\frac{8}{3}$

حلول المتراجحة هي كل الأعداد x الأصغر تماما من $\frac{8}{3}$.

26 حل المتراجحة $4x-1\leq17-2x$

لدينا : $4x-1\leq17-2x$

تعني : $4x-1+2x\leq17-2x+2x$

أي : $6x-1\leq17$

أي : $6x-1+1\leq17+1$

ومنه: $6x\leq18$ وعليه: $x\leq\frac{18}{6}$ أي : $x\leq3$

حلول المتراجحة هي كل الأعداد x الأصغر من أو تساوي 3.

27 حل المتراجحات التالية : $1,2x-0,6\leq3$

نضيف 0,6 إلى طرفي المتراجحة نجد : $1,2x<3,6$

وعليه : $x<\frac{3,6}{1,2}$ أي : $x<3$

حلول المتراجحة هي كل الأعداد x الأصغر تماما من 3.

$\frac{x+1}{2}<3x-1$

بضرب طرفي المتراجحة في العدد 2 نجد : $x+1<6x-2$ أي : $x-6x<-2-1$

وعليه $-5x<-3$ ومنه $x>\frac{3}{5}$

حلول المتراجحة هي كل الأعداد x الأكبر تماما من $\frac{3}{5}$.

$\frac{5}{2}x-\frac{1}{3}>0$

بضرب طرفي المتراجحة في العدد 6 نجد : $15x-2>0$ أي : $15x>2$

وعليه : $x>\frac{2}{15}$

حلول المتراجحة هي كل الأعداد x الأكبر تماما من $\frac{2}{15}$.

$\frac{x}{2}-\frac{3}{4}\geq1$

بضرب طرفي المتراجحة في العدد 4 نجد : $2x-3\geq4$ أي : $2x-3+3\geq4+3$

أي: $2x\geq7$ ومنه : $x\geq\frac{7}{2}$

حلول المتراجحة هي كل الأعداد x الأكبر من أو تساوي $\frac{7}{2}$.

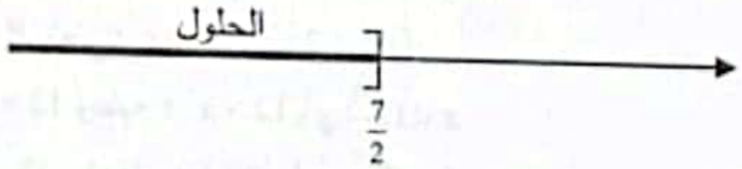
28 1- حل المتراجحة $2x-1\leq6$

نضيف 1 إلى طرفي المتراجحة $2x-1\leq6$ فنحصل على $2x\leq7$

نقسم طرفي المتراجحة على العدد 2 نجد : $x\leq\frac{7}{2}$

حلول المتراجحة هي كل الأعداد x الأصغر من أو تساوي $\frac{7}{2}$.

2- تمثيل بيانيا حلول هذه المتراجحة :



29 1- نشر وتبسيط العبارة P :

$$P=(-3x-1)^2-3x(3x+7)$$
$$P=(-3x)^2-2(-3x)(1)+(1)^2-(9x^2+21x)$$
$$P=9x^2+6x+1-9x^2-21x$$
$$P=-15x+1$$

2- تحليل العبارة R :

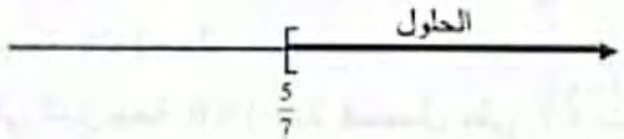
$$R=(4x^2-1)-(2x+1)(2x+3)$$
$$R=\left[(2x)^2-(1)^2\right]-(2x+1)(2x+3)$$
$$R=(2x+1)(2x-1)-(2x+1)(2x+3)$$
$$R=(2x+1)(2x-1-2x-3)$$
$$R=-4(2x+1)$$

3- حل المتراجحة $P\le R$ ثم تمثيل بيانيا حلولها :

المتراجحة $P\le R$ تعني : $-15x+1\le -4(2x+1)$ أي : $-15x+1\le -8x-4$

ومنه : $-15x+8x\le -1-4$ أي : $-7x\le -5$ وبالتالي : $x\ge \frac{5}{7}$

حلول المتراجحة $P\le R$ هي كل الأعداد x الأكبر من أو تساوي $\frac{5}{7}$.



30 تعيين قيم x التي من أجلها يكون محيط المستطيل أكبر من محيط المثلث المتقايس الأضلاع.

لدينا: محيط المستطيل $P_1=2(x+6)=2x+12$

محيط المثلث المتقايس الأضلاع : $P_2=3x$

وعليه : $P_1>P_2$ تعني: $2x+12>3x$

أي : $12>3x-2x$ وعليه : $12>x$ أي: $x<12$

وبالتالي قيم x التي تحقق هذا الشرط هي القيم المحصورة بين 0 و 12

أي: $0<x<12$.

31 1- حل المتراجحة :

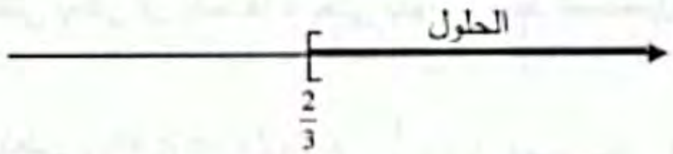
المتراجحة : $5(2x-1)\ge 4x-1$ تعني : $10x-5\ge 4x-1$

أي : $10x-4x\ge 5-1$ وعليه : $6x\ge 4$

بقسمة طرفي المتراجحة على العدد 6 نجد : $\frac{6x}{6}\ge\frac{4}{6}$ أي : $x\ge\frac{2}{3}$

حلول المتراجحة هي كل الأعداد x الأكبر من أو تساوي $\frac{2}{3}$.

2- تمثيل حلول هذه المتراجحة بيانيا :



32 1- حل المتراجحتين التاليتين :

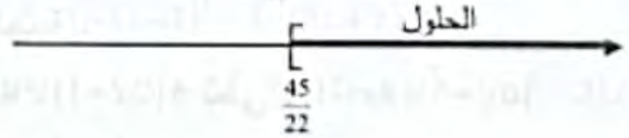
$$3(2x-6)+4(2x-3)\ge 2x-5(2x-3)$$
$$6x-18+8x-12\ge 2x-10x+15$$
$$14x-30\ge -8x+15$$
$$14x+8x\ge 30+15$$
$$22x\ge 45$$
$$x\ge\frac{45}{22}$$

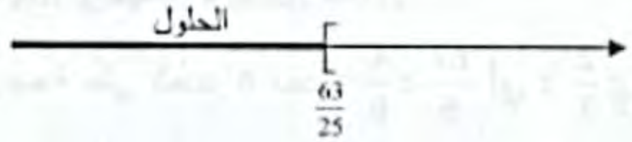
حلول المتراجحة هي كل الأعداد x الأكبر من أو تساوي $\frac{45}{22}$.

$$6(1-2x)-4(-2x-5)>3(x-7)-2(8-9x)$$
$$6-12x+8x+20>3x-21-16+18x$$
$$-4x+26>21x-37$$
$$-4x-21x>-26-37$$
$$-25x>-63$$
$$x<\frac{63}{25}$$

حلول المتراجحة الثانية هي كل الأعداد x الأصغر تماما من $\frac{63}{25}$.

2- تمثيل حلول كل متراجحة بيانيا :





33 1- التعبير عن محيط المستطيل P بدلالة x:

لدينا : $P=2(x+3)=2x+6$

2- تعيين القيم التي يمكن أن يأخذها x حتى يكون محيط المستطيل أكبر من أو تساوي 40:

لدينا : $P\geq 40$ تعني : $2x+6\geq 40$

أي : $2x\geq 40-6$ وعليه : $2x\geq 34$ وبالتالي : $x\geq 17$ وعليه قيم x التي تحقق المطلوب هي كل الأعداد الأكبر من أو تساوي 17.

حلول التمارين	صفحة 52 من الكتاب المدرسي

أؤكد تعلّماتي :

اختيار الإجابة أو الإجابات الصحيح مع التبرير :

1) حل المعادلة $-2+x=5$ هو 7 لأن: $-2+x=5$ تعني: $-2+x+2=5+2$

أي: $x=7$.

2) حل المعادلة $4x=5x$ هو 0 لأن: $4x=5x$ تعني: $4x-4x=5x-4x$

أي: $0=x$.

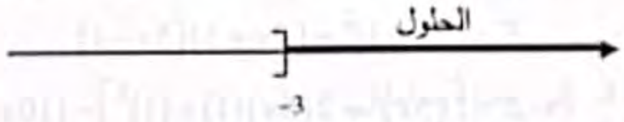
3) المعادلة $(x-3)(2x+2)=0$ تقبل حلين هما: 3 و (-1) لأن المعادلة $(x-3)(2x+2)=0$ تعني: $x-3=0$ أو $2x+2=0$ أي: $x=3$ أو $2x=-2$

أي : $x=3$ أو : $x=-1$.

4) المعادلة $x^2-1=0$ تقبل حلين هما 1 و -1 لأن المعادلة $x^2-1=0$ تعني $(x+1)(x-1)=0$ أي: $x-1=0$ أو $x+1=0$ تعني: $x=1$ أو: $x=-1$.

5) إذا كان $x\geq -1$ فإن $2x\geq -2$ و $2x+2\geq 0$ لأن: $x\geq -1$ بضرب طرفي المتراجحة في العدد 2 نجد: $2x\geq -2$ وبإضافة العدد 2 إلى طرفي المتراجحة نجد: $2x+2\geq 0$.

6) التمثيل على مستقيم مدرج الأعداد x حيث $x>-3$ هو:



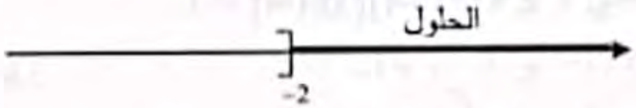
7) (-1) هو حل للمتراجحة $-x+1>0$ (3)

لأن: $-(-1)+1=2>0$

8) حلول المتراجحة $-\frac{1}{3}x>1$ هي الأعداد x حيث $x<-3$

لأنه بضرب طرفي المتراجحة $-\frac{1}{3}x>1$ في العدد السالب (-3) نجد $x<-3$.

9) التمثيل البياني لحلول المتراجحة $x+1>-1$ هو (1)



لأن حلول المتراجحة $x+1>-1$ هي كل القيم x الأكبر تماما من (-2).

أدمج تعلّماتي :

بوضع x عدد حصص ممارسة رياضة السباحة خلال سنة

المبلغ المدفوع بالصيغة الأولى: $P_1=75x$

المبلغ المدفوع بالصيغة الثانية: $P_2=5x+560$

وحتى تكون التسعيرة الثانية أفضل يجب أن تكون $P_1>P_2$

وعليه: $75x>5x+560$ أي: $75x-5x>560$ وعليه: $70x>560$

أي: $x>\frac{560}{70}$ ومنه: $x>8$

وبالتالي ابتداءا من الحصة التاسعة تكون التسعيرة الثانية أفضل.

حلول التمارين | صفحة 53 من الكتاب المدرسي

أتعمق :

34 1- نشر وتبسيط العبارة E :

$$E=(5x-1)^2-(2x+3)(5x-1)$$
$$E=\left[(5x)^2-2(5x)(1)+(1)^2\right]-(10x^2-2x+15x-3)$$
$$E=25x^2-10x+1-10x^2+2x-15x+3$$
$$E=15x^2-23x+4$$

2- تحليل العبارة E إلى جداء عاملين :

$$E=(5x-1)^2-(2x+3)(5x-1)$$
$$E=(5x-1)\left[5x-1-(2x+3)\right]$$
$$E=(5x-1)(5x-1-2x-3)$$
$$E=(5x-1)(3x-4)$$

3- حساب قيمة E :

من أجل $x=-1$:

$$E=15(-1)^2-23(-1)+4$$
$$E=15\times1+23+4$$
$$E=42$$

من أجل $x=\frac{1}{5}$:

$$E=\left(5\times\frac{1}{5}-1\right)\left(3\times\frac{1}{5}-4\right)$$
$$E=(1-1)\left(\frac{3}{5}-4\right)$$
$$E=0\times\frac{-17}{5}=0$$

4- حل المعادلة $E=0$:

المعادلة $E=0$ تعني : $(5x-1)(3x-4)=0$

أي : $3x-4=0$ أو $5x-1=0$

أي : $3x=4$ أو $5x=1$

وعليه: $x=\frac{4}{3}$ أو $x=\frac{1}{5}$

وبالتالي المعادلة $E=0$ تقبل حلين هما : $\frac{1}{5}$ و $\frac{4}{3}$.

35 1- التحقق من صحة المساواة :

$$6(3x+4)(3x-4)=6\left[(3x)^2-(4)^2\right]$$
$$=6(9x^2-16)$$
$$=54x^2-96$$

2- تحليل العبارة A إلى جداء عاملين :

$$A=(3x+4)(x-7)-(54x^2-96)$$
$$A=(3x+4)(x-7)-6(3x+4)(3x-4)$$
$$A=(3x+4)\left[(x-7)-6(3x-4)\right]$$
$$A=(3x+4)(x-7-18x+24)$$
$$A=(3x+4)(-17x+17)$$

3- حل المعادلة $A=0$:

المعادلة $A=0$ تعني : $(3x+4)(-17x+17)=0$

تعني : $-17x+17=0$ أو $3x+4=0$

أي : $-17x=-17$ أو : $3x=-4$

وعليه : $x=1$ أو $x=\frac{-4}{3}$

وبالتالي للمعادلة $A=0$ حلان هما 1 و $\frac{-4}{3}$.

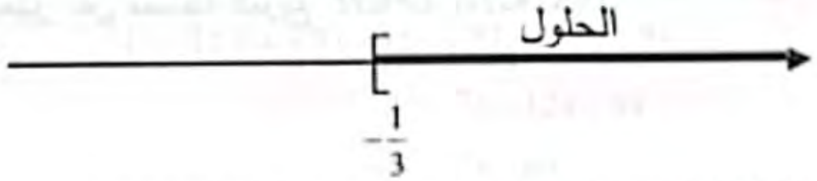
4- حل المتراجحة وتمثيل حلولها على مستقيم مدرج :

لدينا : $54x^2-96\le18x(3x+1)-90$ تعني : $54x^2-96\le54x^2+18x-90$

أي : $54x^2-54x^2-18x\le96-90$

ومنه: $-18x\le6$ وعليه: $x\ge\frac{-6}{18}$ أي: $x\ge\frac{-1}{3}$

حلول المتراجحة هي كل الأعداد x الأكبر من أو تساوي $\frac{-1}{3}$.



36 1- نشر وتبسيط العبارتين A و B :

$A=(x+4)^2-x(x-2)$

$A=x^2+2(x)(4)+4^2-x^2+2x$

$A=x^2+8x+16-x^2+2x$

$A=10x+16$

$B=(3x-1)(3x+1)-(3x-2)^2$

$B=(3x)^2-(1)^2-\left[(3x)^2-2(3x)(2)+(2)^2\right]$

$B=9x^2-1-(9x^2-12x+4)$

$B=9x^2-1-9x^2+12x-4$

$B=12x-5$

2- حل المتراجحة $A\geq B$:

المتراجحة $A\geq B$ تعني : $10x+16\geq 12x-5$ أي : $10x-12x\geq -16-5$

أي : $-2x\geq -21$ وعليه : $x\leq \frac{21}{2}$

حلول المتراجحة $A\geq B$ هي كل الأعداد x الأصغر من أو تساوي $\frac{21}{2}$.

37 1) معرفة العدد الذي يجب اختياره للحصول على 32:

كتابة المعادلة: $3x+5=32$ أي: $3x=27$ وعليه: $x=\frac{27}{3}$ أي: $x=9$

العدد المختار هو 9 للحصول على 32.

2) العدد الذي يجب اختياره إذا أردنا الحصول في النتيجة على ضعفه :

كتابة المعادلة: $3x+5=2x$

حل المعادلة: $3x-2x+5=2x-2x$ أي: $x+5=0$ وعليه: $x=-5$

وبالتالي العدد المطلوب هو (-5).

38 تعيين قيم x التي من أجلها يمكن إنشاء مثلث أطوال أضلاعه بالسنتيمتر :$7,x,5$

المتباينة المثلثية : $x<7+5$ أي : $x<12$

و : $x+5>7$ أي : $x>2$

وبالتالي قيم x هي القيم المحصورة بين 2 و 12 أي: $2<x<12$.

39 1- التعبير عن مساحة المربع $EFGH$ بدلالة x:

$$S_{EFGH}=S_{ABCD}-4\times S_{AEH}$$
$$=8^2-4\times\frac{x(8-x)}{2}$$
$$=64-2x(8-x)$$
$$=64-(16x-2x^2)$$
$$=64-16x+2x^2$$
$$=2x^2-16x+64$$

2- التحقق من صحة المساواة :

$$(2x-10)(x-3)=2x(x-3)-10(x-3)$$
$$=2x^2-6x-10x+30$$
$$=2x^2-16x+30$$

3- تعيين قيم x حتى تكون من أجلها مساحة المربع $EFGH$ تساوي $34cm^2$:

لدينا: $S_{EFGH}=34$ وعليه: $2x^2-16x+64=34$

أي: $2x^2-16x+64-34=0$ أي: $2x^2-16x+30=0$

مما سبق لدينا: $2x^2-16x+30=(2x-10)(x-3)$

وعليه : $(2x-10)(x-3)=0$

أي : $x-3=0$ أو $2x-10=0$

أي : $x=3$ أو $x=5$

وبالتالي قيم x المطلوبة هي 3 أو 5.

40 1- التعبير بدلالة x عن مساحة المستطيل الملوّن :

$$S=AE\times AG=(x+3)(x-8)$$
$$=x(x-8)+3(x-8)$$
$$=x^2-8x+3x-24$$
$$=x^2-5x-24$$

2) التحقق من صحة المساواة :

$$(x-12)(x+7)=x(x+7)-12(x+7)$$
$$=x^2+7x-12x-84$$
$$=x^2-5x-84$$

3) تعيين قيمة x التي من أجلها تكون مساحة المستطيل الملون تساوي $60cm^2$:

لدينا: $S=60$ وعليه: $x^2-5x-24=60$ أي : $x^2-5x-24-60=0$

أي: $x^2-5x-84=0$

مما سبق: $(x-12)(x+7)=x^2-5x-84$ وعليه: $(x-12)(x+7)=0$

أي : $x+7=0$ أو $x-12=0$

$x=-7$ مرفوض أو $x=12$ مقبول

وبالتالي قيمة x التي من أجلها تكون مساحة المستطيل الملون هي $60cm^2$ هي 12.

1) نشر وتبسيط العبارة E:

$$E=(4x-1)^2-(3x+2)(4x-1)$$
$$E=\left[(4x)^2-2(4x)(1)+(1)^2\right]-(12x^2-3x+8x-2)$$
$$E=16x^2-8x+1-12x^2+3x-8x+2$$
$$E=4x^2-13x+3$$

2) تحليل العبارة E إلى جداء عاملين:

$$E=(4x-1)^2-(3x+2)(4x-1)$$
$$E=(4x-1)\left[(4x-1)-(3x+2)\right]$$
$$E=(4x-1)(4x-1-3x-2)$$
$$E=(4x-1)(x-3)$$

3) حل المعادلة $(4x-1)(x-3)=0$:

$4x-1=0$ أو $x-3=0$

$4x=1$ $x=3$

$x=\frac{1}{4}$

للمعادلة حلان هما $\frac{1}{4}$ و 3.

4) حل المتراجحة: $4x^2-13x+3\le 4x^2+29$ لدينا: $4x^2-13x+3\le 4x^2+29$

وعليه: $4x^2-13x-4x^2\le 29-3$

أي: $-13x\le 26$ وبالتالي: $x\ge -\frac{26}{13}$ أي: $x\ge -2$

وعليه حلول المتراجحة هي كل القيم الأكبر أو المساوية (-2).

تعيين قيم x التي من أجلها تتحقق المتراجحتين معا :

حل المتراجحة الأولى : $\frac{1}{2}x-3\le x-1$

بضرب طرفي المتراجحة في العدد 2 نجد : $x-6\le 2x-2$

وعليه : $-x\le 4$ أي : $x\ge -4$

حلول المتراجحة هي كل الأعداد x الأكبر من أو تساوي (-4).

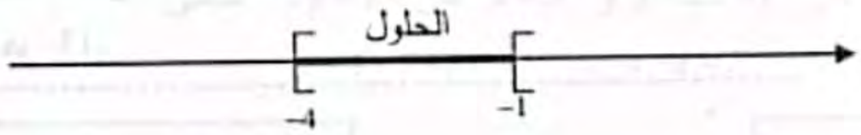
حل المتراجحة الثانية :

$$-3x+1>7x+11$$
$$-3x-7x>11-1$$
$$-10x>10$$
$$x<-1$$

حلول المتراجحة الثانية هي كل الأعداد x الأصغر تماما من (-1).

وبالتالي حلول المتراجحتين معا هي كل الأعداد x الأكبر أو تساوي -4 والأصغر من -1 أي : $-4\le x<-1$.

تمثيل الحلول بيانيا :



5- جُمل معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين

تحدّ: صفحة 55 من الكتاب المدرسي

بفرض عدد القطع النقدية من فئة $20DA$ هو x وعدد القطع النقدية من فئة $10DA$ هو y.

وبما أن عدد القطع الكلي هو 37 فإن: $x+y=37$.....(1)

من جهة أخرى المبلغ الإجمالي هو $610DA$ فإن: $20x+10y=610$

بالقسمة على 10 نجد: $2x+y=61$.....(2)

وعليه لإيجاد عدد القطع من كل فئة نحل الجملة التالية :

$$\begin{cases} x+y=37.....(1) \\ 2x+y=61.....(2) \end{cases}$$

بطرح (1) من (2) نجد : $2x+y-(x+y)=61-37$

أي: $x=24$

بالتعويض في (1): $y+24=37$ أي: $y=37-24$ ومنه: $y=13$

الثنائية $(24\ ;\ 13)$ حل للجملة المعطاة.

وعليه: عدد القطع النقدية من فئة $20DA$ هو 24 وعدد القطع النقدية من فئة $10DA$ هو 13.

أستعدّ :

صحيح أم خاطئ مع التبرير :

1) إذا كان $5x=-3$ فإن : $x=-3-5$ **خاطئ**

لأنه إذا كان $5x=-3$ فإن: $x=\frac{-3}{5}$.

2) حل المعادلة $5x=-8$ هو العدد 0. **خاطئ**

لأنه إذا كان $5x=-8$ فإن : $x=\frac{-8}{5}$

3) العلاقة $x+6=6x+1$ هي معادلة من الدرجة الأولى ذات المجهول x. **صحيح.**

4) حل المعادلة $5x-5=5-5x$ هو العدد 5 . **خاطئ** لأن المعادلة $5x-5=5-5x$ تعني: $5x+5x=5+5$ أي: $10x=10$ ومنه: $x=1$.

5) من أجل $x=1$ و $y=0$ ، المساواة $2x-y=0$ محققة. **خاطئ**

لأن: $2x-y=2\times1-0=2$

6) من أجل $x=-3$ و $y=-2$ ، المساوتان $x-2y=7$ و $\frac{1}{3}x+\frac{1}{3}y=0$ محققتان معا. **خاطئ**

لأن: $x-2y=-3-2(-2)=-3+4=1\neq7$

$\frac{1}{3}x+\frac{1}{3}y=\frac{1}{3}(-3)+\frac{1}{3}(-2)=\frac{-3}{3}-\frac{2}{3}=\frac{-5}{3}\neq0$

7) 4 هو حل للمعادلة $3-2x=5$. **خاطئ**

لأن: $3-2\times4=3-8=-5$

8) حل المعادلة $2x+7=3-x$ هو نفسه حل المعادلة $3x=-4$. **صحيح**

لأن المعادلة $2x+7=3-x$ تعني : $2x+x=3-7$ أي: $3x=-4$

9) إذا كان $y+2x=1$ فإن: $y=1+2x$. **خاطئ**

لأنه إذا كان $y+2x=1$ فإن: $y=1-2x$.

10) إذا كان $y+2x=1$ و $x=3$ فإن $y=5$. **خاطئ**

لأن إذا كان $x=3$ فإن: $y=1-2\times3=-5$

حاول التمارين صفحة 60 من الكتاب المدرسي

أوظف تعلّماتي :

المعادلات من الدرجة الأولى بمجهولين :

أ) الثنائية $(0\ ;\ 1)$ ليست حلاً لهذه المعادلة لأنّ : $0-2\times1=-2\neq7$

ب) الثنائية $(7\ ;\ 0)$ حل لهذه المعادلة لأنّ : $7-2\times0=7-0=7$

ج) الثنائية $(1\ ;\ -3)$ حل لهذه المعادلة لأن : $1-2(-3)=1+6=7$

إرفاق كل معادلة الثنائية أو الثنائيات التي هي حلولها :

أ) $3x+2y=-1$ — $(0,5\ ;\ -1,5)$

ب) $3x+5y=1$ — $(0\ ;\ -2)$

ج) $x-2y=4$ — $\left(0\ ;\ \frac{1}{3}\right)$

د) $x-y=2$ — $(1\ ;\ -2)$

هـ) $5x+3y=1$ — $\left(\frac{1}{5}\ ;\ 0\right)$

1) ذكر حلين مختلفين لكل معادلة من المعادلات التالية :

أ) $x-y=0$ ، الثنائيات $(1\ ;\ 1)$ ، $(2\ ;\ 2)$

ب) $4x+2y=5$ الثنائيات $\left(1\ ;\ \frac{1}{2}\right)$ ، $\left(0\ ;\ \frac{5}{2}\right)$

ج) $4x-5y=-2$ الثنائيات $\left(\frac{-1}{2}\ ;\ 0\right)$ ، $\left(0\ ;\ \frac{2}{5}\right)$

2) تعيين ذهنيًا الثنائية حل الجمل التالية :

أ) $\begin{cases} x=\frac{1}{3} \\ 3x-y=4 \end{cases}$ الثنائية $\left(\frac{1}{3}\ ;\ -3\right)$ هي حل للجملة .

ب) $\begin{cases} y=x-1 \\ y=2x \end{cases}$ الثنائية $(-2\ ;\ -1)$ هي حل الجملة.

جمل معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين :

1- معرفة هل الثنائية $(-2\ ;\ 3)$ حل للجملة :

$\begin{cases} 2\times3-2=6-2=4 \\ 3-2=1\neq3 \end{cases}$ بما أن:

فإن الثنائية $(-2\ ;\ 3)$ ليست حل للجملة.

2- معرفة هل الثنائية $(2\ ;\ 1)$ حل للجملة :

$\begin{cases} 2\times1+2=2+2=4 \\ 1+2=3 \end{cases}$ بما أن:

فإن الثنائية $(2\ ;\ 1)$ حل للجملة.

حل الجملتين بإستعمال طريقة التعويض :

أ) الجملة $\begin{cases} x+3y=10 \\ 3x+5y=18 \end{cases}$

من المعادلة $x+3y=10$ نجد : $x=10-3y$

بتعويض x بالعبارة $10-3y$ في المعادلة $3x+5y=18$

نجد: $3(10-3y)+5y=18$

أي: $30-9y+5y=18$ وعليه: $-4y=18-30$

وبالتالي: $-4y=-12$ أي: $y=\frac{-12}{-4}=3$.

نعوض y بـ 3 فالمعادلة $x=10-3y$ نجد :

$x=10-3\times3=10-9=1$

وبالتالي الثنائية $(1\ ;\ 3)$ حل للجملة المعطاة.

ب) $\begin{cases} 3a+2b=0 \\ 6a+3b=-24 \end{cases}$

من المعادلة $3a+2b=0$ ينتج أن : $2b=-3a$

أي: $b=-\frac{3}{2}a$

بتعويض b بالعبارة $-\frac{3}{2}a$ في المعادلة $6a+3b=-24$

نجد : $6a+3\left(\frac{-3}{2}a\right)=-24$

أي: $6a-\frac{9}{2}a=-24$ بضرب طرفي المعادلة في 2 نجد : $12a-9a=-48$

وعليه : $3a=-48$ أي: $a=\frac{-48}{3}=-16$

وبالتالي: $b=\frac{-3}{2}\times(-16)=24$

ومنه الثنائية $(-16\ ;\ 24)$ حل للجملة الوحيد.

6 حل الجملتين التاليتين بطريقة التعويض :

أ) $\begin{cases} 2x-3y=1 \\ 3x+5y=21 \end{cases}$

من المعادلة $2x-3y=1$ ينتج : $2x=1+3y$ أي: $x=\frac{1}{2}+\frac{3}{2}y$

بتعويض قيمة x في المعادلة الثانية نجد : $3\left(\frac{1}{2}+\frac{3}{2}y\right)+5y=21$

أي: $\frac{3}{2}+\frac{9}{2}y+5y=21$ بضرب طرفي المعادلة في 2

نجد: $3+9y+10y=42$ أي: $19y=39$

وبالتالي: $y=\frac{39}{19}$ ومنه: $x=\frac{1}{2}+\frac{3}{2}\times\frac{39}{19}$

أي: $x=\frac{1}{2}+\frac{117}{38}$ أي: $x=\frac{19}{38}+\frac{117}{38}$

وبالتالي: $x=\frac{136}{38}$ أي: $x=\frac{68}{19}$

الثنائية $\left(\frac{68}{19}\ ;\ \frac{39}{19}\right)$ الحل الوحيد للجملة.

ب) $\begin{cases} d=90t \\ d+50t=280 \end{cases}$

بتعويض d بـ $90\,t$ في المعادلة $d+50t=280$ نجد: $90t+50t=280$

أي: $140t=280$ وعليه: $t=\frac{280}{140}=2$

وبالتالي: $d=90\times 2=180$

الثنائية $(180\ ;\ 2)$ الحل الوحيد للجملة.

7 حل الجملتين بإستعمال طريقة الجمع والتعويض :

أ) $\begin{cases} -x+3y=2 \\ 2x+y=3 \end{cases}$

نضرب طرفي المعادلة الأولى في العدد 2 نحصل على $\begin{cases} -2x+6y=4 \\ 2x+y=3 \end{cases}$

بجمع المعادلتين طرفا لطرف، نحصل على: $7y=7$ وعليه: $y=1$

بالتعويض عن قيمة y في المعادلة (2) نجد: $2x+1=3$ أي: $2x=2$

وعليه: $x=1$ إذن الثنائية $(1\ ;\ 1)$ هي الحل الوحيد للجملة.

ب) $\begin{cases} 5x+4y=16 \\ 3x+6y=15 \end{cases}$

بضرب طرفي المعادلة (1) في العدد 3 وطرفي المعادلة (2) في العدد السالب (-2) نحصل على الجملة: $\begin{cases} 15x+12y=48 \\ -6x-12y=-30 \end{cases}$

بجمع المعادلتين طرفا لطرف نحصل على: $9x=18$ أي: $x=2$

بالتعويض عن قيمة x في المعادلة الأولى نجد :

$10+4y=16$ أي: $4y=6$ ومنه: $y=\frac{6}{4}=\frac{3}{2}$

الثنائية $\left(2\ ;\ \frac{3}{2}\right)$ هي الحل الوحيد للجملة.

8 حل الجملتين بإستعمال طريقة الجمع والتعويض :

أ) $\begin{cases} 2x-y=1 \\ 3x+5y=21 \end{cases}$

بضرب طرفي المعادلة الأولى في العدد 5 نجد : $\begin{cases} 10x-5y=5 \\ 3x+5y=21 \end{cases}$

بجمع المعادلتين طرفًا لطرف، نحصل على: $13x=26$ ومنه: $x=2$

بالتعويض عن قيمة x في المعادلة (1) نجد: $4-y=1$

أي: $4-1=y$ ومنه: $y=3$

الثنائية $(2\ ;\ 3)$ الحل الوحيد للجملة.

ب) $\begin{cases} 3x+7y=11 \\ -5x+2y=5 \end{cases}$

بضرب طرفي المعادلة (1) في العدد 5 وطرفي المعادلة (2) في العدد 3 نحصل على الجملة: $\begin{cases} 15x+35y=55 \\ -15x+6y=15 \end{cases}$

بجمع المعادلتين طرفًا لطرف ، نحصل على: $41y=70$ وعليه: $y=\frac{70}{41}$.

بالتعويض عن قيمة y في المعادلة (1) نجد: $3x+7\left(\frac{70}{41}\right)=11$

أي: $3x=11-\frac{490}{41}$ ومنه: $3x=\frac{-39}{41}$ أي: $x=\frac{-39}{41\times 3}$ نجد: $x=\frac{-13}{41}$،

الثنائية $\left(\frac{-13}{41};\frac{70}{41}\right)$ هي الحل الوحيد للجملة.

9 حل الجملتين التاليتين :

أ) $\begin{cases}-2x+y=0\\3x-y=4\end{cases}$

بجمع المعادلتين طرفا لطرف، نحصل على: $x=4$ بتعويض عن قيمة x في المعادلة (1) نجد: $-8+y=0$ أي: $y=8$

الثنائية $(4;8)$ هي الحل الوحيد للجملة.

ب) $\begin{cases}\frac{x}{6}-y=-1\\3x-2y=6\end{cases}$

بضرب طرفي المعادلة (1) في العدد (-2) نحصل على الجملة $\begin{cases}-\frac{x}{3}+2y=2\\3x-2y=6\end{cases}$

بجمع المعادلتين طرفا لطرف، نحصل على: $\frac{-x}{3}+3x=8$

بضرب طرفي المعادلة في العدد 3 نجد: $-x+9x=24$ أي: $8x=24$

وعليه: $x=3$

بتعويض عن قيمة x في المعادلة (2) نجد: $9-2y=6$ أي: $9-6=2y$

وبالتالي: $2y=3$ أي: $y=\frac{3}{2}$

الثنائية $\left(3;\frac{3}{2}\right)$ هي الحل الوحيد للجملة.

10 حل الجملتين التاليتين :

أ) $\begin{cases}3x=2y\\y=3(x-3)\end{cases}$

بتعويض عن قيمة y في المعادلة (1) نجد :

$3x=2\times 3(x-3)$ أي: $3x=6x-18$ وعليه: $3x-6x=-18$ أي: $-3x=-18$

ومنه : $x=6$

بتعويض عن قيمة x في المعادلة (1) نجد: $18=2y$ وعليه: $y=9$

الثنائية $(6;9)$ هي الحل الوحيد للجملة.

ب) $\begin{cases}x=y\\3x+2y=0\end{cases}$

بتعويض عن قيمة x في المعادلة (2) نجد: $3y+2y=0$ أي: $5y=0$

ومنه $y=0$ وبالتالي: $x=0$

الثنائية $(0;0)$ هي الحل الوحيد للجملة.

11 حل كل جملة باختيار طريقة مناسبة :

أ) $\begin{cases}x+y=12\\3x+2y=31\end{cases}$

من المعادلة $x+y=12$ ينتج أن: $y=12-x$ بتعويض y بقيمتها في المعادلة $3x+2y=31$ نجد $3x+2(12-x)=31$ أي: $3x+24-2x=31$

ومنه : $x=31-24$ وبالتالي: $x=7$ وعليه: $y=12-7=5$

الثنائية $(7;5)$ هي الحل الوحيد للجملة.

ب) $\begin{cases}4x-3y=1\\12x-y=-5\end{cases}$ بضرب طرفي المعادلة الأولى في العدد (-3) نحصل على الجملة $\begin{cases}-12x+9y=-3\\12x-y=-5\end{cases}$

بجمع المعادلتين طرفا لطرف، نحصل على: $8y=-8$ وبالتالي: $y=-1$

نعوض عن قيمة y في المعادلة (1) نجد: $4x+3=1$ وبالتالي: $4x=-2$

أي : $x=\frac{-1}{2}$

الثنائية $\left(\frac{-1}{2};-1\right)$ هي الحل الوحيد للجملة.

ج) $\begin{cases}6x-5y=0\\2x-y=12\end{cases}$ بضرب طرفي المعادلة الثانية في العدد (-3) نحصل على

الجملة : $\begin{cases}6x-5y=0\\-6x+3y=-36\end{cases}$

بجمع المعادلتين طرفا لطرف، نحصل على: $-2y=-36$ وبالتالي: $y=18$

بالتعويض عن قيمة y في المعادلة (1) نجد: $6x-90=0$ أي: $6x=90$

وعليه: $x=15$

الثنائية $(15;18)$ هي الحل الوحيد للجملة.

د) $\begin{cases}a-b=6\\3a-\frac{b}{2}=3\end{cases}$ بضرب طرفي المعادلة الأولى في العدد (-3) نحصل على

الجملة $\begin{cases}-3a+3b=-18\\3a-\frac{b}{2}=3\end{cases}$

بجمع المعادلتين طرفا لطرف، نحصل على: $3b-\frac{b}{2}=-15$ وعليه: $\frac{5}{2}b=-15$

أي: $5b=-30$ وبالتالي $b=-6$

بتعويض قيمة b في المعادلة (1) نجد: $a+6=6$ أي: $a=0$

الثنائية $(0;-6)$ هي الحل الوحيد للجملة.

حلول التمارين | **صفحة 61 من الكتاب المدرسي**

12 حل الجملة $\begin{cases}x+3y=7\\5y-2=3(x-1)\end{cases}$

من المعادلة $x+3y=7$ ينتج $x=7-3y$

بتعويض عن قيمة x في المعادلة (2) نحصل على $5y-2=3(7-3y-1)$

أي: $5y-2=21-9y-3$ وعليه: $5y+9y=21-3+2$ ومنه: $14y=20$

أي: $y=\frac{20}{14}=\frac{10}{7}$

بالتعويض عن قيمة y في المعادلة (1) نجد: $x+3\left(\frac{10}{7}\right)=7$

وبالتالي: $x=7-\frac{30}{7}=\frac{49}{7}-\frac{30}{7}=\frac{19}{7}$

الثنائية $\left(\frac{19}{7};\frac{10}{7}\right)$ هي الحل الوحيد للجملة.

13 حل الجملة $\begin{cases}x-2y=1\\-3(x-y)=6\end{cases}$

من المعادلة $x-2y=1$ ينتج ما يلي: $x=1+2y$ بتعويض قيمة x في المعادلة الثانية نحصل على: $-3(1+2y-y)=6$ أي: $-3(1+y)=6$ ومنه: $-3-3y=6$

وبالتالي: $-3y=9$ أي: $y=-3$ وبالتعويض عن قيمة y في المعادلة (1) نجد : $x+6=1$ وعليه: $x=-5$

الثنائية $(-5;-3)$ هي الحل الوحيد للجملة.

حل مشكلات باستعمال جمل معادلتين

14 تحديد العددين a و b:

بما أن مجموع العددين هو 133 فإن: $a+b=133$ وإذا أضفنا إلى كل منها 5 أصبحت نسبتهما $\frac{4}{7}$ أي: $\frac{a+5}{b+5}=\frac{4}{7}$ أي : $7(a+5)=4(b+5)$

وعليه : $7a+35=4b+20$ ومنه: $7a-4b=-15$ وبالتالي لإيجاد هذين العددين يجب حل الجملة $\begin{cases}a+b=133\\7a-4b=-15\end{cases}$

بضرب طرفي المعادلة الأولى في العدد 4 نحصل على: $\begin{cases}4a+4b=532\\7a-4b=-15\end{cases}$

بجمع المعادلتين طرفا لطرف، نتحصل على: $11a=517$ وعليه: $a=\frac{517}{11}=47$

بتعويض عن قيمة x في المعادلة (1) نجد: $47+b=133$

وعليه: $b=133-47=86$

الثنائية (47;86) هي الحل الوحيد للجملة والعددان المطلوبان هما 47 و 86.

15 إيجاد النسبة $\frac{a}{b}$:

إذا أضفنا 2 إلى البسط a تكون النسبة تساوي 3 تعني: $\frac{a+2}{b}=3$

أي: $a+2=3b$ ..... (1)

وإذا أنقصنا 2 من البسط a تكون النسبة تساوي 4 تعني: $\frac{a-2}{b}=4$

أي: $a-2=4b$ ..... (2)

وبالتالي لإيجاد النسبة يجب حل الجملة $\begin{cases} a+2=3b \\ a-2=4b \end{cases}$

بضرب طرفي المعادلة الأولى في العدد (-1) نحصل على $\begin{cases} -a-2=-3b \\ a-2=4b \end{cases}$

بجمع المعادلتين طرفا لطرف، ينتج: $-4=b$

بتعويض عن قيمة b في المعادلة (1) نجد: $a+2=-12$ أي: $a=-14$

الثنائية $(-14;-4)$ حل للجملة المعطاة والنسبة المطلوبة هي $\frac{-14}{-4}$.

16 إيجاد العددان : بفرض العددان هما a و b.

بما أن مجموع العددان يساوي 206 فإن: $a+b=206$ وبما أنه عند قسمة أكبرهما على أصغرهما يكون حاصل القسمة 4 وباقي القسمة 1 وعليه: $a=4b+1$

وعليه لإيجاد العددان يجب حل الجملة: $\begin{cases} a+b=206 \\ a=4b+1 \end{cases}$

بتعويض a بقيمتها $4b+1$ في المعادلة الأولى ينتج: $4b+1+b=206$

أي: $5b=205$ وعليه: $b=41$

بتعويض قيمة b في المعادلة (1) نجد: $a+41=206$ أي: $a=206-41$

أي: $a=165$

الثنائية (165;41) هي الحل الوحيد للجملة والعددان هما 165، 41.

17 نفرض العددان هما x و y، مع $x>y$

الفرق بين العددين هو 24 أي: $x-y=24$

إذا أضفنا 8 إلى كل منهما نحصل على عددين أكبرهما هو ثلاث مرات أكثر من أصغرهما أي: $x+8=3(y+8)$

وعليه: $x+8=3y+24$ وبالتالي: $x-3y=16$

وعليه لإيجاد العددان يجب حل الجملة $\begin{cases} x-y=24 \\ x-3y=16 \end{cases}$

بضرب طرفي المعادلة (2) في العدد (-1) نحصل على الجملة: $\begin{cases} x-y=24 \\ -x+3y=-16 \end{cases}$

بجمع المعادلتين طرفا لطرف، ينتج: $2y=8$ أي: $y=4$

بتعويض عن قيمة y في المعادلة (1) نجد: $x-4=24$ وعليه: $x=28$

الثنائية (28;4) هي الحل الوحيد للجملة والعددان هما 4;28.

18 نفرض بعدا الحقل في البداية هما الطول x والعرض y.

بما أن محيط المستطيل يساوي $220m$ فإن: $2(x+y)=220$ أي: $x+y=110$

من جهة أخرى عند إنقاص $2m$ من الطول وزيادة $2m$ إلى العرض تزداد المساحة بـ $16m^2$ أي: $(x-2)(y+2)-xy=16$ أي: $xy+2x-2y-4-xy=16$

أي: $2x-2y=20$ وعليه : $x-y=10$

لإيجاد بعدا الحقل يجب حل الجملة $\begin{cases} x+y=110 \\ x-y=10 \end{cases}$

بجمع المعادلتين طرفا لطرف، ينتج: $2x=120$ وعليه: $x=60$

بتعويض عن قيمة x في المعادلة (1) ينتج: $60+y=110$ نجد: $y=110-60$

أي : $y=50$

الثنائية (60;50) الحل الوحيد للجملة وبالتالي بعدا الحقل هما $60m$ و $50m$.

19 تعيين x و y قيسي الزاويتين $\hat{A}$ و $\hat{B}$:

بما أن المثلث ABC متساوي الساقين فإن: $\hat{C}=\hat{B}=y$ وبما أن $\hat{A}+\hat{B}+\hat{C}=180°$

فإن: $x+2y=180$ وبما أن $AD=DC$ فإن المثلث ADC متساوي الساقين أي: $B\hat{A}C=A\hat{C}D$ وعليه: $x=\frac{y}{2}$ أي: $2x=y$ وبالتالي لإيجاد قيسي الزاويتين يجب

حل الجملة $\begin{cases} x+2y=180 \\ 2x=y \end{cases}$

بتعويض قيمة y بـ $2x$ في المعادلة الأولى نجد : $x+2(2x)=180$

أي: $5x=180$ وعليه: $x=36$ وبالتالي: $y=2\times36=72$

الثنائية $(36;72)$ حل الوحيد للجملة وعليه: $\hat{A}=36°$ ، $\hat{B}=72°$

20 نفرض عدد الأرانب هو x وعدد الدجاج هو y

بما أن عدد الرؤوس هو 36 يعني: $x+y=36$ وبما أن عدد السيقان هو 90

فإن: $4x+2y=90$ أي: $2x+y=45$

وعليه لإيجاد عدد الأرانب وعدد الدجاج يجب حل الجملة $\begin{cases} x+y=36 \\ 2x+y=45 \end{cases}$

بالطرح نجد: $(2x+y)-(x+y)=45-36$ أي: $x=9$

بتعويض بقيمة x في المعادلة (1) نجد: $9+y=36$ فإن: $y=36-9=27$

الثنائية $(9;27)$ الحل الوحيد للجملة.

وعليه عدد الأرانب هو 9 وعدد الدجاج هو 27.

21 حساب x ، y:

بما أن محيط شبه المنحرف $ABCD$ يساوي $13,8cm$

فإن : $AB+BC+CD+AD=13,8$ أي : $4+x+5+y=13,8$

وعليه : $x+y=13,8-9$ أي : $x+y=4,8$

من جهة أخرى وحسب خاصية طالس لدينا : $\frac{EA}{EB}=\frac{ED}{EC}=\frac{AD}{BC}$

وعليه : $\frac{10}{14}=\frac{y}{x}$ أي: $10x=14y$ وبالتالي: $x=\frac{14}{10}y$ أي: $x=1,4y$

وبالتالي لإيجاد x و y نحل الجملة $\begin{cases} x+y=4,8 \\ x=1,4y \end{cases}$

بتعويض قيمة x بـ $1,4y$ في المعادلة $x+y=4,8$ نجد: $1,4y+y=4,8$

أي: $2,4y=4,8$ ومنه $y=\frac{4,8}{2,4}=2$ وبالتالي: $x=1,4\times2=2,8$

الثنائية $(2,8;2)$ الحل الوحيد للجملة وعليه : $x=2,8cm$ و $y=2cm$.

أؤكد تعلّماتي :

اختيار الإجابة أو الإجابات الصحيح مع التبرير.

1. المعادلة $8x-1=y$ هي معادلة من الدرجة الأولى ذات المجهولين x و y.

2. الثنائية $(0;0)$ هي حل للمعادلة $3x+y=0$ و $x-3y=0$

لأن : $3\times0+0=0$ و $0-3\times0=0$.

3. الثنائية $\left(\frac{1}{2};-\frac{1}{2}\right)$ هي حل للمعادلة $x+y=0$ لأن: $\frac{1}{2}+\left(-\frac{1}{2}\right)=0$

4. الجملة $\begin{cases} 2a-b=3 \\ a-2b=-5 \end{cases}$ هي جملة معادلتين من الدرجة الأولى ذات المجهولين a و b.

5. إليك الجملة التالية : $\begin{cases} 3x-y=-1 \\ 3x+y=5 \end{cases}$ حل هذه الجملة هو الثنائية $\left(\frac{2}{3};3\right)$

لأن : $\begin{cases} 3\times\frac{2}{3}-3=2-3=-1 \\ 3\times\frac{2}{3}+3=2+3=5 \end{cases}$

6. من المعادلة $3x-y=1$ ينتج أن $y=3x-1$ و $x=\frac{y+1}{3}$ و $3x=y+1$

7. x و y قيسا زاويتين متكاملتين بالدرجات، يزيد x عن y بـ $15°$، لإيجاد x و y نحل الجملة التالية :

$$\begin{cases} x+y=180 \\ x=y+15 \end{cases}$$

أدمج تعلّماتي :

نفرض سعر علبة عصير هو x وسعر قطعة حلوى هو y.

بما أن ثمن 150 علبة عصير و 150 قطعة حلوى هو $11250DA$

فإن : $150x+150y=11250$ بالقسمة على 150 نجد : $x+y=75$

من جهة أخرى ثمن 24 علبة عصير و 30 قطعة حلوى هو $2100DA$

فإن: $24x+30y=2100$ بالقسمة على 6 نجد: $4x+5y=350$ وبالتالي لإيجاد سعر العصير وسعر قطعة الحلوى يجب حل الجملة $\begin{cases} x+y=75 \\ 4x+5y=350 \end{cases}$

من المعادلة $x+y=75$ ينتج أن: $y=75-x$

بتعويض عن قيمة y بـ $75-x$ في المعادلة الثانية نجد: $4x+5(75-x)=350$

أي: $4x+375-5x=350$ وعليه: $-x=350-375$ وبالتالي: $-x=-25$

أي: $x=25$ وبالتالي: $y=75-25=50$

الثنائية $(25;50)$ هو الحل الوحيد للجملة وبالتالي سعر علبة عصير برتقال هو $25DA$ وسعر قطعة حلوى هو $50DA$.

حلول التمارين | **صفحة 63 من الكتاب المدرسي**

أتعمق :

22 باستعمال طريقة الجمع والتعويض نحل الجملة $\begin{cases} 8x+3y=39,5 \\ 7x+9y=50,5 \end{cases}$

بضرب طرفي المعادلة $8x+3y=39,5$ في العدد (-3) نجد $\begin{cases} -24x-9y=-118,5 \\ 7x+9y=50,5 \end{cases}$

بجمع المعادلتين طرفا لطرف ينتج أن: $-17x=-68$ وعليه: $x=\frac{68}{17}=4$

بتعويض عن قيمة x في المعادلة $8x+3y=39,5$ نجد: $32+3y=39,5$

أي : $3y=7,5$ وبالتالي: $y=\frac{7,5}{3}$ أي: $y=2,5$

الثنائية $(4;2,5)$ هو الحل الوحيد للجملة.

23 حل الجملة $\begin{cases} 2x+y=1 \\ -2x+4y=-6 \end{cases}$ بطريقة الجمع والتعويض:

بجمع المعادلتين طرفا لطرف، ينتج أن: $5y=-5$ وعليه: $y=-1$

بتعويض عن قيمة y في المعادلة $2x+y=1$ نجد: $2x-1=1$ أي: $2x=2$

ومنه: $x=1$

الثنائية $(1;-1)$ هي الحل الوحيد للجملة.

24 بفرض العددان هما a و b فإن :

$\begin{cases} a+b=2019 \\ a-b=25 \end{cases}$ بجمع المعادلتين طرفا لطرف، ينتج أن: $2a=2044$

وبالتالي: $a=1022$

بتعويض عن قيمة a في المعادلة $a+b=2019$ نجد: $1022+b=2019$

أي : $b=2019-1022$ وعليه: $b=997$

الثنائية $(1022;997)$ الحل الوحيد للجملة والعددان المطلوبان هما 1022 و 997.

25 تعيين بعدي المستطيل :

بفرض الطول هو x والعرض هو y.

وبما أن المحيط هو $60cm$ فإن: $2(x+y)=60$ أي: $x+y=30$ وإذا زدنا طوله بـ $5cm$ وأنقصنا عرضه بـ $2cm$ بقيت مساحته نفسها يعني: $(x+5)(y-2)=xy$

وبالتالي: $xy-2x+5y-10=xy$ أي: $-2x+5y=10$ وعليه لإيجاد بعدي المستطيل نحل الجملة $\begin{cases} x+y=30 \\ -2x+5y=10 \end{cases}$ بضرب طرفي المعادلة $x+y=30$ في العدد 2 نجد : $\begin{cases} 2x+2y=60 \\ -2x+5y=10 \end{cases}$

بجمع المعادلتين طرفا لطرف، ينتج أن: $7y=70$ أي: $y=10$

بتعويض عن قيمة y في المعادلة $x+y=30$ نجد: $x+10=30$ أي: $x=20$

وبالتالي الثنائية $(20;10)$ هي الحل الوحيد للجملة وبالتالي بعدا هذا المستطيل هما $20cm$ ، $10cm$.

26 تعيين عمر أمين وعمر حمزة :

بفرض عمر أمين هو a وعمر حمزة هو b.

بما أن مجموع عمريهما هو 34 سنة فإن: $a+b=34$

بعد 4 سنوات، يصير عمر أمين ضعف عمر حمزة

أي: $a+4=2(b+4)$

وعليه : $a+4=2b+8$

أي : $a-2b=4$

وبالتالي لإيجاد عمر أمين وعمر حمزة يجب حل الجملة $\begin{cases} a+b=34 \\ a-2b=4 \end{cases}$

بضرب طرفي المعادلة $a+b=34$ في العدد 2 ينتج: $\begin{cases} 2a+2b=68 \\ a-2b=4 \end{cases}$

بجمع المعادلتين طرفا لطرف، ينتج أن: $3a=72$ وعليه: $a=\frac{72}{3}$ أي: $a=24$

بتعويض عن قيمة a في المعادلة $a+b=34$ نجد: $24+b=34$ أي: $b=10$

الثنائية $(24;10)$ هي الحل الوحيد للجملة وعليه: عمر أمين هو 24 سنة وعمر حمزة 10 سنوات.

27 تعيين وزن كل ثمرة : بفرض وزن التفاحة الواحدة هو x ووزن الإجاصة الواحدة هو y. * لدينا: $1kg50g=1050g$

بما أن وزن 5 تفاحات و 3 إجاصات هو $1050g$ فإن: $5x+3y=1050$

وبما أن وزن إجاصة هو $\frac{2}{3}$ وزن التفاحة فإن : $y=\frac{2}{3}x$

وبالتالي لإيجاد وزن كل ثمرة يجب حل الجملة التالية $\begin{cases} 5x+3y=1050 \\ y=\frac{2}{3}x \end{cases}$

بتعويض عن قيمة y بـ $\frac{2}{3}x$ في المعادلة الأولى نجد: $5x+3\left(\frac{2}{3}\right)x=1050$

أي: $5x+2x=1050$ وعليه: $7x=1050$ إذن: $x=\frac{1050}{7}=150$

بتعويض عن قيمة x بـ 150 في المعادلة الثانية نجد : $y=\frac{2}{3}\times 150=100$

الثنائية $(150;100)$ هو الحل الوحيد للجملة وعليه وزن التفاحة الواحدة هو $150g$ ووزن الإجاصة الواحدة هو $100g$.

28 بفرض علامة الفرض هي a وعلامة الواجب المنزلي هي b

حسب المعطيات لدينا : $\begin{cases} \frac{2a+b}{3}=11 \\ \frac{a+2b}{3}=13 \end{cases}$ أي : $\begin{cases} 2a+b=33 \\ a+2b=39 \end{cases}$

بضرب طرفي المعادلة $2a+b=33$ في العدد (-2) نحصل على :

$\begin{cases} -4a-2b=-66 \\ a+2b=39 \end{cases}$

بجمع المعادلتين طرفا لطرف، ينتج أن: $-3a=-27$ أي: $a=9$

بتعويض عن قيمة a بـ 9 في المعادلة $2a+b=33$ نجد: $18+b=33$

وعليه: $b=33-18=15$

الثنائية $(9;15)$ الحل الوحيد للجملة وبالتالي علامة الفرض هي 9 وعلامة الواجب المنزلي هي 13.

29 تعيين عدد قارورات كل فئة :

التحويل : $7kg=7000g$

بفرض عدد قارورات فئة $500g$ هو x وعدد قارورات فئة $250g$ هو y.

كتابة الجملة : $\begin{cases} x+y=18 \\ 500x+250y=7000 \end{cases}$

بقسمة طرفي المعادلة (2) على 250 نجد: $\begin{cases} x+y=18 \\ 2x+y=28 \end{cases}$

بطرح (1) من (2) ينتج :

$(2x+y)-(x+y)=28-18$ أي : $x=10$

بتعويض عن قيمة x بـ 10 في المعادلة الأولى نجد: $10+y=18$

أي: $y=18-10=8$

الثنائية $(10;8)$ الحل الوحيد للجملة وبالتالي :

عدد قارورات من فئة $500g$: 10.

عدد قارورات من فئة $250g$: 8.

30 تعيين عدد أوراق كل فئة :

بفرض عدد أوراق فئة $1000DA$ هو x وعدد أوراق فئة $2000DA$ هو y وبما أنه تم سحب 356 ورقة فإن: $x+y=356$

من جهة أخرى المبلغ الإجمالي المسحوب هو $454000DA$

فإن: $1000x+2000y=454000$ أي: $x+2y=454$

لإيجاد عدد أوراق كل فئة يجب حل الجملة $\begin{cases} x+y=356 \\ x+2y=454 \end{cases}$

بطرح (1) من (2) نجد: $(x+2y)-(x+y)=454-356$ أي: $y=98$

بتعويض عن قيمة y بـ 98 في المعادلة $x+y=356$ نجد: $x+98=356$

أي: $x=356-98=258$

الثنائية $(258;98)$ الحل الوحيد للجملة وعليه عدد أوراق فئة $1000DA$ هو 258

وعدد أوراق فئة $2000DA$ هو 98.

31 1. المعادلة التي تترجم مشتريات الزبون الأول هي : $6x+y=720$

x يمثل سعر علبة من الحليب و y يمثل سعر قارورة العصير.

2. أ- شرح لماذا عند تطبيق تخفيض بـ 20% نضرب الثمن في 0,8:

$$\left(1-\frac{20}{100}\right)x=(1-0,2)x=0,8x$$

ب- كتابة معادلة تعبر عن مشتريات الزبون الثاني ثم بيان أنها تكتب على النحو : $x+y=216$:

بما أن الزبون اشترى 5 علب من الحليب و 5 قارورات عصير ودفع $1080DA$

فإن: $5x+5y=1080$

بقسمة طرفي المساواة على 5 نجد: $x+y=216$.

3. حل الجملة $\begin{cases} 6x+y=720 \\ x+y=270 \end{cases}$

بالطرح : $(6x+y)-(x+y)=720-270$

نجد: $5x=450$ أي: $x=\frac{450}{5}=90$

بتعويض عن قيمة x بـ 90 في المعادلة الثانية نجد: $90+y=270$

وعليه: $y=270-90=180$

الثنائية $(90;180)$ الحل الوحيد للجملة.

4. مما سبق : سعر علبة الحليب هو $90DA$ وسعر قارورة العصير هو $180DA$.

6- الدّالة الخطيّة والتناسبية

تحدّ: صفحة 65 من الكتاب المدرسي

حساب السرعة المتوسطة :

بالنسبة للمتحرك A :

المسافة المقطوعة ÷ الزمن الكلي = السرعة

أي: $V_A=\frac{320}{4,5}$

ومنه بالتدوير إلى الوحدة نجد : $V_A=71km/h$

وعليه السرعة المتوسطة للمركبة A هي $V_A=71km/h$

بالنسبة المركبة B :

لدينا: $V_B=\frac{d}{t}$ أي: $V_B=\frac{320}{4}=80$

ومنه سرعة المركبة B هي $V_B=80km/h$

وصف الحركة :

حركة المركبة A غير منتظمة وفق أربعة مراحل وحركة المركبة B مستقيمة منتظمة لأن تمثيلها البياني عبارة عن مستقيم يشمل المبدأ وعليه فهي وضعية تناسبية.

استعد :

اصحيح أم خاطئ مع التبرير :

1) إذا كان $x=3$ فإن: $-3x-1=10$. **خاطئ**

لأن: $-3\times3-1=-9-1=-10\neq10$

2) إذا كان $x-5=-20$ فإن: $x=-15$. **صحيح**

لأن: $x-5=-20$ تعني أن: $x=-20+5=-15$

3) إذا كان $-5x=20$ فإن: $x=25$. **خاطئ**

لأنه إذا كان $-5x=20$ فإن: $x=\frac{20}{-5}=-4$

4) العدد الناقص في الجدول التناسبية المقابل هو -9. **صحيح**

لأن: $\frac{3\times 6}{-2}=\frac{18}{-2}=-9$

5) في متوسطة 260 تلميذا نصف داخلي وهو ما يمثل 65%

العدد الإجمالي لتلاميذ المتوسطة هو 400. **صحيح**

لأن: $\begin{matrix} 260 \to 65\% \\ x \to 100\% \end{matrix}$ إذن: $x=\frac{260\times 100}{65}=400$

6) أخذ 2% من $150DA$ معناه أخذ $3DA$. **صحيح**

لأن: $150\times\frac{2}{100}=\frac{300}{100}=3$

7) سعر جهاز هو $12850DA$.

بعد زيادة بنسبة 8%، أصبح سعره $13800DA$. **خاطئ**

لأن: $12850\left(1+\frac{8}{100}\right)=12850\times 1,08=13878$

8) سعر جهاز هو $6900DA$.

تخفيض بـ 15% على سعر الجهاز يقدر بـ $1380DA$. **خاطئ**

لأن: $6900\times\frac{15}{100}=6900\times 0,15=1035$

9) قطع درّاج مسافة $30km$ في مدة زمنية قدرها $1h30\min$

إذن سرعة المتوسطة للدّراج تساوي $20km/h$. **صحيح**

لأن : لدينا : $1h30\min=1,5h$

وعليه : $V=\frac{d}{t}=\frac{30}{1,5}=20km/h$

حاول التمارين | صفحة 72 من الكتاب المدرسي

أوظّف تعلّماتي :

* تعيين دالة خطية :

1 تعيين الدالة الخطية التي تنمذج هذه الوضعية :

لدينا: $2400=2500a$ أي: $a=\frac{2400}{2500}$ وعليه: $a=0,96$

وبالتالي: $f(x)=0,96x$

* نسبة التخفيض هي 4% لأن : $P=(1-0,96)\times 100=4$

2 الدالة الخطية f من الشكل $f(x)=ax$

ومنه : $a\times 1=\sqrt{3}-\sqrt{2}$ أي : $a=\sqrt{3}-\sqrt{2}$

وعليه : $f(x)=\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)x$

معرفة هل النقطة $A\left(\sqrt{3}-\sqrt{2};\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)$ تنتمي إلى المستقيم (D):

لدينا : $f\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)=\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)$

$=\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^2$

$=\left(\sqrt{3}\right)^2-2\sqrt{3}\times\sqrt{2}+\left(\sqrt{2}\right)^2$

$=3-2\sqrt{6}+2$

$=5-2\sqrt{6}$

وعليه : $A'\notin(D)$

3 1- التعبير عن السعر y للمنتوج بعد التخفيض بدلالة السعر x قبل التخفيض:

$y=\left(1-\frac{5}{100}\right)x$ ومنه: $y=0,95x$.

2- $y=0,95\times 1200=1140$

سعر المنتوج بعد التخفيض هو $1140DA$

3- لدينا : $0,95x=1900$ يعني : $x=\frac{1900}{0,95}$ أي : $x=2000$

سعر المنتوج قبل التخفيض هو $2000DA$

4 1- تعيين معامل الدالة الخطية التي تنمذج هذه الوضعية :

لدينا : $a=\frac{3240}{3000}=1,08$

2- النسبة المئوية للزيادة هي 8% لأن :

$(1,08-1)\times 100=8$

5 1) يجب ضرب حجم الماء في العدد 1,08 للحصول على حجم الجليد لأن :

$$\left(1+\frac{8}{100}\right)=1+0,08=1,08$$

2) $f(x)=1,08x$

f دالة خطية لأنها تكتب من الشكل ax معاملها هو 1,08.

6 تعيين الدّالة الخطية g علما أن : $g\left(\frac{-2}{3}\right)=\frac{-3}{5}$

الدالة g من الشكل: $g(x)=ax$ تعني أن : $\frac{-2}{3}a=\frac{-3}{5}$

أي : $a=\frac{-3}{5}\div\frac{-2}{3}$ وبالتالي : $a=\frac{-3}{5}\times\frac{-3}{2}$ أي : $a=\frac{9}{10}$

وبالتالي: $g(x)=\frac{9}{10}x$.

7 معرفة هل الدوال التالية خطية :

$f:x\mapsto 3\pi x$ دالة خطية معاملها هو 3π.

$g:x\mapsto 3x+\sqrt{2}$ ليست دالة خطية .

$h:x\mapsto x^2$ ليست دالة خطية.

تعيين صورة عدد وتعيين عدد صورته معلومته :

8 f هي الدالة الخطية المعرفة بالدستور: $f(x)=-\frac{\sqrt{3}}{2}x$.

1) حساب $f\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)$ ، $f(-2)$ و $f(4)$:

$$f\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)=-\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{2\sqrt{3}}{3}=-\frac{6}{6}=-1$$

$$f(-2)=-\frac{\sqrt{3}}{2}(-2)=\frac{2\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$$

$$f(4)=-\frac{\sqrt{3}}{2}(4)=-\frac{4\sqrt{3}}{2}=-2\sqrt{3}$$

2) تعيين صور الأعداد 3- ، 6 ، 0 بالدالة f:

$$f(-3)=-\frac{\sqrt{3}}{2}(-3)=\frac{3\sqrt{3}}{2}$$

$\frac{3\sqrt{3}}{2}$ صورة (3-) بالدالة f.

$$f(6)=\frac{-\sqrt{3}}{2}(6)=-\frac{6\sqrt{3}}{2}=-3\sqrt{3}$$

$(-3\sqrt{3})$ صورة (6) بالدالة f.

$$f(0)=-\frac{\sqrt{3}}{2}\times 0=0$$

0 هي صورة 0 بالدالة f.

3) تعيين العدد الذي صورته $\sqrt{3}$:

بوضع: $f(x)=\sqrt{3}$ نجد: $\frac{-\sqrt{3}}{2}x=\sqrt{3}$

وعليه : $x=\frac{\sqrt{3}}{-\frac{\sqrt{3}}{2}}$ أي : $x=\sqrt{3}\times\frac{-2}{\sqrt{3}}=-2$

وبالتالي العدد الذي صورته $\sqrt{3}$ بالدالة f هو (2-).

4) تعيين العدد الذي صورته $\sqrt{12}$:

بوضع $f(x)=\sqrt{12}$ نجد: $\frac{-\sqrt{3}}{2}x=\sqrt{12}$

وعليه: $x=\frac{\sqrt{12}}{-\frac{\sqrt{3}}{2}}$ أي: $x=\sqrt{12}\times\frac{-2}{\sqrt{3}}=-4$

وبالتالي العدد الذي صورته $\sqrt{12}$ بالدالة f هو (4-).

9 f الدالة الخطية التي معاملها 2,1.

كمل الجدول ثم إتمامه :

x	-3	0	7	-1
$f(x)$	-6,3	0	14,7	-2,1

10 النقطة $M\left(\frac{2}{7};-\frac{1}{3}\right)$ تنتمي إلى المستقيم الذي يمثل الدالة الخطية f

يعني أن: $f\left(\frac{2}{7}\right)=-\frac{1}{3}$

معامل الدالة f هو: $a=\frac{f\left(\frac{2}{7}\right)}{\frac{2}{7}}=\frac{-\frac{1}{3}}{\frac{2}{7}}$ أي: $a=\frac{-1}{3}\times\frac{7}{2}=\frac{-7}{6}$

وبالتالي : $f(x)=\frac{-7}{6}x$

نقل وإتمام الجدول :

x	2	$\frac{18}{7}$	0	10
$f(x)$	$\frac{-7}{3}$	-3	0	$\frac{-35}{3}$

تمثيل دالة خطية وقراءة تمثيل بياني :

11 1) حساب $f(1954)$ و $f(2018)$:

أولا إيجاد عبارة الدالة الخطية :

لدينا: $a=\frac{f(400)}{400}=\frac{80}{400}=\frac{1}{5}$ وعليه: $f(x)=\frac{1}{5}x$

وعليه:

$$f(1954)=\frac{1}{5}\times 1954=390,8$$

$$f(2018)=\frac{1}{5}\times 2018=403,6$$

2) تعيين العدد الذي صورته 10085:

بوضع $f(x)=10085$ نجد: $\frac{1}{5}x=10085$

وبالتالي : $x=10085\times 5$ أي : $x=50425$

وبالتالي العدد الذي صورته 10085 بالدالة f هو 50425.

12 * سعر $2,5kg$ من هذه الفواكه هو $200DA$

* الكمية التي اشتراها الزبون هي $1,5kg$

13 تمثيل بيانيا الدّوال التالية:

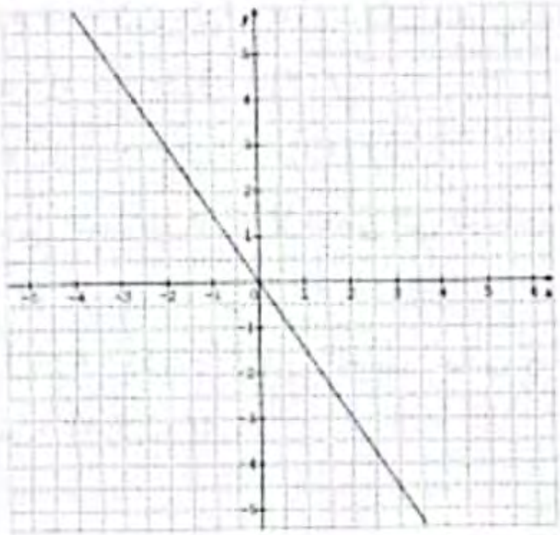
$f: x\mapsto \frac{-3}{2}x$

(d) يشمل مبدأ المعلم.

$f(2)=-3$: إذن (d)

يشمل النقطة $A(2;-3)$.

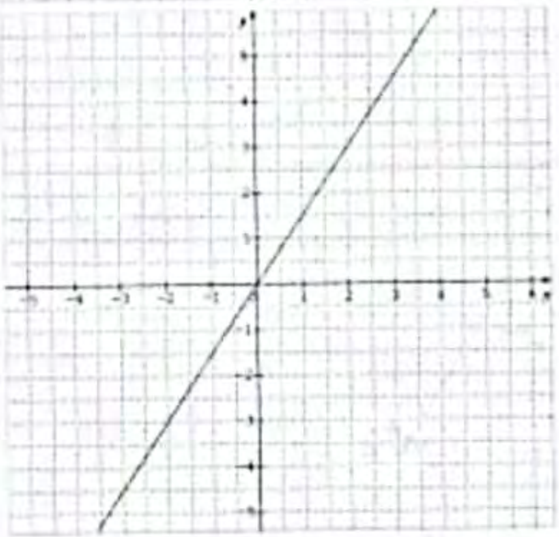
وبالتالي التمثيل البياني للدالة f هو المستقيم (d).



$g: x\mapsto \frac{3}{2}x$

$g(0)=0$ ، $g(2)=3$

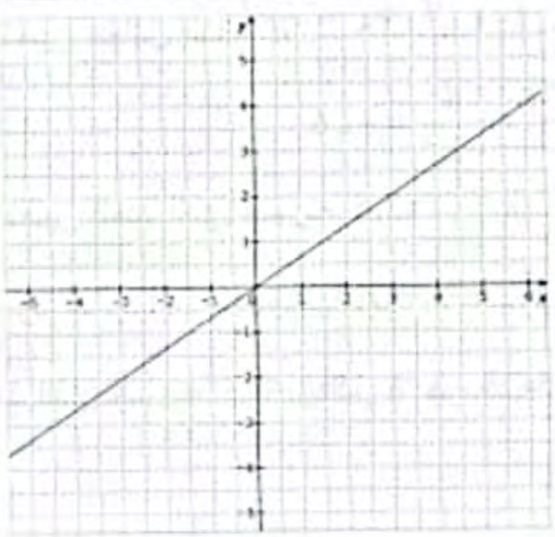
التمثيل البياني للدالة g هو المستقيم (d) الذي يشمل المبدأ والنقطة $A'(2;3)$



$h: x\mapsto \frac{2}{3}x$

لدينا : $h(0)=0$ و $h(3)=2$

التمثيل البياني للدالة h هو المستقيم (Δ) الذي يشمل المبدأ والنقطة $B(3;2)$.



14 لدينا :

$f(2,5) = -3,2 \times 2,5 = -8 \neq 8,5$

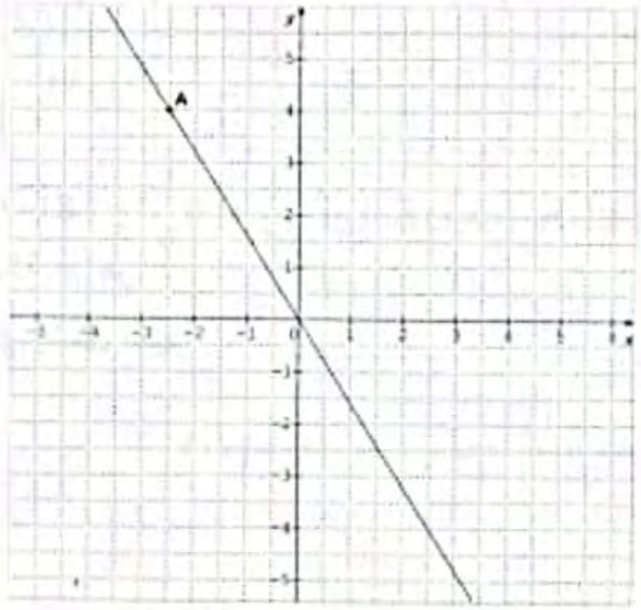
$f(5) = -3,2 \times 5 = -16 \neq 16$

$f(10) = -3,2 \times 10 = -32 \neq 32$

وبالتالي النقط C, B, A لا تنتمي إلى المستقيم (D).

15 1) التمثيل البياني للدالة h :

بما أن : $h(-2,5) = 4$ فإن التمثيل البياني للدالة h هو مستقيم يشمل المبدأ والنقطة $A(-2,5;4)$.



2) تعيين معامل الدالة h :

$$a = \frac{h(-2,5)}{-2,5} = \frac{4}{-2,5} = -1,6$$

3) تعيين العدد الذي صورته 2,5 :

بوضع $h(x) = 2,5$ نجد : $-1,6x = 2,5$ أي : $x = \frac{2,5}{-1,6} = -1,5625$

العدد الذي صورته 2,5 بالدالة h هو $-1,5625$.

التعرف على وضعية تناسبية :

16 تعيين العدد b علما أن الجدول التالي جدول تناسبية :

$b-1$	4
-16	$1-b$

بما أن الجدول تناسبي فإن: $(b-1)(1-b) = 4 \times (-16)$ أي: $-(b-1)^2 = -64$

أي : $(b-1)^2 = 64$ وعليه : $\begin{cases} b-1=8 \\ b-1=-8 \end{cases}$ أي : $\begin{cases} b=9 \\ b=-7 \end{cases}$

وبالتالي : $b=9$ أو $b=-7$.

17

1) نقل الجدول وإتمامه :

r (بالمتر)	2,5	3	8	9,5
P (بالمتر)	5π	6π	16π	19π
A (بالمتر المربع)	$6,25\pi$	9π	64π	$90,25\pi$

2) معرفة هل A و P متناسبان :

بما أن: $\frac{9\pi}{6\pi} = 1,5$ ، $\frac{6,25\pi}{5\pi} = 1,25$

فإن: $\frac{9\pi}{6\pi} \neq \frac{6,25\pi}{5\pi}$ وبالتالي المقداران A و P غير متناسبان.

3) معرفة هل A و r متناسبان :

بما أن: $\frac{9\pi}{3} = 3\pi$ ، $\frac{6,25\pi}{2,5} = 2,5\pi$

فإن : $\frac{9\pi}{3} \neq \frac{6,25\pi}{2,5}$ وبالتالي A و r غير متناسبان.

III البيان الذي يمثل وضعية تناسبية هو البيان الذي يقع على الجهة اليسرى وهو عبارة عن مستقيم يمر من المبدأ.

معامل التناسبية هو : $a = \frac{1,5}{1} = 1,5$

استعمال النسب المئوية

19 1) كتابة الدالة الخطية التي تترجم أخذ $t\%$ من مقدار x : $f(x)=\frac{t}{100}x$

2)

$$f(30)=\frac{20}{100}\times 30=6$$
$$f(10)=\frac{30}{100}\times 10=3$$

عدد الفواكه المتبقية في الكيس هو 31 لأن: $(30+10)-(6+3)=40-9=31$

20

$$560\left(1-\frac{6}{100}\right)=560\times 0,94$$
$$=526,4$$

السعر الجديد لهذا الكتاب هو $526,4DA$

21 1) كتابة عبارة الدالة الخطية التي تترجم انخفاض مقدار x بنسبة 15%:

$$f(x)=\left(1-\frac{15}{100}\right)x=0,85x$$

2) $f(40)=40\times 0,85=34$

عدد رؤوس القطيع بعد هذا الانخفاض هو 34 رأس

22

1) الدالة التي تعبر عن زيادة 5% في مقدار x هي: $g:x\mapsto 1,05x$

2)

$$g(25000)=25000\times 1,05$$
$$=26250$$

الراتب الجديد لهذا العامل هو $26250DA$.

23 معرفة نسبة التخفيض :

لدينا: $4500\left(1-\frac{P}{100}\right)=4140$

وعليه: $4500-45P=4140$ أي: $-45P=4140-4500$

ومنه: $-45P=-360$ وعليه: $P=\frac{360}{45}=8$

وبالتالي نسبة التخفيض هي : 8%.

24 1) السعر الجديد للغسالة :

$$48000\left(1-\frac{3}{100}\right)\left(1-\frac{4}{100}\right)=48000\times 0,97\times 0,96$$
$$=44697,6$$

وبالتالي السعر الجديد للغسالة هو $44697,6DA$

2) النسبة مئوية الكلية للتخفيض :

لدينا: $48000\left(1-\frac{P}{100}\right)=44697,6$ أي : $48000-480P=44697,6$

وعليه: $48000-44697,6=480P$

أي: $480P=3302,4$ وبالتالي: $P=\frac{3302,4}{480}=6,88$

وعليه النسبة المئوية للتخفيض الكلي هي : $6,88\%$.

المقادير المركبة

25 1- كتلة الماء لشخص يزن $63kg$ هي: $47,25kg$ لأن: $63\times\frac{75}{100}=47,25$

حجم الماء هو $47,25L$

2- كتلة شخص إذا علمت أن حجم الماء المتواجد في جسمه هو $47L$

$75\% \to 47kg$
$100\% \to x$ وعليه: $x=\frac{47\times 100}{75}$ أي: $x=62,66$

وزن الشخص هو $62,66kg$.

26 الكتلة الحجمية للزئبق هي : $13600kg/m^3$

$$13600kg/m^3=\frac{13600}{1000000}kg/cm^3=0,136kg/cm^3$$

حجم الكيلوغرام الواحد من الزئبق هو $0,136cm^3$

لدينا: $1m^3 = 1000L$ ، $1s = \frac{1}{60}\min$

$$2200m^3/s = 2200 \times \frac{1000}{\frac{1}{60}} L/\min$$

وعليه: $= 2200 \times 1000 \times 60$

$= 132000000 L/\min$

حلول التمارين | **صفحة 74 من الكتاب المدرسي**

أؤكد تعلّماتي :

اختيار الإجابة الصحيحة مع التبرير :

1- معامل الدّالة الخطية التي تمثيلها البياني يشمل النقطة $A(2;7)$ هو: 3,5

لأن : $a = \frac{f(2)}{2} = \frac{7}{2} = 3,5$

2- 9- هي صورة 6- بالدالة الخطية : $g : x \mapsto 1,5x$

لأن: $g(-6) = 1,5(-6) = -9$

3- 8 هو العدد الذي صورته 14 بالدالة الخطية $f : x \mapsto 1,75x$

لأن : $f(x) = 14$ تعني $1,75x = 14$ أي : $x = \frac{14}{1,75} = 8$

4- المستقيم (Δ) هو التمثيل البياني للدالة $h : x \mapsto 0,25x$

لأن: $h(1) = 0,25 \times 1 = 0,25$

5- f دالة خطية حيث $f(m) = n$ و $m \neq 0$، معاملها هو: $\frac{n}{m}$

لأن : $a = \frac{f(m)}{m} = \frac{n}{m}$

6- معامل الدّالة الخطية هو : ب) $-0,4$

لأن : $\frac{-2}{5} = \frac{-10}{25} = \frac{-4}{10} = -0,4$

7- $7cm^3$ من الذهب يزن $135,1g$

الكتلة الحجمية للذهب هي $19,3g/cm^3$

لأن: $\frac{135,1}{7} = 19,3g/cm^3$

8- يمكن ترجمة خفض مقدار بـ 10% بالدالة الخطية $f : x \mapsto 0,9x$

$$f(x) = \left(1 - \frac{10}{100}\right)x = 0,9x$$

أدمج تعلّماتي :

1) تعيين المدة الزمنية للصعود :

لدينا : $BH = 1400m - 900m = 500m$

بتطبيق خاصية فيثاغورث على المثلث ABH القائم في H نجد :

$AB^2 = AH^2 + BH^2$ وعليه : $AB^2 = (2500)^2 + (500)^2$

أي : $AB^2 = 6500000$

وعليه : $AB = \sqrt{6500000} = \sqrt{250000 \times 26} = 500\sqrt{26}$

$$t = \frac{d}{v} = \frac{500\sqrt{26}}{5,5} = 463,5s$$

وبالتالي: $t = 7\min 43,5s$

2) أ- التعبير عن تكلفة الرحلة بدلالة x:

بما أن كل طفل يستفيد من تخفيض قدره 40% من قيمة x إذا يدفع $0,6x$

لأن: $\left(1 - \frac{40}{100}\right)x = 0,6x$

وعليه : $f(x) = 2x + 3 \times 0,6x = 3,8x$

ب) تحديد أكبر قيمة لسعر التذكرة عند دفع مبلغ $2000DA$:

بوضع $f(x) = 2000$ يعني: $3,8x = 2000$

أي: $x = \frac{2000}{3,8}$

بالتدوير إلى الوحدة نجد: $x = 526$

وبالتالي أكبر قيمة لسعر التذكرة عند دفع مبلغ $2000DA$ هي $526DA$.

أتعمق :

28 أ) المسافة الكلية المقطوعة هي $170km$

ب) المدة الزمنية التي يستغرقها الدراج لقطع $100km$ الأولى هي : $2,5h$

ج) المسافة المقطوعة خلال نصف ساعة الأخيرة هي $20km$ لأن :

$$170km - 150km = 20km$$

د) تعيين سرعة الدّراج في المرحلة الأولى :

$$v = \frac{40}{1} = 40km/h$$

29 التعبير عن السعر الجديد y بدلالة x و t:

$$y = \left(1 + \frac{t}{100}\right)\left(1 - \frac{t}{100}\right)x$$

$$y = \left(1 - \frac{t^2}{10000}\right)x$$

30 تعيين وتمثيل بيانيا الدوال الخطية f التي تحقق:

$$f\left(x+\sqrt{2}\right) - f\left(x-\sqrt{2}\right) = 4$$

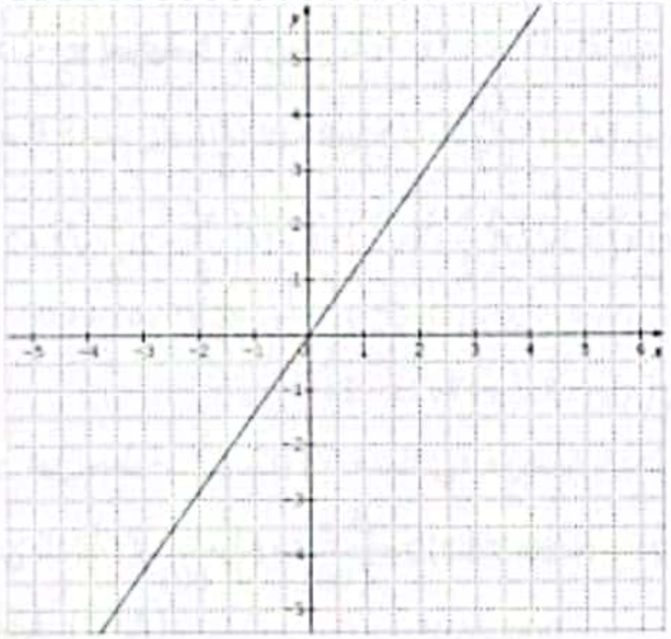
لدينا :

$$a = \frac{f\left(x+\sqrt{2}\right) - f\left(x-\sqrt{2}\right)}{\left(x+\sqrt{2}\right) - \left(x-\sqrt{2}\right)}$$

$$a = \frac{4}{x+\sqrt{2}-x+\sqrt{2}} = \frac{4}{2\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{4} = \sqrt{2}$$

وعليه : $f(x) = \sqrt{2}x$

التمثيل البياني لهذه الدالة هو مستقيم يشمل المبدأ والنقطة $\left(\sqrt{2};2\right)$

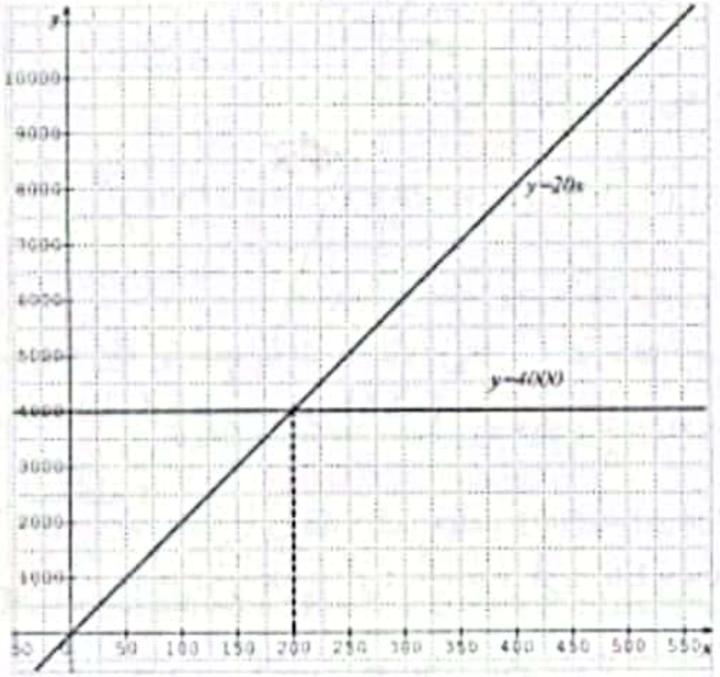


31 الدالة الممثلة للتسعيرة الأولى : $f(x) = 20x$

الدالة الممثلة للتسعيرة الثانية : $g(x) = 4000$

التمثيل البياني للدالة f هو مستقيم يشمل المبدأ والنقطة $(100;2000)$

بينما التمثيل البياني للدالة g هو مستقيم أفقي يشمل $(0;4000)$ ، $(100;4000)$



من خلال التمثيل البياني يتضح أنه إذا كان المسافة أقل من $200km$ فالتسعيرة الأولى أفضل.

32 معرفة هل الدالة g خطية :

$$g(x)=x\sqrt{8}\left(\frac{1}{2}-x\sqrt{2}\right)+8-16\left(\frac{x}{2}-\sqrt{2}\right)^2$$

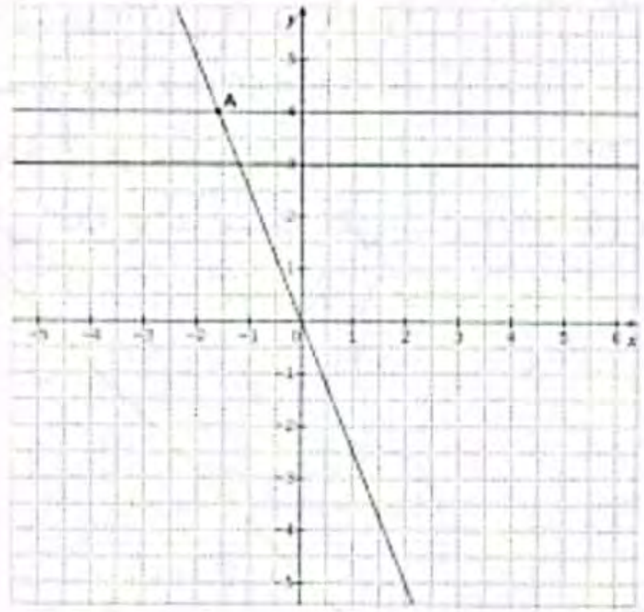
$$g(x)=2\sqrt{2}x\left(\frac{1}{2}-x\sqrt{2}\right)+8-16\left(\frac{x^2}{4}-2.\frac{x}{2}.\sqrt{2}+2\right)$$

$$g(x)=\sqrt{2}x-4x^2+8-4x^2+16\sqrt{2}x-32$$

$$g(x)=-8x^2+17\sqrt{2}x-24$$

وبالتالي الدالة g غير خطية.

33 التمثيل البياني للدالة f المعرفة بـ: $f(x)=\frac{-5}{2}x$ هو مستقيم يمر من المبدأ ويشمل النقطة $(2;-5)$.



• الحل البياني للمعادلة $-\frac{5}{2}x=4$ هو $(-1,6)$

- الحل الجبري للمعادلة :

$-\frac{5}{2}x=4$ يعني: $\frac{-5}{2}\times\frac{-2}{5}x=4\times\frac{-2}{5}$ أي: $x=\frac{-8}{5}$ أي: $x=-1,6$.

• الحل البياني للمتراجحة $\frac{-5}{2}x\leq 3$ هي كل القيم الأكبر تماما من أو تساوي $\frac{-6}{5}$.

الحل الجبري للمتراجحة : $\frac{-5}{2}x\leq 3$ تعني: $-5x\leq 6$ أي: $x\geq\frac{-6}{5}$

حلول المتراجحة هي كل الأعداد x الأكبر من أو تساوي $\left(\frac{-6}{5}\right)$.

34 بما أنه خفض $10DA$ لكل شراء قدره $1000DA$ فإن نسبة التخفيض هي:

$a=\frac{10}{1000}=1\%$ وعليه المبلغ الذي دفعه سليمان هو :

$$(48000+2400)\left(1-\frac{1}{100}\right)=50400\times 0,99=49896$$

المبلغ المدفوع هو $49896DA$

35 معرفة حجم المياه المخزنة في السنة 2017 :

$$20000000\left(1+\frac{10}{100}\right)\left(1-\frac{8}{100}\right)=20000000\times 1,1\times 0,92$$
$$=20240000$$

حجم المياه المخزنة في سنة 2017 هو: $20240000m^3$

36 تحديد النسبة المئوية لتلاميذ هذا القسم الذين يمارسون كرة القدم :

عدد التلاميذ الذين يمارسون كرة القدم هو 19 لأن :

$$20\times\frac{60}{100}+10\times\frac{70}{100}=12+7=19$$

نسبتهم المئوية هي: $63,33\%$ لأن: $\frac{19}{30}\times 100=63,33$

37 لدينا: $13cL=0,13L$ وعليه: $\frac{8}{0,13}mg/L\approx 61,53>45$

وبالتالي نقول أن هذا الماء غير صالح للشرب.

38 بما أن سدس عدد الناخبين في الانتخابات لم يصوتوا فإن نسبتهم $16,66\%$

لأن: $\frac{1}{6}\times 100=16,66$ وعليه فإن نسبة المصوتين هي:

$100\%-16,66\%=83,33\%$ وعليه يمكن القول أن أكثر من 80% صوتوا.

39 لدينا: $C=\frac{m}{V}$ حيث: $m=40cg$ و $V=500m\ell+40m\ell=540m\ell$

ومنه: $C=\frac{40}{540}\approx 0,074$

تركيز السكر في المشروب الجديد هو $0,074cg/m\ell$.

7 - الدّالة التـآلفية

تحد: صفحة 77 من الكتاب المدرسي

1) إذا كانت درجة الحرارة $10°C$ فالدرجة المقابلة لها بالفهرنهايت هي $50°F$

2) التعبير عن $f(x)$ بدلالة x :

لدينا من البيان : $f(0)=32$ ، $f(10)=50$

وعليه : $a=\frac{f(10)-f(0)}{10-0}=\frac{50-32}{10}$

$a=\frac{18}{10}=\frac{9}{5}$

من جهة أخرى وبما أن $f(0)=32$ فإن: $b=32$ وبالتالي : $f(x)=\frac{9}{5}x+32$

أستعدّ :

أصحيح أم خاطئ مع التبرير

1) إذا كان $x=6$ فإن $\frac{1}{2}x=12$. **خاطئ**

لأن : $\frac{1}{2}x=\frac{1}{2}\times 6=3$

2) صورة العدد 0 بالدالة الخطية $x\mapsto -\sqrt{2}x$ هي 0. **صحيح**

لأن : $-\sqrt{2}\times 0=0$

3) صورة العدد $\sqrt{2}$ بالدالة الخطية $x\mapsto -\sqrt{2}x$ هي -1. **خاطئ**

لأن : $-\sqrt{2}\times\sqrt{2}=-2$

4) الدالة $x\mapsto \frac{1}{3}x+1+x+2$ هي دالة خطية. **خاطئ**

لأن: $\frac{1}{3}x+1+x+2=\frac{4}{3}x+3$

5) العدد الذي صورته 1 بالدالة الخطية $x\mapsto 4x$ هو $\frac{1}{4}$. **صحيح**

لأن : $4x=1$ تعني أن : $x=\frac{1}{4}$

6) التمثيل البياني للدالة $x\mapsto \frac{1}{2}x$ هو مستقيم يشمل مبدأ المعلم والنقطة $(2;1)$.

صحيح لأن: $\frac{1}{2}\times 0=0$ و $\frac{1}{2}\times 2=1$

7) أ) الدالة الخطية التي تمثيلها البياني هو (d) هي الدالة f حيث $f(x)=-x$

خاطئ

لأن: $f(x)=x$

ب) الدّالة الخطية التي تمثيلها البياني هو (d') هي الدالة g حيث: $g(x)=-x$

صحيح

لأن: $g(1)=-1$ و $g(-1)=1$

حلول التمارين صفحة 86 من الكتاب المدرسي

أوظف تعلّماتي

التعرف على دالة تآلفية :

1 تحديد الدوال التآلفية :

$h:x\to -\sqrt{2}x+1$ ، $g:x\to \frac{1}{2}x$ ، $k:x\to \frac{1}{8}$

2 تحديد معامل كل دالة من الدّوال التآلفية التالية :

$f(x)=x+2$: $b=2$ و $a=1$

$g(x)=-x-2$: $b=-2$ و $a=-1$

$h(x)=-5x+3$: $b=3$ و $a=-5$

$k(x)=\frac{1}{2}(x-1)$: $b=\frac{-1}{2}$ و $a=\frac{1}{2}$

$P(x)=2x-3+2(x-1)=4x-5$: $b=-5$ و $a=4$

$m(x)=5$: $b=5$ و $a=0$

حساب أو تعيين عدد صورته معلومة :

3 نعتبر الدالة التآلفية $x\mapsto 4x-3$

أكمل الجدول :

x	-3	$-2,5$	0	1	3	$4,5$
$f(x)$	-15	-13	-3	1	9	15

4 نعتبر الدالة التآلفية $x \mapsto -2x+3$

أكمل الجدول :

x	-3	-1	0	2	3	5
$f(x)$	9	5	3	-1	-3	-7

5 f هي الدالة التآلفية حيث: $f(x)=1-3x$

1. تعيين معاملي الدالة f: $a=-3$ و $b=1$

2. حساب صورة كل عدد بالدالة f :

$f(0)=1-3\times 0=1$ $\qquad$ $f(1)=1-3\times 1=1-3=-2$

$f\left(\frac{1}{3}\right)=1-3\times\frac{1}{3}=1-1=0$

3. تعيين العدد الذي صورته هي 0 بالدالة f.

بوضع $f(x)=0$ لدينا: $1-3x=0$

أي: $-3x=-1$ وعليه: $1-3x=0$

أي: $-3x=-1$ وعليه: $x=\frac{1}{3}$

وبالتالي العدد الذي صورته 0 بالدالة f هو $\frac{1}{3}$.

6

g هي الدالة التآلفية حيث : $g(x)=1-3x$

أ) حساب الصور :

$g(0)=1-3\times 0=1$

$g(-1)=1-3\times(-1)=1+3=4$

$g\left(\frac{1}{3}\right)=1-3\times\frac{1}{3}=1-1=0$

$g(0,5)=1-3\times 0,5=1-1,5=-0,5$

ب) تعيين العدد الذي صورته بالدالة g :

1) 0 : $1-3x=0$ تعني : $1=3x$ أي : $x=\frac{1}{3}$

2) -5 : $1-3x=-5$ تعني : $-3x=-6$ أي : $x=2$

3) $-\frac{2}{3}$: $1-3x=\frac{-2}{3}$ أي: $-3x=\frac{-2}{3}-1$ ومنه: $-3x=\frac{-5}{3}$ أي: $x=\frac{-5}{3}\times\frac{-1}{3}=\frac{5}{9}$

التمثيل البياني لدالة تآلفية :

7 نعتبر الدالة h المعرفة بـ : $h(x)=3x-5$

1) التمثيل البياني لهذه الدالة هو مستقيم.

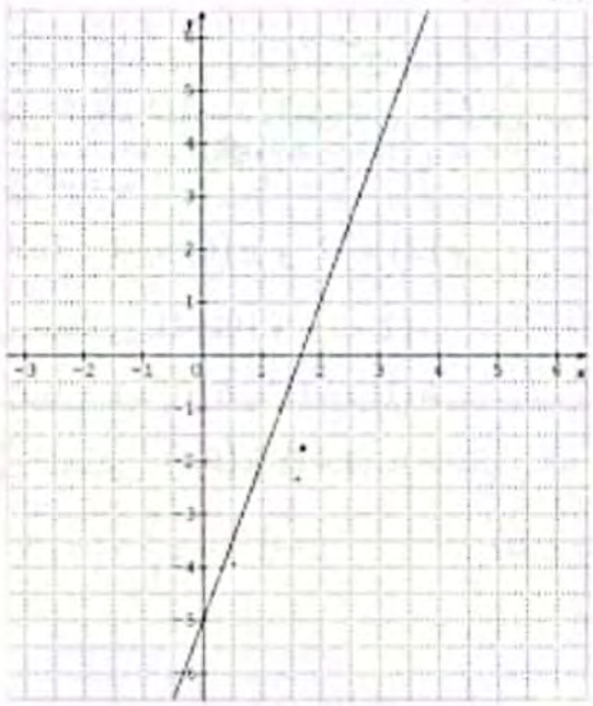
2) لإنشاء هذا التمثيل البياني يكفي تعيين نقطتين منه.

3) تعيين إحداثيات ثلاث نقط فواصلها محصورة بين العددين -3 و 3 :

لدينا : $f(0)=3\times 0-5=-5$ ، $f(1)=3\times 1-5=-2$ ، $f(2)=3\times 2-5=1$

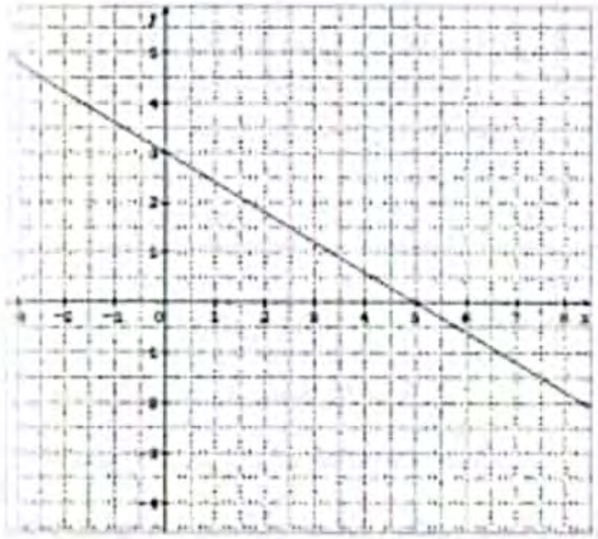
النقط هي $(0;-5)$ ، $(1;-2)$ ، $(2;1)$

د) إنشاء التمثيل البياني للدالة f :



8 إنشاء المستقيم (d) الممثل للدالة التآلفية f حيث : $f(x)=-\frac{3}{5}x+3$

لإنشاء المستقيم (d) يكفي تعيين نقطتين منه.



لدينا :

$$f(0)=\frac{-3}{5}\times 0+3=3$$

$$f(5)=\frac{-3}{5}\times 5+3=-3+3=0$$

إذن المستقيم (d) يشمل النقطتين $A(0;3)$ و $B(5;0)$.

9 إيجاد الدالة التآلفية التي تمثيلها البياني يظهر في الشكل هي :

ج) $f(x)=\frac{-1}{2}x+1$

لأن :

$$f(0)=\frac{-1}{2}\times 0+1=1$$

$$f(2)=\frac{-1}{2}\times 2+1=0$$

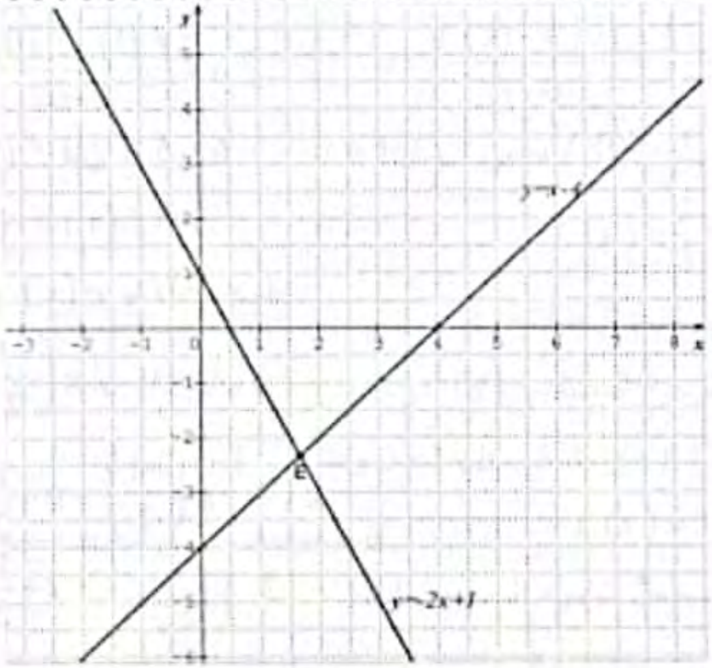
10 1. إنشاء في نفس المعلم المتعامد والمتجانس التمثيلين البيانيين (d) و (d') للدالتين g و h على الترتيب :

$g(x)=x-4$ ، لدينا : $g(0)=-4$ و $g(2)=-2$

المستقيم (d) يشمل النقطتين $(0;-4)$ و $(2;-2)$.

$h(x)=-2x+1$ ، لدينا : $h(0)=1$ ، $h(1)=-1$

المستقيم (d') يشمل النقطتين $(0;1)$ و $(1;-1)$.



2. يمكن إيجاد إحداثيتي نقطة E تقاطع المستقيمين (d) و (d') جبريا.

فاصلة E هي حل المعادلة $g(x)=h(x)$

ترتيبة E هي صورة فاصلة E. بإحدى الدالتين :

حساب إحداثيات النقطة E :

لدينا $g(x)=h(x)$ تعني : $x-4=-2x+1$ وعليه : $x+2x=1+4$

أي: $3x=5$ وبالتالي: $x=\frac{5}{3}$ و : $g\left(\frac{5}{3}\right)=\frac{5}{3}-4=\frac{5}{3}-\frac{12}{3}=\frac{-7}{3}$

إذن: $E\left(\frac{5}{3};\frac{-7}{3}\right)$.

حاول التمارين | **صفحة 87 من الكتاب المدرسي**

11 إرفاق كل تمثيل بياني بالدالة التآلفية المناسبة :

أ) $(d_2)\ :\ f(x)=x+1$ ب) $(d_3)\ :\ f(x)=\frac{2}{3}x-1$

ج) $(d_1)\ :\ f(x)=-\frac{x}{2}+2$

تعيين دالة تالفية

12 تعيين الدالة التآلفية f حيث : $f(0)=5$ و $f(1)=2$

$$a=\frac{f(1)-f(0)}{1-0}=\frac{2-5}{1}=-3$$

بما أن : $f(0)=5$ فإن : $b=5$

وعليه : $f(x)=-3x+5$

13 التعبير عن $g(x)$ بدلالة x :

لدينا : $g\left(\frac{-1}{2}\right)=\frac{1}{2}$ و $g(2)=0$

وعليه :

$$a=\frac{g(2)-g\left(\frac{-1}{2}\right)}{2-\left(\frac{-1}{2}\right)}=\frac{0-\frac{1}{2}}{2+\frac{1}{2}}$$

$$a=\frac{\frac{-1}{2}}{\frac{5}{2}}=\frac{-1}{5}$$

وبما أن $g(2)=0$ فإن : $\frac{-1}{5}\times 2+b=0$ أي : $b=\frac{2}{5}$

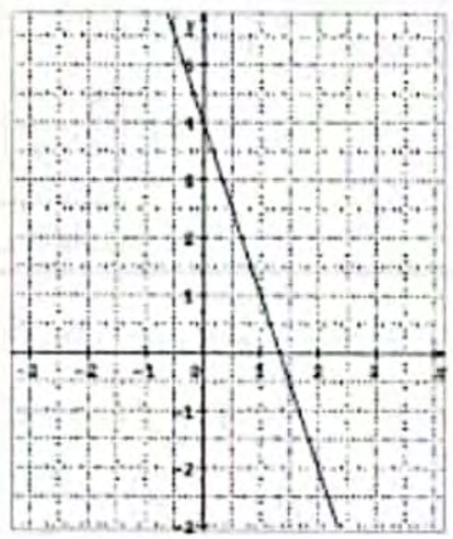
وبالتالي : $g(x)=\frac{-1}{5}x+\frac{2}{5}$

14 التعبير عن $h(x)$ بدلالة x:

من خلال التمثيل البياني لدينا :

$a=\frac{-3}{1}=-3$ و $b=4$

وبالتالي : $h(x)=-3x+4$.



15 التعبير عن $f(x)$ بدلالة x :

لدينا : $f(0)=3$ و $f(3)=5$

وعليه : $a=\frac{f(3)-f(0)}{3-0}=\frac{5-3}{3}=\frac{2}{3}$

من جهة أخرى $f(0)=3$ يعني أن : $b=3$

وبالتالي: $f(x)=\frac{2}{3}x+3$

16 التعبير عن $f(x)$ بدلالة x :

بما أن معامل توجيه المستقيم (d) هو 3 فإن : $a=3$

وبما أن $f(2)=5$ فإن : $3\times 2+b=5$ وعليه : $b=5-6=-1$

وبالتالي: $f(x)=3x-1$

17 1- تعيين معامل توجيه المستقيم (d) :

$$a=\frac{y_A-y_B}{x_A-x_B}=\frac{-3-8}{2-(-1)}=\frac{-11}{3}$$

2- التعبير عن $f(x)$ بدلالة x :

بما أن $A(2;-3)$ تنتمي إلى المستقيم (d) فإن : $f(2)=-3$

وعليه : $\frac{-11}{3}\times 2+b=-3$

أي: $b=-3+\frac{22}{3}$ وبالتالي : $b=\frac{-9+22}{3}$ أي : $b=\frac{13}{3}$

وعليه : $f(x)=\frac{-11}{3}x+\frac{13}{3}$

تناسب التزايدات :

18 1. حساب النسب :

$$\frac{h(8)-h(0)}{8}=\frac{1-3}{8}=\frac{-2}{8}=\frac{-1}{4}$$

$$\frac{h(4)-h(8)}{4-8}=\frac{2-1}{-4}=\frac{-1}{4}$$

$$\frac{h(4)-h(0)}{4}=\frac{2-3}{4}=\frac{-1}{4}$$

استنتاج طبيعة الدالة h :

$$\frac{h(8)-h(0)}{8}=\frac{h(4)-h(8)}{4-8}=\frac{h(4)-h(0)}{4}=\frac{-1}{4}$$

فإن الدالة h هي دالة تآلفية.

2. معامل توجيه المستقيم الممثل لهذه الدالة هو $\frac{-1}{4}$.

19 f دالة تآلفية حيث : $f(2)=-3$ و $f(3)=7$

حساب $f(0)$ ، $f(-2)$ ، $f(4)$:

أولاً : تعيين العبارة الجبرية للدالة التآلفية f :

لدينا : $a=\frac{f(3)-f(2)}{3-2}=\frac{7-(-3)}{1}=10$

وبما أن : $f(3)=7$ فإن : $10\times3+b=7$ أي : $b=7-30=-23$

وعليه : $f(x)=10x-23$

$$f(0)=10\times0-23=-23$$
$$f(-2)=10\times(-2)-23=-43$$
$$f(4)=10\times(4)-23=40-23=17$$

تعيين العدد الذي صورته 9 بالدالة f :

بوضع $f(x)=9$ نجد : $10x-23=9$ أي : $10x=32$

وعليه : $x=\frac{32}{10}$ أي : $x=\frac{16}{5}$

العدد الذي صورته 9 بالدالة f هو $\frac{16}{5}$

20 f دالة تآلفية من الشكل : $f(x)=ax+b$

1) برهان أن: $f(x_1)-f(x_2)=ax_1-ax_2$

لدينا : $f(x_1)=ax_1+b$

$f(x_2)=ax_2+b$

وعليه :

$$f(x_1)-f(x_2)=ax_1+b-(ax_2+b)$$
$$=ax_1+b-ax_2-b$$
$$=ax_1-ax_2$$

2) تحليل الطرف الثاني من المساواة :

بما أن: $f(x_1)-f(x_2)=ax_1-ax_2$

فإن: $=a(x_1-x_2)$

1) استنتاج أن $a=\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}$

لدينا : $\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}=\frac{ax_2-ax_1}{x_2-x_1}$

$$=\frac{a(x_2-x_1)}{x_2-x_1}=a$$

4) الخاصية التي برهنا عليها هي تناسبية التزايدات.

21 1. حساب $f(5)-f(2)$:

$f(5)-f(2)=13-7=6$

2. التعبير عن $f(5)-f(2)$ بدلالة a :

$\frac{f(5)-f(2)}{5-2}=\frac{f(5)-f(2)}{3}$ وعليه : $f(5)-f(2)=3a$

3. استنتاج قيمة a ثم قيمة b :

لدينا : $3a=6$ وعليه : $a=2$

من جهة أخرى لدينا : $f(2)=7$

$$2\times2+b=7$$
$$4+b=7$$
$$b=3$$

الحل البياني لجملة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين

22 الحل الجبري للجملة ثم التحقق بيانيا :

1) $\begin{cases}x-7y=4\\6x-3y=3\end{cases}$

من المعادلة $x-7y=4$ ، ينتج : $x=4+7y$

بتعويض عن قيمة x بـ $4+7y$ في المعادلة الثانية نجد : $6(4+7y)-3y=3$

أي : $24+42y-3y=3$ وبالتالي: $39y=-21$

أي : $y=\frac{-21}{39}$ وعليه : $y=\frac{-7}{13}$

بتعويض عن قيمة y بـ $\frac{-7}{13}$ في المساواة $x=4+7y$ نجد :

$$x=4+7\left(\frac{-7}{13}\right)=4-\frac{49}{13}=\frac{52-49}{13}=\frac{3}{13}$$

وبالتالي الثنائية $\left(\frac{3}{13};\frac{-7}{13}\right)$ الحل الوحيد للجملة.

• التحقق بيانيا :

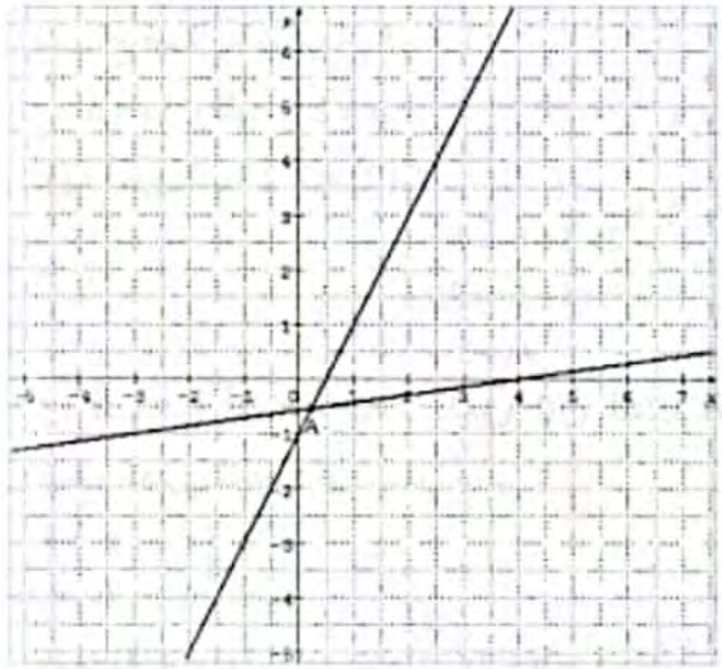
الجملة $\begin{cases}x-7y=4\\6x-3y=3\end{cases}$ تعني $\begin{cases}y=\frac{1}{7}x-\frac{4}{7}\\y=2x-1\end{cases}$

نسمي (d) التمثيل البياني للدالة $f(x)=\frac{1}{7}x-\frac{4}{7}$ و (d') التمثيل البياني للدالة $g(x)=2x-1$

لإنشاء (d) و (d') نستعين بالجدولين الآتيين :

x	4	-3
y	0	1

x	0	2
y	-1	1



يتقاطع هذان المستقيمان في النقطة A ذات الإحداثيات $\left(\frac{3}{13};\frac{-7}{13}\right)$

ب) $\begin{cases}5x-3y=-1\\x+y=3\end{cases}$

بضرب طرفي المعادلة $x+y=3$ في العدد $(+3)$ نحصل على:

$$\begin{cases}5x-3y=-1\\3x+3y=9\end{cases}$$

بجمع المعادلتين طرفا لطرف، ينتج : $8x=8$ أي : $x=1$

بتعويض عين قيمة x بـ 1 في المعادلة $x+y=3$ نجد : $1+y=3$

أي : $y=3-1=2$ وبالتالي الثنائية $(1;2)$ الحل الوحيد للجملة.

التحقق البياني :

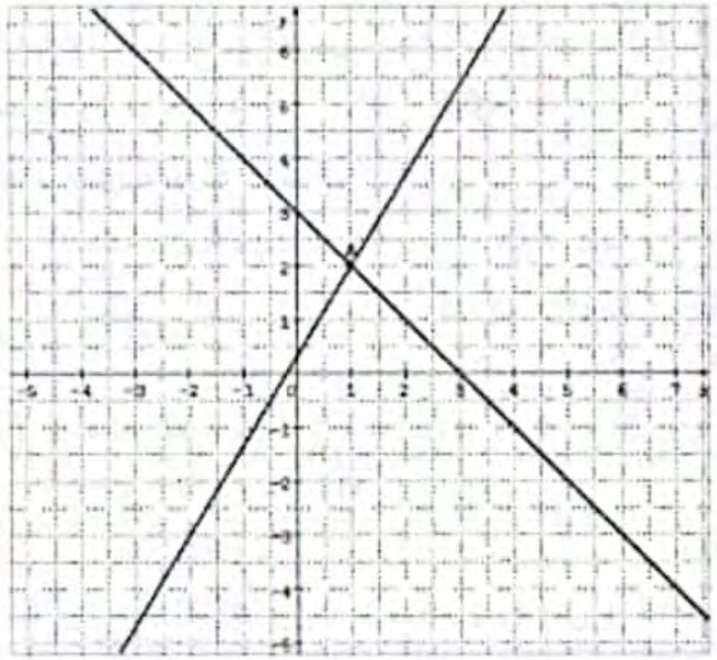
الجملة $\begin{cases}5x-3y=-1\\x+y=3\end{cases}$ تعني : $\begin{cases}y=\frac{5}{3}x+\frac{1}{3}\\y=-x+3\end{cases}$

نسمي (d) التمثيل البياني للدالة التآلفية $f(x)=\frac{5}{3}x+\frac{1}{3}$ ونسمي (d') التمثيل البياني للدالة التآلفية $g(x)=-x+3$

لإنشاء (d) و (d') نستعين بالجدولين :

x	1	-2
y	2	-3

x	0	3
y	3	0



يتقاطع هذان المستقيمان في النقطة A ذات الإحداثيات $(1;2)$ وهي تمثل حل هذه الجملة.

حلول التمارين | صفحة 88 من الكتاب المدرسي

أؤكد تعلّماتي

اختيار الإجابة أو الإجابات الصحيحة مع التبرير :

1) الدالة $x \mapsto (3x+1)-2(x-3)$ هي دالة تآلفية لأن :

$(3x+1)-2(x-3)=3x+1-2x+6=x+7$ من الشكل $ax+b$

مع $a=1$ و $b=7$

2) معاملا الدالة التآلفية f حيث : $f(x)=4x-4$ هما :

$a=4$ و $b=-4$

3) f دالة تآلفية حيث : $f(x)=\sqrt{2}x-1$.

صورة $\sqrt{2}$ بالدالة f هي: 1 لأن : $f(\sqrt{2})=\sqrt{2}\times\sqrt{2}-1=2-1=1$

4) g دالة تآلفية حيث : $g(x)=\frac{1}{3}x-3$

العدد الذي صورته (-2) بالدالة g هو 3 لأن : $g(x)=-2$

إذن : $\frac{1}{3}x-3=-2$ أي : $\frac{1}{3}x=1$ وعليه : $x=3$

5) (d) هو التمثيل البياني للدالة التآلفية من هذا الشكل ينتج :

صورة (-1) هي 3

العدد الذي صورته 1 هو 1

6) f دالة تآلفية حيث : $f(x)=ax+b$ علما أن : $f(4)=-1$ و $f(-1)=4$

إذن : $a=-1$ لأن : $a=\frac{f(4)-f(-1)}{4-(-1)}=\frac{-1-4}{5}=\frac{-5}{5}=-1$

7) g دالة تآلفية حيث : $g(2)=3$ و $g(-3)=-2$ إذن : $g(x)=x+1$

لأن: $a=\frac{g(2)-g(-3)}{2-(-3)}=\frac{3-(-2)}{2+3}=\frac{5}{5}=1$

وبما أن: $g(2)=3$ فإن : $1\times2+b=3$ إذن : $b=1$

أدمج تعلّماتي

1/ 1. التعبير عن الدالتين $f(t)$ و $g(t)$ بدلالة t :

$f(t)=50t$

$g(t)=60+30t$

2. معرفة متى تلتحق السيارة بالدراجة النارية :

$f(t)=g(t)$ يعني: $50t=60+30t$ أي: $20t=60$ وعليه: $t=3h$

تلتحق السيارة بالدراجة النارية بعد مرور 3 ساعات أي على الساعة $13h$.

المسافة المقطوعة هي $150km$ لأن: $f(3)=50\times3=150$

حلول التمارين | صفحة 89 من الكتاب المدرسي

أتعمق

1. إتمام الجدول :

عدد الفطائر	2	5	12	15
الثمن عند التناول في المكان (DA)	800	2000	4800	6000
الثمن عند الطلب عن بعد (DA)	1200	2250	4700	5750

2) التعبير عن $P_1;P_2$ بدلالة x :

$P_1=400x$

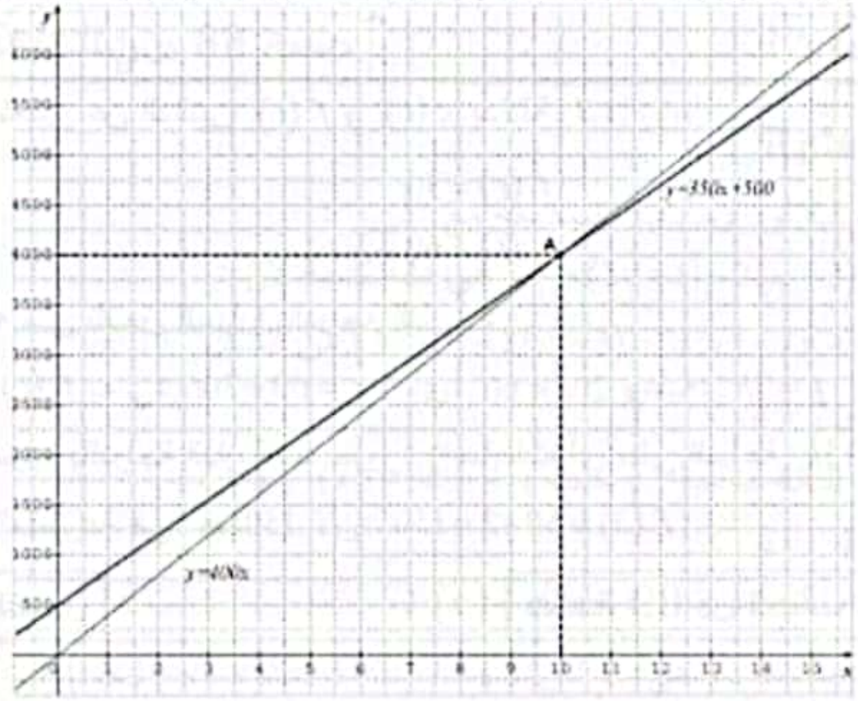
$P_2=350x+500$

3) رسم المستقيمين (d_1) و (d_2) الممثلين للدالتين f و g في معلم متعامد:

المستقيم (d_1) الممثل للدالة الخطية f يشمل المبدأ والنقطة $A(2;800)$

المستقيم (d_2) الممثل للدالة التآلفية g يشمل النقطتين $B(0;500)$

و $C(10;4000)$.



4) أ- الصيغة الأفضل لشراء 6 فطائر هي الصيغة الأولى لأن تمثيلها يقع تحت تمثيل الصيغة الثانية.

ب- يكون الشراء عن بعد أصغر من أو يساوي الشراء والتناول في المكان إذا كان عدد الفطائر أكبر أو يساوي 10.

24 1. عدد صفحات الكتاب هو: 220 صفحة لأن :

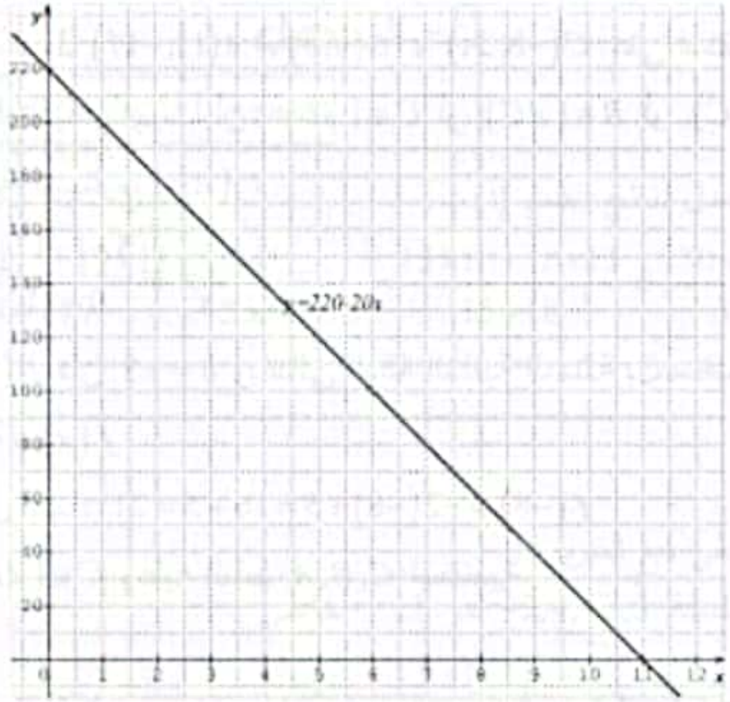
$$140+4\times 20=140+80=220$$

2. التعبير عن $f(x)$ بدلالة x :

$f(x)$ هو عدد الصفحات المتبقية للقراءة بعد x ساعة يعني: $f(x)=220-20x$

3. التمثيل البياني للدالة f :

التمثيل البياني للدالة التآلفية f هو مستقيم يشمل النقطتين $A(0;220)$ و $B(4;140)$.



25 1. الجدول يمثل وضعية تناسبية لأن :

$$\frac{12}{1}=\frac{24}{2}=\frac{48}{4}=12$$

2. معرفة كمية الماء المعبئة في القارورات خلال دقيقة واحدة :

بما أن : $1\min=60s$ فإن عدد القارورات اللازمة هو 5 لأن : $\frac{60}{12}=5$

وسعة كل قارورة هي $1,5l$ فإن كمية الماء المعبأة في القارورات هي $7,5l$

لأن : $1,5\times 5=7,5$

3. التعبير عن $v(t)$ بدلالة t :

$$v(t)=\frac{t\times 1,5}{12}=\frac{t}{8}$$

$$v(t)=\frac{1}{8}t$$

4. معرفة هل تكفي ساعة من الزمن لملء خزان سعته $100L$:

$v(t)=100$ فإن: $\frac{1}{8}t=100$ وعليه: $t=800s=13\min 20s$

بما أن : $t<1h$ فإنه تكفي ساعة من الزمن لملئه.

26 برهان أن النقط $A(11;-17)$ ، $B(0;5)$ ، $C(-8;21)$ على استقامة واحدة:

للبرهان على ذلك يكفي إثبات أن: $C\in(AB)$ أو $B\in(AC)$ أو $A\in(BC)$

– كتابة معادلة المستقيم (AB) :

$$a=\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}=\frac{5-(-17)}{0-11}=\frac{22}{-11}=-2$$

وبما أن $B(0;5)$ فإن $b=+5$ وبالتالي الدالة التآلفية الممثلة بالمستقيم (AB) هي: $f(x)=-2x+5$

من جهة أخرى لدينا: $f(-8)=-2(-8)+5=16+5=21$

وبالتالي : $C\in(AB)$ وعليه النقط C,B,A استقامية.

27

الراجل: سرعة ثابتة تقدر بـ $6km/h$ يستريح $10\min$ بعد قطع $3km$.

الدراج: ينطلق من القرية B بعد 45 دقيقة من انطلاق الراجل بسرعة ثابتة قدرها $20km/h$ ليصل بعد 30 دقيقة للقرية A .

لاحظ البيان:

من التمثيل البياني نلاحظ أن إحداثيتي نقطة التقاطع هي $(60\ ,5)$ أي أنه يلتقي الراجل بالدراج بعد ساعة واحدة عند مسافة $5km$ من القرية A .

إذن يلتقيان على الساعة 17:00 في منتصف الطريق.

8- الإحصاء

تحدّ: صفحة 91 من الكتاب المدرسي

معدل نتائج القسم (أ) :

$$M_1=\frac{15\times10+18\times13}{15+18}=\frac{150+234}{33}=\frac{384}{33}$$

معدل نتائج القسم (ب) :

$$M_2=\frac{14\times12,5+19\times11}{14+19}=\frac{384}{33}$$

للقسمين نفس المعدل.

أستعد

أصحيح أم خاطئ مع التبرير :

1) متوسط السلسلة $-2,4,-3,3$ هو 1. **خاطئ**

لأن : $\frac{3+(-3)+4+(-2)}{4}=\frac{2}{4}=0,5$

2) متوسط السلسلة المعطاة في الجدول هو 4,5. **خاطئ**

القيمة	2	5	10	1
التكرار	5	2	1	5

لأن : $M=\frac{2\times5+5\times2+10\times1+1\times5}{5+2+1+5}=\frac{35}{13}\neq4,5$

3) المدرج التكراري يمثل الجدول التالي : **خاطئ**

القيمة a	$5\le a\le10$	$10\le a\le15$	$15\le a\le20$
التكرار	4	8	7

لأن تكرار الفئة $15\le a\le20$: 10 بدلا من 7.

4) المخطط الدائري المقابل يمثل الجدول. **صحيح**

القيمة a	$10\le a\le20$	$20\le a\le30$	$30\le a\le40$
التكرار النسبي	0,5	0,125	0,375

لأن : $\frac{40}{80}=0,5$ و $\frac{10}{80}=0,125$ و $\frac{30}{80}=0,375$

أوظف تعلّماتي

حساب تكرارات مجمعة وتواترات مجمعة

1

أ) عدد الأيام التي سجلت فيها درجة حرارة تفوق 34 درجة مئوية هو 3.

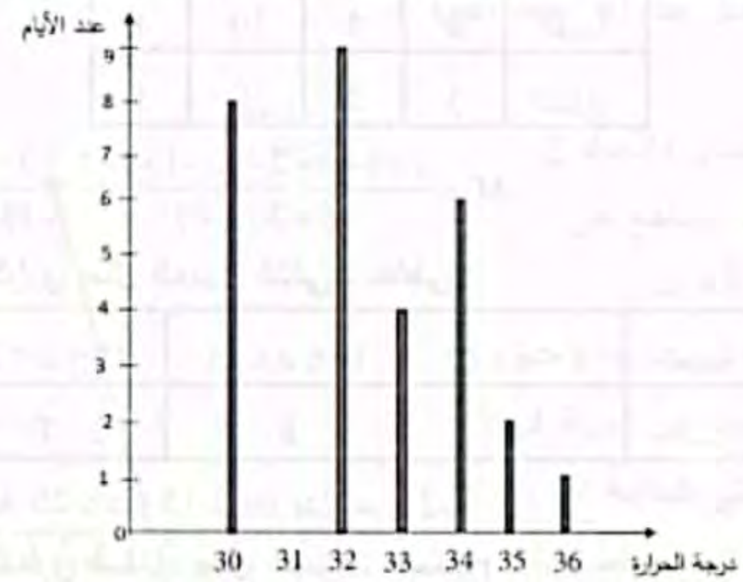
ب) عدد الأيام التي سجلت فيها درجة حرارة أقل من 34 درجة مئوية هو 21.

ج) عدد الأيام التي سجل فيها 32 درجة مئوية على الأقل هو 22.

د) عدد الأيام التي سجل فيها 32 درجة مئوية على الأكثر هو 17.

هـ) تمثيل هذه السلسلة بمخطط أعمدة :

درجة الحرارة (C°)	30	32	33	34	35	36
عدد الأيام	8	9	4	6	2	1



2 نقل وإتمام الجدول :

العلامة	8	9	10	12	13	16	19
التكرار	2	3	9	6	6	2	2
التكرار المجمع الصاعد	2	5	14	20	26	28	30

3 نقل ثم إتمام الجدول :

الطريق والمحيط	المركبة	العنصر البشري	السبب
1,08%	0,95%	97,97%	النسبة المئوية
100%	98,92%	97,97%	التواتر المجمع الصاعد
1,08%	2,03%	100%	التواتر المجمع النازل

4

إتمام المخطط ثم إتمام الجدول :

القامة	144	152	155	160
التواتر المجمع الصاعد	15%	35%	75%	100%
التواتر المجمع النازل	100%	85%	65%	25%

5

تعيين التكرار المجمع الصاعد، التكرار المجمع النازل لكل فئة :

المدة t بالدقائق	$5 \leq t < 10$	$10 \leq t < 15$	$15 \leq t < 20$	$20 \leq t < 25$
عدد التلاميذ	180	150	50	20
التكرار المجمع الصاعد	180	330	380	400
التكرار المجمع النازل	400	220	70	20

6

تعيين التواتر المجمع الصاعد والتواتر المجمع النازل لكل فئة :

الفئات	$0 \leq E < 0,5$	$0,5 \leq E < 1$	$1 \leq E < 1,5$	$1,5 \leq E < 2$	$2 \leq E < 2,5$	$2,5 \leq E < 3$
عدد العائلات	10	50	60	50	20	10

التواتر المجمع الصاعد	$\frac{1}{20}$	$\frac{6}{20}$	$\frac{12}{20}$	$\frac{17}{20}$	$\frac{19}{20}$	1
التواتر المجمع النازل	1	$\frac{19}{20}$	$\frac{14}{20}$	$\frac{8}{20}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{1}{20}$

حلول التمارين | صفحة 99 من الكتاب المدرسي

استعمال مجدول لحساب مؤشرات سلسلة

7 أ. تعيين مدى ووسيط ومتوسط هذه السلسلة :

المدى هو 2 – 10 أي : 8

لحساب الوسيط Med نرتب السلسلة أولا :

2 ، 3 ، 4 ، 4 ، 4 ، 8 ، 10

الوسيط *Med* هو 4 لأنه يجزئ السلسلة إلى سلسلتين لهما نفس التكرار 3

حساب المتوسط m :

$$m=\frac{2+3+4\times3+8+10}{7}=\frac{35}{7}=5$$

ب) منوال هذه السلسلة هو 4 لأنها القيمة التي لها أكبر تكرار.

ج) التأكد من نتائج السؤالين باستعمال مجدول الإكسل.

8 اقتراح سلسلة تكرارها الكلي 7 ومتوسطها 7 :

يكفي إعطاء 7 قيم مجموعها 49

مثال : 3;3;5;5;6;8;19

9 اقتراح سلسلة تكرارها الكلي 7 ووسيطها 7 :

يكفي إعطاء 7 قيم: 3 أصغر من أو تساوي 7 و 3 قيم أكبر من أو تساوي 7 والقيمة الرابعة هي 7

مثال : 2;4;5;7;11;14;17

10 اقتراح سلسلة متوسطها 9 ومداها 16 :

مثال : 18 ، 12 ، 8 ، 5 ، 2

المدى 2–18 أي : 16

المتوسط : $m=\frac{2+5+8+12+18}{5}=\frac{45}{5}=9$

11 اقتراح سلسلة وسيطها 20 ومتوسطها 17 :

3 8 20 24 30

الوسيط هو 20 لأنها يجزئها إلى سلسلتين لهما نفس الكرار 2.

المتوسط : $m=\frac{3+8+20+24+30}{5}=\frac{85}{5}=17$

12 اقتراح سلسلة أخرى لها نفس التكرار الكلي ووسيطها $3Med$

يكفي ضرب قيم السلسلة في 3 نجد

36 24 18 30 6 12

13 تعيين كل السلاسل الإحصائية التي تكرارها الكلي 3 ووسيطها 13 ومداها 8 ومتوسطها يساوي وسيطها : 9;13;17

المدى 9–17 وهو 8

الوسيط هو 13

المتوسط هو 13 لأن : $\frac{9+13+17}{3}=\frac{39}{3}=13$

14 تعيين لكل مدينة متوسطا، وسيطا، مدى درجات الحرارة.

المدينة « أ » :

المدى هو الفرق بين أكبر قيمة وأصغر قيمة أي (7–)–28 وعليه المدى هو 35

حساب المتوسط m_1 :

$$m_1=\frac{-3-7-2+10+10+20+24+28+21+11+5-3}{12}$$

$$m_1=\frac{114}{12}$$

$$m_1=9,5$$

لحساب الوسيط Med نرتب أولا السلسلة :

$-7 ; -3 ; -3 ; -2 ; 5 ; 10 ; 10 ; 11 ; 20 ; 21 ; 24 ; 28$

وبما أن N زوجي فإن الوسيط هو الوسط الحسابي للقيمتين اللتين ترتيبهما 6 و 7 أي:

$$Med_1 = \frac{10+10}{2} = 10$$

المدينة « ب » :

المدى هو $22-5$ وعليه المدى هو 17

حساب المتوسط m_2 :

$$m_2 = \frac{6+8+10+14+16+19+20+22+17+14+8+5}{12}$$

$$m_2 = \frac{159}{12}$$

$$m_2 = 13,25$$

لحساب الوسيط Med نرتب أولا السلسلة :

$5 ; 6 ; 8 ; 8 ; 10 ; 14 ; 14 ; 16 ; 17 ; 19 ; 20 ; 22$

وبما أن N زوجي فإن :

$$Med_2 = \frac{14+14}{2} = 14$$

تفسير النتائج :

المدينة « أ » تمتاز بمدى حراري كبير ومتوسط درجة الحرارة صغير ووسيطها $10°C$ بينما المدينة «ب» مداها متوسط ومعدل درجات حرارتها 13,25 ووسيطها $14°C$ وعليه المدينة « أ» باردة بينما المدينة " ب " معتدلة.

15 الجدول التالي يمثل توزيع النفايات تم جمعها على شاطئ :

أنواع النفايات	البلاستيك	الزجاج	الورق
الكتلة (kg)	60	40	50

تمثيل هذا الجدول بمخطط دائري باستعمال المجدول إكسال :

- نحجز الجدول على المجدول إكسال.
- تحديد الخلايا $A1$; $B1$; $C1$; $A2$; $B2$; $C2$.
- ننقر على *Insertion* ثم على Secteurs واختيار (المخطط الدائري).

فيظهر المخطط الدائري المطلوب.

16 أ) تعيين الفئة التي تشمل الوسيط :

الفئات	$7 \le t < 8$	$8 \le t < 9$	$9 \le t < 10$
التكرارات	6	1	4
التكرار المجمع الصاعد	6	7	11

بما أن $N = 11$ فردي فإن رتبة الوسيط هي 6 وبالتالي الفئة الوسيطية هي: $7 \le t < 8$.

ب) تمثيل السلسلة بمدرج تكراري باستعمال البرمجية جيوجيبرا بحجز الطلبية $histogramme(\{7;8;9;10\},\{6;1;4\})$.

حلول التمارين | صفحة 100 من الكتاب المدرسي

أوكد تعلماتي

اختيار الإجابة أو الإجابات الصحيحة مع التبرير :

1) في الجدول الإحصائي لتالي :

القيمة	7	9	14	28
التكرار	6	10	3	1

التكرار المجمع الصاعد للقيمة 14 هو 19

لأن : $6+10+3=19=19$

2) في الجدول الإحصائي التالي :

القيمة	10	20	30	40
التكرار	50	60	70	80

التكرار المجمع النازل للقيمة 40 هي : 80

3) وسيط السلسلة الإحصائية 8 20 40 60 هي 30

لأن : $\frac{20+40}{2}=30$

4) مدى السلسلة الإحصائية 2,8 3 5,7 8,1 هو 5,3 لأن : $8,1-2,8=5,3$

5) سلسلة إحصائية مرتبة تكرارها الكلي 97.

وسيط هذه السلسلة هو القيمة التي رتبتها 49 لأن : $\frac{97+1}{2}=\frac{98}{2}=49$

6) متوسط السلسلة 12 10 4 1 13 هو أصغر من وسيطها

لأن : $m=\frac{12+10+4+1+13}{5}=\frac{40}{5}=8$

لحساب ترتيب السلسلة أولا: 13 12 10 4 1 وعليه الوسيط هو $Med=10$

وبالتالي $m<Med$.

أدمج تعلماتي

1) تحديد القيم التي لا تظهر في الجدول :

بما أن التكرار الكلي هو: 30

فإن الوسيط هو الوسط الحسابي للقيمتين اللتين ترتيبهما 15 و 16 وعليه:

$Med=\frac{a+a}{2}=3$ وبالتالي : $a=3$

من جهة أخرى نعلم أن متوسط السلسلة هو 7 وعليه :

$$\frac{11\times1+2\times3+3\times2+4\times1+5\times2+6\times2+7\times1+11\times1+13+28+16+26+b+32}{30}=7$$

أي: $\frac{182+b}{30}=7$ ومنه : $182+b=210$ وبالتالي : $b=210-182$

وعليه : $b=28$.

2) إيجاد عدد الدول التي تحصلت على ميداليات فضية أو برونزية فقط

69%من الدول التي تحصلت على ميدالية ذهبية على الأقل وعددها هو 30

إذن 31% (100%−69%) من الدول تحصلت على الميداليات الفضية أو البرونزية فقط عددها x :

30	69%
x	31%

ومنه لدينا : $x=\frac{31\times30}{69}$

ومنه بالتدوير إلى الوحدة نجد: $x=13$

وعليه عدد الدول التي تحصلت فقط على الميداليات الفضية أو البرونزية هو: 13 دولة.

حلول التمارين	صفحة 101 من الكتاب المدرسي

أتعمق

17 تعيين خمسة سلاسل إحصائية التكرار الكلي لكل منها 3 وأيضا في كل منها المدى والمتوسط والوسيط متساوية :

1) 3 ، 2 ، 1 2) 6 ، 4 ، 2

3) 16,5 ، 11 ، 5,5 4) 7,5 ، 5 ، 2,5

5) 30 ، 20 ، 10

18 سلسلة أطوال أوتار خمسة مثلثات قائمة :

$2\sqrt{3}$ ، $4\sqrt{3}$ ، $5\sqrt{3}$ ، $6\sqrt{3}$ ، $3\sqrt{3}$

لأن : $\sqrt{12}=\sqrt{4\times3}=2\sqrt{3}$ ، $\sqrt{75}=\sqrt{25\times3}=5\sqrt{3}$ ، $27=\sqrt{9\times3}=3\sqrt{3}$

مدى السلسلة هو : $6\sqrt{3}-2\sqrt{3}=4\sqrt{3}$

لحساب وسيط السلسلة نرتب السلسلة : $2\sqrt{3};3\sqrt{3};4\sqrt{3};5\sqrt{3};6\sqrt{3}$

$N=5$ فردي وعليه : $Med=4\sqrt{3}$

متوسط السلسلة هو: $m=\frac{2\sqrt{3}+3\sqrt{3}+4\sqrt{3}+5\sqrt{3}+6\sqrt{3}}{5}=\frac{20\sqrt{3}}{5}=4\sqrt{3}$

19 نقل وإتمام الجدول في حالة مشاهدة قناة واحدة فقط:

القناة	A	B	C	D	E
عدد الأشخاص	400	550	350	700	450

التواتر	$\frac{40}{245}$	$\frac{55}{245}$	$\frac{35}{245}$	$\frac{70}{245}$	$\frac{45}{245}$
التواتر المجمع الصاعد	$\frac{40}{245}$	$\frac{95}{245}$	$\frac{130}{245}$	$\frac{200}{245}$	1
التواتر المجمع النازل	1	$\frac{205}{245}$	$\frac{150}{245}$	$\frac{115}{245}$	$\frac{45}{245}$

عدد الأشخاص الذين شاهدوا القناة B هو 550 : $1250-700=550$

عدد الأشخاص الذين شاهدوا القناة A هو 400 : $950-550=400$

* في حالة مشاهدة قناة أو أكثر:

عدد الأشخاص الذين شاهدوا القناة B هو : $950+1250=2200$

عدد الأشخاص الذين شاهدوا القناة D هو : $1250+700=1950$

نقل وإتمام الجدول :

القناة	A	B	C	D	E
عدد الأشخاص	950	2200	350	1950	450
التواتر	$\frac{950}{5900}=\frac{95}{590}$	$\frac{2200}{5900}=\frac{22}{59}$	$\frac{35}{590}$	$\frac{195}{590}$	$\frac{45}{590}$
تواتر المجمع الصاعد	$\frac{95}{590}$	$\frac{315}{590}$	$\frac{350}{590}$	$\frac{545}{590}$	$\frac{590}{590}=1$
تواتر المجمع النازل	1	$\frac{495}{590}$	$\frac{275}{590}$	$\frac{240}{590}$	$\frac{45}{590}$

20 حساب التكرارين a و b :

بما أن التكرار الكلي هو 10 فإن: $3+a+b+4=10$ أي : $a+b=3$

وبما أن وسيط السلسلة يساوي 8 فإن: $b=2$ وبالتالي : $a=1$

لأن الوسيط هو الوسط الحسابي للقيمتين اللتين ترتيبهما 5 و 6.

21 تعيين التواتر المجمع الصاعد والتواتر المجمع النازل لكل علامة من العلامات التالية :

العلامة	8,5	10	12,5	14	16,5
التكرار المجمع الصاعد	3	13	22	29	30
التكرار	3	10	9	7	1
التكرار المجمع النازل	30	27	17	8	1
التواتر المجمع الصاعد	$\frac{3}{30}$	$\frac{13}{30}$	$\frac{22}{30}$	$\frac{29}{30}$	1
التواتر المجمع النازل	1	$\frac{27}{30}$	$\frac{17}{30}$	$\frac{8}{30}$	$\frac{1}{30}$

22 أ) بما أن تم حذف أصغر علامة وهي 4 وأكبر علامة وهي 19 فمعدل الحذف هو: $\frac{4+9}{2}=11,5$

وبالتالي : معدل العلامات سيبقى 11,5 وكذلك وسيط العلامات لا يتغير 11 لأن تم حذف قيمة أكبر من الوسيط وأصغر منه فقط.

ب) بفرض عدد تلاميذ هذا القسم هو x وبفرض مجموع العلامات الأصلي هو m فإن : $\frac{m}{x}=11,5$ وبالتالي : $m=11,5x$

من جهة أخرى عند حذف أكبر علامة وهي 19 يصبح معدل العلامات هو 11,25 أي : $\frac{m-19}{x-1}=11,25$

بتعويض m بـ $11,5x$ نجد : $\frac{11,5x-19}{x-1}=11,25$

وعليه : $11,5x-19=11,25(x-1)$ أي : $11,5x-19=11,25x-11,25$

وبالتالي : $11,5x-11,25x=19-11,25$ إذن : $0,25x=7,75$

وعليه : $x=\frac{7,75}{0,25}$ أي: $x=31$.

ومنه عدد التلاميذ هو 31.

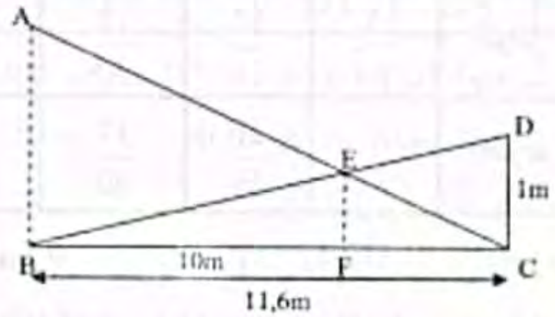
23 باستعمال لمسات الحاسبة نجد :

متوسط السلسلة الإحصائية هو 100,1.

9- خاصية طالس

تحد: صفحة 103 من الكتاب المدرسي

الطريقة المقترحة هي تناسب الارتفاعات مع الظل (تناسب الأطوال) مع استعمال خاصية طالس تلخص معطيات الوضعية في الشكل التالي :



حساب EF :

BCD مثلث $E \in (BD)$ و $F \in (BC)$ و $(DC)//(EF)$ (عموديان على نفس المستقيم) ومنه بتطبيق خاصية طالس لدينا $\frac{BE}{BD}=\frac{BF}{BC}=\frac{EF}{DC}$

ومنه : $\frac{EF}{DC}=\frac{BF}{BC}$ أي : $EF=\frac{DC\times BF}{BC}$

$$EF=\frac{1\times 10}{11,6}=\frac{100}{116}=\frac{25}{29}$$

حساب AB :

ABC مثلث فيه $E \in [AC]$ و $F \in (BC)$ و $(AB)//(EF)$ (عموديان على نفس المستقيم) ومنه بتطبيق خاصية طالس لدينا : $\frac{CE}{CA}=\frac{CF}{CB}=\frac{EF}{AB}$

ومنه: $\frac{EF}{AB}=\frac{CF}{CB}$.

$CF=BC-BF$ ومنه: $CF=1,6m$

إذن :

$AB=\frac{EF\times CB}{CF}=\frac{\frac{25}{29}\times 11,6}{1,6}=\frac{10}{1,6}$ ومنه: $AB=6,25m$

ارتفاع المأذنة هو : $6,25m$.

أستعد

أصحيح أم خاطئ مع التبرير :

1) من المساواة $\frac{3}{4}=\frac{1,5}{x}$ ينتج أن : $x=2$. **صحيح**

لأن : $x=\frac{4\times 1,5}{3}=2$

2) ABC مثلث، I منتصف $[AB]$ و J منتصف $[AC]$

ينتج أن $(IJ)//(BC)$. **صحيح**

لأنها خاصية مستقيم المنتصفين.

3) ABC مثلث.

I منتصف AB ، J منتصف $[AC]$ ينتج $IJ=\frac{1}{2}BC$. **صحيح**

حسب خاصية مستقيم المنتصفين.

4) ABC مثلث حيث : $(AB)//(DE)$ إذن : $BE=4$. **صحيح**

لأن: $\frac{CD}{CA}=\frac{CE}{CB}$ وعليه: $\frac{6}{9}=\frac{8}{x}$ أي: $x=12$

وبالتالي: $BE=BC-EC=12-8$ أي: $BE=4$

5) في الشكل المقابل حيث $(CE)//(DF)$، ينتج: أطوال المثلث ACE متناسبة مع أطوال المثلث ADE **خاطئ**

لأن أطوال المثلث ACE متناسبة مع أطوال المثلث ADF.

حاول التمارين | صفحة 110 من الكتاب المدرسي

أوظف تعلّماتي

خاصية طالس

1) أطوال المثلث OAB متناسبة مع أطوال المثلث OEF.

2) استنتاج النسب المتساوية :

$$\frac{OE}{OA}=\frac{OF}{OB}=\frac{EF}{AB}$$

2 حساب الطول BC :

بما أن (EF) يوازي (BC)

فإن المثلثان ABC و AEF في وضعية طالس وبالتالي : $\frac{AB}{AE}=\frac{AC}{AF}=\frac{BC}{EF}$

نحتفظ بالمساواة $\frac{AC}{AF}=\frac{BC}{EF}$ أي : $\frac{4,5}{9}=\frac{BC}{10}$

ومنه : $BC=\frac{10\times 4,5}{9}=5$.

3 التبرير أنه يمكن تطبيق خاصية طالس ثم كتابة النسب الثلاثة المتساوية في كل حالة:

الحالة الأولى : $(AD)//(EB)$

المستقيمان (AB) و (ED) متقاطعان في النقطة C وبما أن $(AD)//(EB)$

فإن : $\frac{CA}{CB}=\frac{CD}{CE}=\frac{AD}{EB}$

الحالة الثانية: المستقيمان (FH) و (JG) متقاطعان في النقطة I وبما أن $(IJ)//(FG)$ لأنهما عموديان على نفس المستقيم (FH) فإنه حسب خاصية طالس : $\frac{IJ}{IG}=\frac{IH}{IF}=\frac{JH}{FG}$

الحالة الثالثة:

الزاويتان $S\hat{M}K$ و $K'\hat{L}K$ متقايسان وهما متماثلتان بالنسبة إلى المستقيمين (SM) و (LK') والقاطع لهما (KM) وبالتالي : $(LK')//(SM)$

وبما أن المستقيمان (ML) و (SK') متقاطعان في K فإنه حسب خاصية طالس:

$$\frac{KK'}{KS}=\frac{KL}{KM}=\frac{K'L}{MS}$$

الحالة الرابعة : $P\hat{N}O=180°-(40°+35°)$ أي : $P\hat{N}O=105°$

وبالتالي $P\hat{N}O=O\hat{R}Q$ وهما متبادلتان داخليا بالنسبة إلى المستقيمين (NP) و (RQ) والقاطع لهما (NR) وبالتالي فإن : $(QR)//(NP)$

من جهة أخرى المستقيمان (QP) و (NR) متقاطعان في النقطة O حسب خاصية طالس : $\frac{ON}{OR}=\frac{OP}{OQ}=\frac{PN}{RQ}$.

4 1) حساب القيمتين المضبوطتين لكل من OD و CD :

بما أن (AC) و (BD) يتقاطعان في النقطة O والمستقيمين (AB) و (CD) متوازيان.

حسب خاصية طالس : $\frac{OA}{OC}=\frac{OB}{OD}=\frac{AB}{CD}$ بالتعويض: $\frac{3}{5}=\frac{2}{OD}=\frac{4}{CD}$

وعليه : $OD=\frac{2\times 5}{3}=\frac{10}{3}$ و $CD=\frac{5\times 4}{3}=\frac{20}{3}$

2) إعطاء المدور إلى الجزء من 10 لكل من OD و CD :

المدور إلى الجزء من 10 لـ OD هو : 3,3.

المدور إلى الجزء من 10 لـ CD هو : 6,7.

5 1. حساب كلاً من الطولين OF و GH :

المستقيمان GF و EH متقاطعان في O.

المستقيمان (EF) و (GH) متوازيان، حسب خاصية طالس

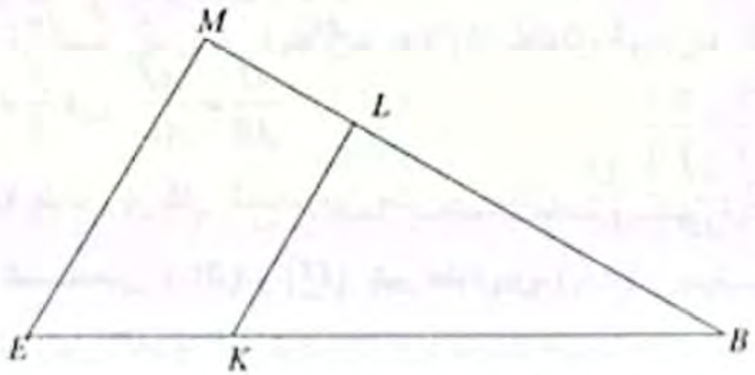
$\frac{OH}{OE}=\frac{OG}{OF}=\frac{HG}{EF}$ بالتعويض : $\frac{3,9}{1,3}=\frac{4}{OF}=\frac{HG}{2}$

وعليه : $OF=\frac{4\times 1,3}{3,9}=\frac{4}{3}$ ، $HG=\frac{2\times 3,9}{1,3}=6$

ب) المثلث OGH يمثل تكبيرا للمثلث OEF بمعامل التكبير هو 3 لأن:

$$\frac{OH}{OE}=\frac{3,9}{1,3}=3$$

6 1- إنجاز شكلا مناسبا :



2- حساب محيط المثلث BKL :

حساب الأطوال BK ، BL ، LK :

لدينا : $BK = BE - EK = 12 - 4 = 8$

المستقيمان (EK) و (ML) متقاطعان في النقطة B.

المستقيمان (KL) و (EM) متوازيان حسب خاصية طالس: $\frac{BL}{BM} = \frac{BK}{BE} = \frac{KL}{EM}$

بالتعويض: $\frac{BL}{9} = \frac{8}{12} = \frac{KL}{6}$ وبالتالي: $BL = \frac{9\times 8}{12} = \frac{72}{12} = 6$

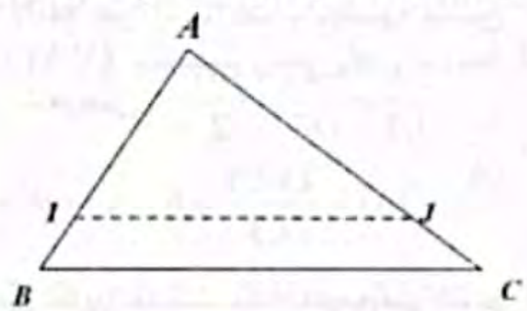
و: $KL = \frac{6\times 8}{12} = \frac{48}{12} = 4$

ومنه : $P_{BKL} = BK + KL + BL = 8 + 4 + 6 = 18$

إذن محيط المثلث BKL هو $18cm$.

7 1) أ. رسم المثلث ABC حيث : $AB = 4cm$ ، $AC = 5cm$ ، $BC = 6cm$

ب. تعليم النقطتين I و J حيث : $I \in [AB]$ ، $J \in [AC]$ و $BI = CJ = 1cm$



2) معرفة هل المستقيمين (IJ) و (BC) متوازيان:

النقاط A,J,C والنقاط A,I,B في استقامية وبنفس الترتيب :

$\frac{AI}{AB} = \frac{4-1}{4} = \frac{3}{4}$ و $\frac{AJ}{AC} = \frac{5-1}{5} = \frac{4}{5}$

بما أن : $\frac{3}{4} \neq \frac{4}{5}$ فإن $\frac{AI}{AB} \neq \frac{AJ}{AC}$

حسب خاصية طالس لو كان المستقيمين متوازيين لكان $\frac{AI}{AB} = \frac{AJ}{AC}$ لكن المساواة خاطئة، إذن المستقيمان (BC) و (IJ) غير متوازيين.

8 حساب الطولين AP و LP :

المستقيمان (MN) و (LP) متقاطعان في A

المستقيمان (ML) و (NP) متوازيان.

حسب خاصية طالس: $\frac{AM}{AN} = \frac{AL}{AP} = \frac{ML}{NP}$ بالتعويض نجد: $\frac{9}{15} = \frac{6}{AP}$

أي : $AP = \frac{6\times 15}{9} = 10$ وعليه : $LP = AP - AL = 10 - 6 = 4$

إذن : $AL = 10$ و $LP = 4$

9 حساب الطول AF :

المستقيمان (BF) و (AD) متقاطعان في E

المستقيمان (BD) و (AF) متوازيان.

حسب خاصية طالس: $\frac{EA}{ED} = \frac{EF}{EB} = \frac{AF}{BD}$

بالتعويض نجد : $\frac{3,3}{2} = \frac{AF}{4,5}$ أي : $AF = \frac{3,3\times 4,5}{2}$

وعليه : $AF = 7,425cm$.

حاول التمارين	صفحة 111 من الكتاب المدرسي

الخاصية العكسية لخاصية طالس

10 معرفة هل المستقيمين (AB) و (EF) متوازيان :

لدينا : $\frac{CE}{CA} = \frac{3}{2} = 1,5$ و $\frac{CF}{CB} = \frac{6}{4} = 1,5$

وعليه : $\frac{CE}{CA} = \frac{CF}{CB}$

على المستقيمين (AE) و (BF) المتقاطعين في النقطة C.

النقاط $B;C;F$ من جهة والنقاط $A;C;E$ من جهة أخرى في استقامية وبنفس الترتيب و $\frac{CE}{CA} = \frac{CF}{CB}$

فحسب الخاصية العكسية لخاصية طالس نستنتج أن : $(AB)//(EF)$

11 إثبات المستقيمين (AB) و (EF) متوازيان :

لدينا : $AM = AB - BM = 36 - 20 = 16$

وأيضا : $\frac{AM}{AB}=\frac{16}{36}=\frac{4}{9}$ و $\frac{AN}{AC}=\frac{20}{45}=\frac{4}{9}$

وعليه : $\frac{AN}{AC}=\frac{AM}{AB}$

والنقاط $A;M;B$ في استقامية ومن جهة أخرى $A;N;C$ في استقامية وبنفس الترتيب و فحسب الخاصية العكسية لخاصية طالس نستنتج أن: $(BC)//(MN)$.

12 معرفة هل المستقيمين (BC) و (AD) متوازيان :

لدينا : $\frac{ED}{EB}=\frac{3,2}{4,8}=\frac{32}{48}=\frac{2}{3}$ و $\frac{EA}{EC}=\frac{1,2}{1,8}=\frac{12}{18}=\frac{2}{3}$

وعليه : $\frac{ED}{EB}=\frac{EA}{EC}$

النقاط $A;E;C$ من جهة والنقاط $B;E;D$ من جهة أخرى في استقامية وبنفس الترتيب و $\frac{CE}{CA}=\frac{CF}{CB}$

فحسب الخاصية العكسية لخاصية طالس نستنتج أن : $(AD)//(BC)$

13 معرفة هل المستقيمين (EF) و (BD) متوازيان :

لدينا : $AE=AB-BE=8-2,4=5,6$

و $\frac{AE}{AB}=\frac{5,6}{8}=0,7$ و $\frac{AF}{AD}=\frac{1,2}{6}=0,2$

إذن : $\frac{AE}{AB}\neq\frac{AF}{AD}$

لو كان المستقيمان (EF) و (BD) متوازيان لكان $\frac{AE}{AB}=\frac{AF}{AD}$ حسب خاصية طالس لكن المساواة خاطئة وبالتالي المستقيمين (EF) و (BD) غير متوازيان.

14 معرفة هل المستقيمين (AB) و (DC) متوازيان :

أولا : حساب الطولين OA و OD :

بتطبيق خاصية فيثاغورث في المثلث OAB لدينا : $AB^2=AO^2+OB^2$

وعليه : $OA^2=AB^2-OB^2=(2,5)^2-(1,5)^2$

وعليه : $OA^2=6,25-2,25=4$

وبالتالي : $OA=2$ من جهة أخرى وبتطبيق خاصية فيثاغورث في المثلث ODC

نجد : $DC^2=OC^2+OD^2$ إذن : $OD=3$

لدينا : $\frac{OB}{OD}=\frac{1,5}{3}=0,5$ ، $\frac{OA}{OC}=\frac{2}{4}=0,5$ إذن : $\frac{OB}{OD}=\frac{OA}{OC}$

النقاط $A;M;B$ استقامية من جهة والنقاط $A;N;D$ من جهة أخرى في استقامية وبنفس الترتيب فحسب الخاصية العكسية لخاصية طالس نستنتج أن: $(MN)//(BD)$

15 إثبات أن المستقيمين (MN) و (BD) متوازيان :

لدينا: $\frac{AN}{AD}=\frac{3}{15}=\frac{1}{5}$ و $\frac{AM}{AB}=\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$ إذن : $\frac{AN}{AD}=\frac{AM}{AB}$ والنقاط $D;N;A$ استقامية والنقاط $B;M;A$ استقامية وبنفس الترتيب، حسب الخاصية العكسية لخاصية طالس المستقيمين (MN) و (BD) متوازيين.

وضع نقط على مستقيم

16 إجابة إيناس أصوب من إجابة يونس لأنه لإثبات أن $\frac{OM}{OA}=\frac{ON}{OP}$ يكفي إثبات أن : $9\times3=5,4\times5=27$.

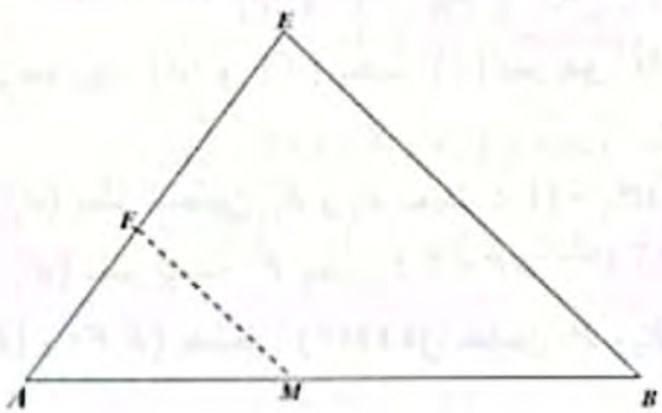
17 إنشاء دون استعمال مسطرة مدرّجة النّقطة M من $[AB]$ حيث $\frac{AM}{AB}=\frac{3}{7}$:

* نرسم القطعة $[AB]$:

نشئ نصف مستقيم مبدأه A وحامله يختلف عن المستقيم (AB)

- على نصف مستقيم هذا نمثل نقطتين E و F حيث : $AE=7a$ و $AF=3a$

- نرسم المستقيم (EB) ثم المستقيم الموازي له ويشمل F يقطع المستقيم (AB) في النقطة M



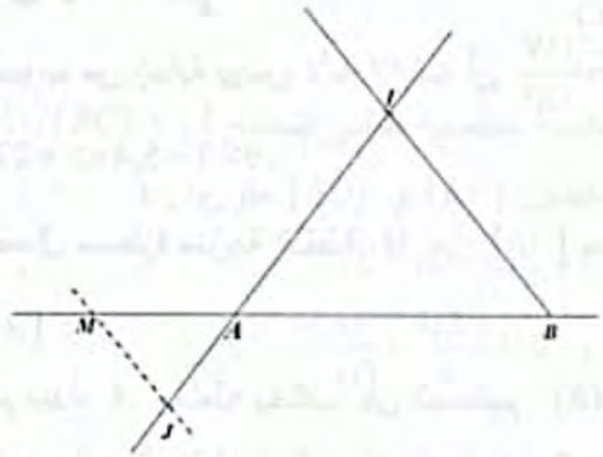
المثلثان AFM و AEB في وضعية طالس إذن : $\frac{AM}{AB}=\frac{AF}{AE}=\frac{3a}{7a}=\frac{3}{7}$

18 إنشاء دون استعمال مسطرة مدرجة النقطة M من (AB) ولا تنتمي إلى $[AB]$ حيث : $\frac{AM}{AB}=\frac{4}{9}$

- نرسم المستقيم (AB).
- ننشئ مستقيم يشمل A وحامله يختلف عن المستقيم (AB).

– على هذا المستقيم تعيين نقطتين I و J في جهتين مختلفتين عن A حيث $AI=9a$ ، $AJ=4a$.

– نرسم المستقيم (IB) ثم المستقيم الموازي له ويشمل النقطة J فيقطع (AB) في النقطة M.



المثلثان AMJ و ABI في وضعية طالس إذن : $\frac{AM}{AB}=\frac{AJ}{AI}=\frac{4a}{9a}=\frac{4}{9}$

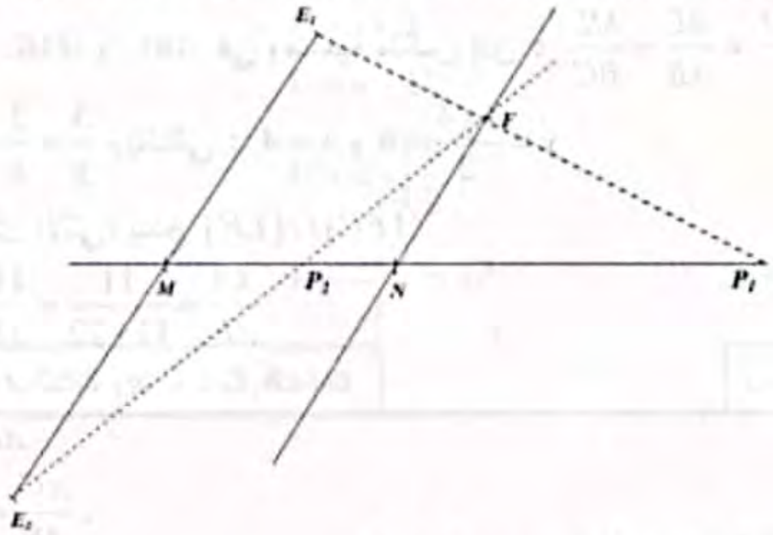
19 إنشاء النقطة P من (MN) حيث : $\frac{PM}{PN}=\frac{11}{7}$

– نرسم مستقيمين متوازيين (d) و (d') بحيث (d) يمر من M و (d') يمر من N.

– على المستقيم (d) نعلم النقطتين E_1 و E_2 بحيث : $ME_1=ME_2=11$

– على المستقيم (d') نعلم النقطة F بحيث : $NF=7$

المستقيمين (E_1F) و (E_2F) يقطعان (MN) في نقطتين P_1 و P_2



المثلثان P_1ME_2 و P_1NF في وضعية طالس.

إذن : $\frac{P_1M}{P_1N}=\frac{ME_2}{MF_2}=\frac{11}{7}$

النقطتان P_1 و P_2 هما المطلوبتان (وضعيتان للنقطة P المطلوبة).

حلول التمارين	صفحة 112 من الكتاب المدرسي

أؤكد تعلّماتي

اختيار الإجابة أو الإجابات الصحيحة :

1) في الشكل الآتي $(BC)//(IJ)$

ينتج : $x=6$ ، $y=\frac{9}{2}$ أو $y=4,5$

لأن المثلثان AIJ و ABC في وضعية طالس وعليه: $\frac{AI}{AB}=\frac{AJ}{AC}=\frac{IJ}{BC}$

بالتعويض : $\frac{3}{5}=\frac{y}{y+3}=\frac{x}{10}$ إذن : $x=\frac{10\times 3}{5}=6$

ولدينا : $\frac{y}{y+3}=\frac{3}{5}$ وعليه : $5\times y=3(y+3)$

أي : $5y=3y+9$ وبالتالي : $2y=9$ أي : $y=\frac{9}{2}=4,5$

2) في الشكل الآتي : $(LM)//(BC)$

ينتج : $x=4$ ، $y=6$

لأن المثلثان AML و ABC في وضعية طالس إذن : $\frac{AM}{AC}=\frac{AL}{AB}=\frac{ML}{BC}$

وعليه : $\frac{3}{y}=\frac{2}{x}=\frac{2}{4}$ وبالتالي : $x=4$ و $y=\frac{3\times4}{2}=6$

3) في الشكل الآتي، ينتج $(BC)//(EF)$

لدينا : $\frac{AB}{AE}=\frac{11}{11+22}=\frac{11}{33}=\frac{1}{3}$

$\frac{AC}{AF}=\frac{15}{45}=\frac{1}{3}$

إذن : $\frac{AC}{AF}=\frac{AB}{AE}$.

والنقاط $A;B;E$ استقامية والنقاط $A;C;E$ استقامية وبنفس الترتيب، حسب الخاصية العكسية لخاصية طالس نستنتج أن : $(BC)//(EF)$.

4) نختار تدريجيا منتظما على (AB) ونرسم مستقيمات موازية لـ (BC)

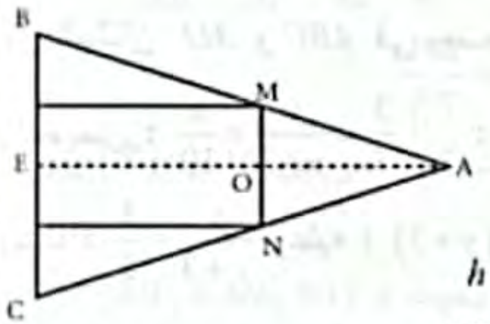
ينتج المثلثان AMN و ABC في وضعية طالس إذن : $\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}=\frac{3}{5}$

وعليه : $\frac{AN}{AC}=\frac{AM}{AB}=\frac{3}{5}$ **صحيحة**

$\frac{AM}{AB}=\frac{MN}{BC}=\frac{3}{5}$ **صحيحة**

$5\times MN=3\times BC$ **صحيحة** انطلاقا من $\frac{MN}{BC}=\frac{3}{5}$.

أدمج تعلّماتي :



المثلثان AMD و ABE في وضعية طالس

إذن: $\frac{18-h}{18}=\frac{r}{6}$ أي: $\frac{18-h}{18}=\frac{3r}{18}$

ومنه : $h=18-3r$

من أجل $h=r$ نجد: $4h=18$ وعليه: $h=4,5$

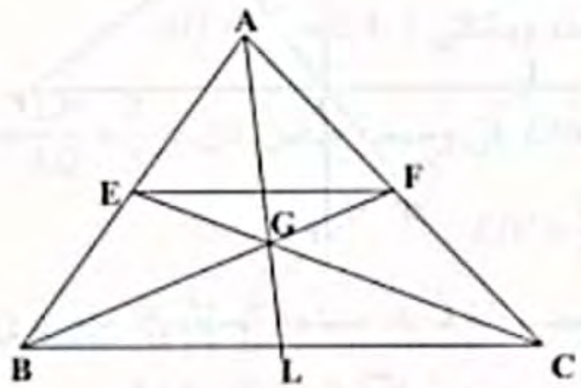
في هذه الوضعية الحجم V لهذه الإسطوانة يكون:

$$V=\pi r^2h$$
$$V=\pi\times h^3$$
$$V=\pi\times\left(\frac{9}{2}\right)^3$$
$$V=\frac{729}{8}\pi cm^3$$

حلول التمارين | صفحة 113 من الكتاب المدرسي

أتعمق

1. رسم شكلا مناسبا:



2. إثبات أن $\frac{GE}{GC}=\frac{GF}{GB}=\frac{1}{2}$:

المثلثان GEF و GBC في وضعية طالس إذن :

$$\frac{GE}{GC}=\frac{GF}{GB}=\frac{EF}{BC}=\frac{\frac{1}{2}BC}{BC}=\frac{1}{2}$$

وعليه: $\frac{GE}{GC}=\frac{GF}{GB}=\frac{1}{2}$.

3. إثبات أن F هي منتصف $[AC]$ و E منتصف $[AB]$:

المثلثان AEF و ABC في وضعية طالس إذن : $\frac{AF}{AC}=\frac{AE}{AB}=\frac{EF}{BC}$

لكن : $\frac{EF}{BC}=\frac{1}{2}$ وعليه : $\frac{AF}{AC}=\frac{1}{2}$

أي: $AF=\frac{1}{2}AC$ و $F\in[AC]$ فإن : F منتصف $[AC]$

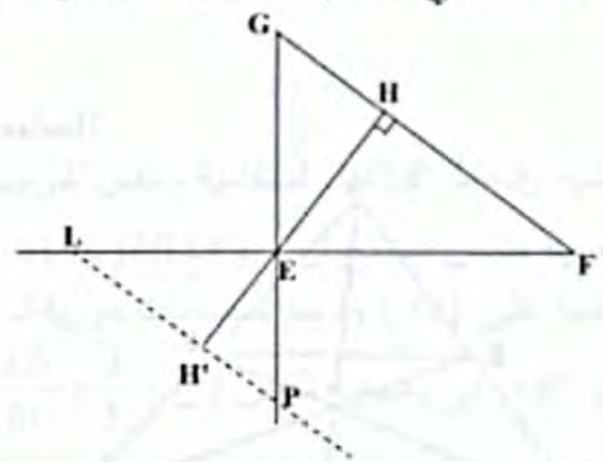
من جهة أخرى: $\frac{AE}{AB}=\frac{1}{2}$ أي : $AE=\frac{1}{2}AB$ و $E\in[AB]$

إذن E منتصف $[AB]$.

4. إثبات أن L منتصف $[BC]$:

بما أن G نقطة تقاطع المتوسطات في المثلث ABC فإن (AL) هو المتوسط هو المتعلق بالضلع $[BC]$ وبالتالي: L هو منتصف $[BC]$

21 إنشاء المثلث EFC قائما في E حيث : $EF=4cm$ و $EG=3cm$



1) حساب A_1 مساحة المثلث EFG :

$$A_1=\frac{EF\times EG}{2}=\frac{4\times 3}{2}$$

$$A_1=6cm^2$$

2) إنشاء النقطتين L و P :

$\frac{EL}{EF}=\frac{2}{3}$ ، $\frac{EP}{EG}=\frac{2}{3}$

استنتاج أن $(GF)//(LP)$:

بما أن $\frac{EL}{EF}=\frac{2}{3}$ و $\frac{EP}{EG}=\frac{2}{3}$

فإن: $\frac{EL}{EF}=\frac{EP}{EG}$ والنقاط G,E,P استقامية والنقاط $F;E;L$ استقامية وبنفس الترتيب، حسب الخاصية العكسية لخاصية طالس المستقيمين (GF) و (LP) متوازيين.

3) حساب القيمة المضبوطة لكل من الطول LP وارتفاع المثلث ELP المتعلق بالرأس E :

أولا حساب الطول GF : بتطبيق خاصية فيثاغورث نجد : $GF^2=EG^2+EF^2$

أي : $GF^2=3^2+4^2$ وبالتالي : $GF^2=25$ وعليه : $GF=5cm$

وبما أن المثلثان EGF و ELP في وضعية طالس فإن : $\frac{EL}{EF}=\frac{EP}{EG}=\frac{LP}{GF}$

أي: $\frac{2}{3}=\frac{LP}{5}$ وبالتالي: $LP=\frac{10}{3}cm$

نفرض H' هي المسقط العمودي للنقطة E على (LP) وبما أن H هي المسقط العمودي للنقطة E على $[GF]$

لدينا : $S_{EFG}=6$ وعليه : $\frac{GF\times EH}{2}=6$

أي : $GF\times EH=12$ وبالتالي : $EH=\frac{12}{5}=2,4$

المثلثان $EH'P$ و EHG في وضعية طالس إذن : $\frac{EH'}{EH}=\frac{EP}{EG}=\frac{2}{3}$

وعليه: $EH'=\frac{2}{3}EH=1,6$

4) حساب القيمة المضبوطة لـ A_2 مساحة المثلث ELP :

$$A_2=\frac{LP\times EH'}{2}=\frac{\frac{10}{3}\times 1,6}{2}=\frac{16}{6}=\frac{8}{3}$$

التحقق أن: $A_2=\left(\frac{2}{3}\right)^2A_1$

لدينا : $\left(\frac{2}{3}\right)^2A_1=\frac{4}{9}\times 6=\frac{24}{9}=\frac{8}{3}=A_2$

وعليه : $A_2=\left(\frac{2}{3}\right)^2A_1$

22 حساب الطول OB:

المستقيمان (AC) و (BD) متقاطعان في O والمستقيمان (AB) و (CD) متوازيان حسب خاصية طالس : $\frac{OA}{OC}=\frac{OB}{OD}=\frac{AB}{CD}$

بالتعويض : $\frac{OB}{OB+BD}=\frac{2}{5}$ بفرض $OB=x$

نجد : $\frac{x}{x+6}=\frac{2}{5}$ وعليه : $5x=2(x+6)$

أي : $5x=2x+12$ إذن : $3x=12$ وعليه : $x=4$

وبالتالي : $OB=4m$.

23 معرفة هل (CK) يوازي (AD) :

أولا حساب الطولين CL و LK :

المستقيمين (CL) و (BK) يتقاطعان في النقطة A

المستقيمان (BC) و (LK) متوازيان

حسب خاصية طالس : $\frac{AL}{AC}=\frac{AK}{AB}=\frac{LK}{BC}$ وعليه : $\frac{20}{AC}=\frac{30}{50}=\frac{LK}{30}$

إذن : $AC=\frac{50\times 20}{30}=\frac{100}{3}$ ، $LK=\frac{30\times 30}{50}=18$

وعليه : $CL=AC-AL=\frac{100}{3}-20=\frac{40}{3}$

من جهة أخرى لدينا :

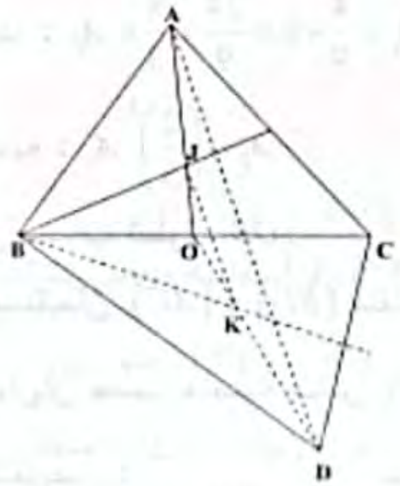
$\frac{LC}{LA}=\frac{\frac{40}{3}}{20}=\frac{40}{3}\times\frac{1}{20}=\frac{2}{3}$; $\frac{LK}{LD}=\frac{18}{13,5}=\frac{4}{3}$

بما أن $\frac{LK}{LD}\neq\frac{LC}{LA}$ وبما أن المساواة خاطئة حسب خاصية طالس، نستنتج أن المستقيمان (CK) و (AD) غير متوازيان.

24 ABC و DBC مثلثان، O منتصف $[BC]$

J هي مركز ثقل المثلث ABC

و K هي مركز ثقل المثلث DBC



إثبات أن (JK) يوازي (AD) :

بما أن J مركز ثقل المثلث ABC فإن : $OJ=\frac{1}{3}OA$ أي : $\frac{OJ}{OA}=\frac{1}{3}$....(1)

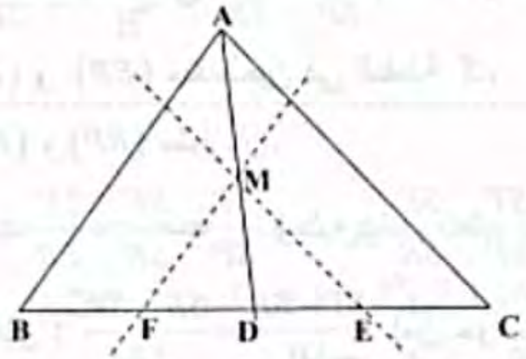
من جهة أخرى K مركز ثقل المثلث BCD فإن : $OK=\frac{1}{3}OD$

أي : $\frac{OK}{OL}=\frac{1}{3}$....(2)

من (1) و(2) ينتج أن : $\frac{OJ}{OA}=\frac{OK}{OD}$

والنقاط $O;J;A$ استقامية والنقاط $O;K;D$ استقامية وبنفس الترتيب، حسب الخاصية العكسية لخاصية طالس نستنتج أن (JK) و (AD) متوازيان.

25 1) رسم شكل مناسب :



2) إثبات أن $\frac{DE}{DC}=\frac{DF}{DB}$ واستنتاج أن D منتصف $[EF]$:

لدينا في المثلث ADC : $(AC)//(ME)$ والمثلثان DME و ADC في وضعية طالس إذن $\frac{DE}{DC}=\frac{DM}{DA}$.....(1)

من جهة أخرى لدينا في المثلث ABD : $(AB)//(MF)$ والمثلثان DMF و ADB في وضعية طالس إذن : $\frac{DF}{DB}=\frac{DM}{DA}$.....(2)

من (1) و(2) ينتج أن : $\frac{DE}{DC}=\frac{DF}{DB}$

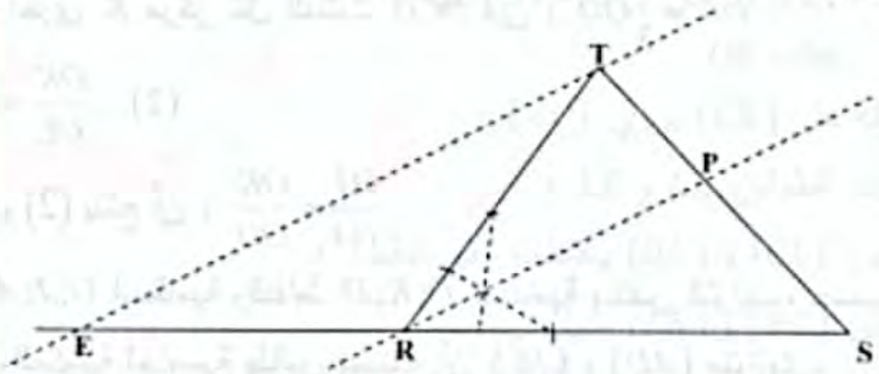
بما أن (AD) المتوسط المتعلق بالضلع $[BC]$ فإن : D منتصف $[BC]$

أي : $DC=DB$

وعليه فإن : $\frac{DE}{DC}=\frac{DF}{DB}$ تعني أن : $DF=DE$ و $D\in[EF]$

وبالتالي D منتصف $[EF]$.

26 1. رسم شكلا مناسبا :



2) إثبات أن $\frac{ST}{SP}=\frac{SE}{SR}$ واستنتاج أن $\frac{PT}{SP}=\frac{RE}{SR}$:

لدينا: المستقيمان (TP) و (ER) متقاطعين في النقطة S.

المستقيمين (ET) و (RP) متوازيان.

حسب خاصية طالس : $\frac{ST}{SP}=\frac{SE}{SR}=\frac{TE}{ER}$ وعليه : $\frac{ST}{SP}=\frac{SE}{SR}$

بما أن : $\frac{ST}{SP}=\frac{SE}{SR}$ فإن : $\frac{ST-SP}{SP}=\frac{SE-SR}{SR}$ (من خواص التناسب)

وعليه : $\frac{PT}{SP}=\frac{RE}{SR}$.

3) إثبات أن المثلث RTE متساوي الساقين :

لدينا : $R\hat{E}T=P\hat{R}S$ (بالتماثل)

$R\hat{T}E=P\hat{R}T$ (بالتبادل الداخلي)

وبما أن : $P\hat{R}T=P\hat{R}S$ فإن : $R\hat{E}T=R\hat{T}E$ وعليه فإن المثلث RTE متساوي الساقين رأسه الأساسي R وقاعدته $[ET]$.

4) إثبات أن $\frac{PT}{SP}=\frac{RT}{SR}$:

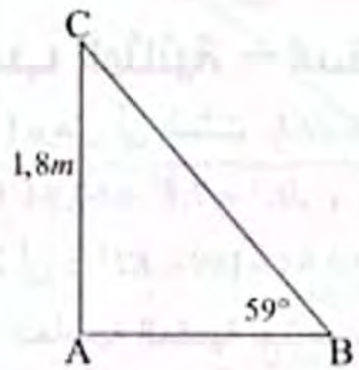
بما أن المثلث RTE متساوي الساقين فإن : $RT=RE$

وبما أن : $\frac{PT}{SP}=\frac{RE}{SR}$ فإن : $\frac{PT}{SP}=\frac{RT}{SR}$.

10- حساب المثلثات في المثلث القائم

تحدّ: صفحة 115 من الكتاب المدرسي

حساب قيمة مقربة إلى الجزء من 10 لطول السلّم :



لدينا : $\sin A\hat{B}C=\frac{AC}{BC}$

وعليه : $\sin 59°=\frac{1,80}{BC}$

أي : $BC=\frac{1,80}{\sin 59°}$

بالتقريب إلى $\frac{1}{10}$ نجد : $BC=2,1m$

طول السلم $2,1m$.

استعد

1) مجموع أقياس زوايا مثلث يساوي $180°$ **صحيح** الداخلية

2) مدوّر العدد 1,267103 إلى الوحدة هو 1 . **صحيح**

لأن رقم الأعشار 2 أقل من 5.

3) مدوّر العدد 1,267103 إلى الجزء من 10 هو 1,2. **خاطئ**

لأن مدور العدد هو 1,3 لأن رقم الأجزاء من مائة 6 أكبر من 5.

4) في المثلث ABC القائم في A

- الوتر هو $[BC]$. **صحيح**
- الضلع المقابل للزاوية $\hat{C}$ هو $[BC]$. **خاطئ** هو $[AB]$.
- الضلع المجاور للزاوية $\hat{C}$ هو $[AB]$. **خاطئ** هو $[AC]$.

5) في مثلث قائم جيب تمام زاوية حادّة يساوي : طول الضلع المقابل ÷ طول الوتر **خاطئ.**

جيب تمام زاوية حادة يساوي : طول الضلع المجاور ÷ طول الوتر

6) اعتمادا على الشكل : $\cos A\hat{B}C=\frac{AC}{AB}$ **خاطئ.**

لأن : $\cos A\hat{B}C = \frac{BC}{AB}$ ، $B\hat{A}C = 31°$ صحيح.

حلول التمارين | صفحة 122 من الكتاب المدرسي

أوظّف تعلماتي

النسب المثلثية – استعمال حاسبة

1) برهان أن المثلث JKL قائم في J :

لدينا : $JK^2 = 7,8^2 = 60,84$ ، $JL^2 = 10,4^2 = 108,16$ ، $KL^2 = 13^2 = 169$

نلاحظ أن : $JL^2 + JK^2 = 108,16 + 60,84 = 169 = KL^2$

حسب الخاصية العكسية لفيثاغورث المثلث JKL قائم في J

2) حساب $\tan \hat{K}$ ، $\tan \hat{L}$:

لدينا : $\tan = \frac{\text{طول الضلع المقابل}}{\text{طول الضلع المجاور}}$

$$\tan \hat{K} = \frac{LJ}{JK} = \frac{10,4}{7,8} = \frac{104}{78} = \frac{4}{3}$$

$$\tan \hat{L} = \frac{JK}{LJ} = \frac{7,8}{10,4} = \frac{3}{4} = 0,75$$

2 1) برهان أن المثلث ABC قائم في A :

لدينا : $AC^2 = 196$ ، $AB^2 = 10,5^2 = 110,25$ ، $BC^2 = 17,5^2 = 306,25$

نلاحظ أن : $AB^2 + AC^2 = 110,5 + 196 = 306,25 = BC^2$

حسب الخاصية العكسية لفيثاغورث المثلث ABC قائم في A.

حساب $\tan \hat{B}$ ، $\tan \hat{C}$:

$$\tan \hat{B} = \frac{AC}{AB} = \frac{14}{10,5} = \frac{140}{105} = \frac{4}{3}$$

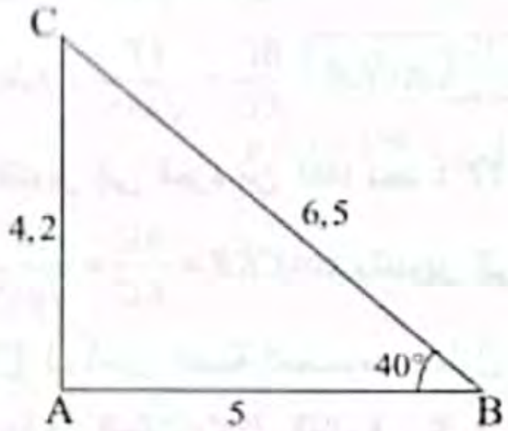
$$\tan \hat{C} = \frac{AB}{AC} = \frac{10,5}{14} = 0,75$$

3 1) إنشاء مثلثا قائما إحدى زواياه حادتين قيسها $40°$.

الوسائل المستعملة : المسطرة ، المنقلة ، الكوس.

2) بالتدوير إلى الجزء من 100 :

أ) باستعمال أقياس أطوال أضلاع المثلث:



$$\sin 40° = \frac{AC}{BC} = \frac{4,2}{6,5} = 0,65$$

$$\cos 40° = \frac{AB}{BC} = \frac{5}{6,5} = 0,77$$

$$\tan 40° = \frac{AC}{AB} = \frac{4,2}{5} = 0,84$$

ب) باستعمال حاسبة :

$\cos 40° = 0,77$ ، $\sin 40° = 0,64$ ، $\tan 40° = 0,84$

ج) النتائج المتحصل عليها متساوية وبالتالي الإنشاء دقيقا.

4 1) إثبات أن المثلث ABC قائم :

$AC^2 = 3,52 = 12,25$ ، $BC^2 = 1,2^2 = 1,44$ ، $AB^2 = 3,7^2 = 13,69$

نلاحظ أن : $AC^2 + BC^2 = 12,25 + 1,44 = 13,69 = AB^2$

حسب الخاصية العكسية لفيثاغورث المثلث ABC قائم في C.

2) حساب النسب المثلثية :

$$\cos \hat{A} = \frac{AC}{AB} = \frac{3,5}{3,7} = \frac{35}{37}$$

$$\sin \hat{A} = \frac{BC}{AB} = \frac{1,2}{3,7} = \frac{12}{37}$$

$$\tan \hat{A} = \frac{BC}{AC} = \frac{1,2}{3,5} = \frac{12}{35}$$

5 1) حساب $\tan C\hat{K}B$:

لدينا : $\tan C\hat{K}B = \frac{BC}{BK} = \frac{17}{14}$

2) حساب $\sin C\hat{K}B$ ، $\cos C\hat{K}B$:

إيجاد القيمة المضبوطة للطول KC :

بتطبيق خاصية فيثاغورث نجد : $KC^2 = BC^2 + BK^2$

أي : $KC^2 = 17^2 + 14^2 = 485$

ومنه : $KC=\sqrt{485}$

وعليه : $\sin C\hat{K}B=\frac{BC}{KC}=\frac{17}{\sqrt{485}}$

بالتدوير إلى الجزء من 100 نجد : $\sin C\hat{K}B=0,77$

$\cos C\hat{K}B=\frac{BK}{KC}=\frac{14}{\sqrt{485}}$ بالتدوير إلى الجزء من 100 نجد: $Cos\ C\hat{K}B=0,64$

6 1. تعيين القيمة المضبوطة للطول SK :

لدينا في المثلث JSK القائم في S :

$\cos J\hat{K}S=\frac{SK}{KJ}$ وعليه : $\cos 55°=\frac{SK}{10}$

وبالتالي : $SK=10\times\cos 55°$

2. المدور إلى الجزء من 100 للطول SK هو $5,74cm$

7 حساب القيمة المقربة إلى الوحدة من الدرجة لـ $A\hat{C}B$:

لدينا في المثلث ABC القائم في B :

$\cos A\hat{C}B=\frac{BC}{AC}$ وعليه : $\cos A\hat{C}B=\frac{4}{4,4}$

باتباع المراحل التالية (من اليسار إلى اليمين)

$\boxed{SHIFT}\boxed{\cos}\boxed{(4}\boxed{\div}\boxed{4,4)}\boxed{=}$

يظهر على الشاشة الحاسبة 24,61997733 إذن $A\hat{C}B=25°$

8 1. حساب DE :

بتطبيق خاصية فيثاغورث على المثلث EDF نجد : $EF^2=DE^2+DF^2$

وعليه : $DE^2=EF^2-DF^2$

أي : $DE^2=7^2-(4,2)^2$ وعليه : $DE^2=31,36$ إذن : $DE=\sqrt{31,36}=5,6$

2) حساب القيمة المقربة إلى الوحدة لقيس الزاوية $F\hat{E}D$:

لدينا في المثلث EFD القائم في D :

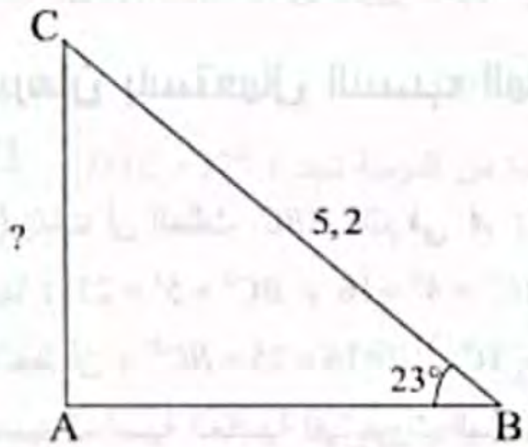
$\sin F\hat{E}D=\frac{DF}{EF}$ أي : $\sin F\hat{E}D=\frac{4,2}{7}=0,6$

باتباع المراحل التالية :

$\boxed{SHIFT}\boxed{\sin}\boxed{0}\boxed{.}\boxed{6}\boxed{=}$

يظهر على الشاشة الحاسبة 36,86989765 إذن : $F\hat{E}D=37°$

9



حساب المدوّر إلى $\frac{1}{10}$ للطول AC :

لدينا في المثلث ABC القائم في A :

$\sin A\hat{B}C=\frac{AC}{BC}$ ومنه : $\sin 23°=\frac{AC}{5,2}$

إذن : $AC=5,2\times\sin 23°$

لحساب المدوّر إلى $\frac{1}{10}$ للطول AC ، ننفذ البرنامج التالي :

$\boxed{5}\boxed{.}\boxed{2}\boxed{\times}\boxed{\sin}\boxed{2}\boxed{3}\boxed{=}$

يظهر على الشاشة 2,031801868

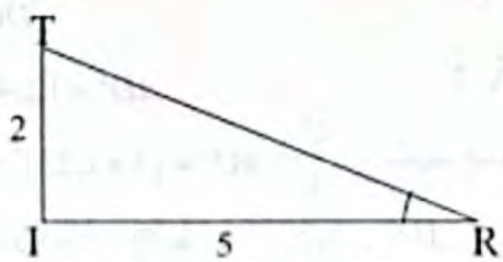
المدور إلى $\frac{1}{10}$ للطول AC هو 2.

10

بما أن $\cos\hat{A}$ هو عدد محصور بين 0 و 1 فإنه لا يمكن أن يكون $\cos\hat{A}=1,5$ وبالتالي نبيلة قد أخطأت.

11

1) إنجاز شكل باليد الحرة.



2) حساب قيس الزاوية $\widehat{R}$ بالتدوير إلى $\frac{1}{10}$:

لدينا : $\tan \widehat{IRT} = \frac{IT}{IR} = \frac{2}{5}$

$\tan \widehat{IRT} = 0,4$

باستعمال الآلة الحاسبة وبالتدوير النتيجة إلى $\frac{1}{10}$ نجد : $\widehat{IRT} = 21,8°$.

البرهان باستعمال النسب المثلثية

12

1) إثبات أن المثلث ABC قائم في A :

لدينا : $BC^2 = 5^2 = 25$ ، $AC^2 = 4^2 = 16$ ، $AB^2 = 3^2 = 9$

نلاحظ أن : $AB^2 + AC^2 = 9 + 16 = 25 = BC^2$

حسب الخاصية العكسية لفيثاغورث المثلث ABC قائم في A

2) حساب النسب المثلثية :

$\sin \widehat{B} = \frac{AC}{BC} = \frac{4}{5}$ ، $\cos \widehat{C} = \frac{AC}{BC} = \frac{4}{5}$

$\cos \widehat{B} = \frac{AB}{BC} = \frac{3}{5}$ ، $\sin \widehat{C} = \frac{AB}{BC} = \frac{3}{5}$

$\tan \widehat{B} = \frac{AC}{AB} = \frac{4}{3}$ ، $\tan \widehat{C} = \frac{AB}{AC} = \frac{3}{4}$

حلول التمارين | **صفحة 123 من الكتاب المدرسي**

13 • برهان أن (BE) عمودي على (AD)

يكفي أولا إثبات أن المثلث ADC قائم في D .

لدينا :

$DC^2 = 2,55^2 = 6,5025$

$AD^2 = (2,4+1)^2 = 3,4^2 = 11,56$

$AC^2 = (3+1,25)^2 = (4,25)^2 = 18,0625$

نلاحظ أن : $DC^2 + AD^2 = 6,5025 + 11,56 = 18,0625 = AC^2$

حسب الخاصية العكسية لفيثاغورث المثلث قائم في D وبالتالي: $(AD) \perp (DC)$

لكن $(DC) // (BE)$ (حسب خاصية طالس العكسية)

وبالتالي: $(BE) \perp (AD)$.

• حساب المدوّر لقيس الزاوية $\widehat{A}$ إلى الدرجة :

لدينا في المثلث ADC القائم في D :

$\cos \widehat{DAC} = \frac{AD}{AC}$ أي : $\cos \widehat{DAC} = \frac{3,4}{4,25} = 0,8$

باستعمال الآلة الحاسبة وبالتدوير إلى الوحدة من الدرجة نجد : $\widehat{DAC} = 37°$

14 1) برهان أن $\frac{AB}{OB} = \frac{EF}{OE}$

لدينا في المثلث OAB القائم في A : $\sin \widehat{AOB} = \frac{AB}{OB}$

ولدينا في المثلث OEF القائم في F : $\sin \widehat{EOF} = \frac{EF}{OE}$

وعليه : $\frac{AB}{OB} = \frac{EF}{OE}$

2) برهان أن $\frac{AB}{OB} = \frac{EF}{OF}$:

لدينا في المثلث OAB القائم في A : $\tan \widehat{AOB} = \frac{AB}{OA}$

ولدينا في المثلث OEF القائم في F : $\tan \widehat{EOF} = \frac{EF}{OF}$

وعليه : $\frac{AB}{OA} = \frac{EF}{OF}$

15 بما أن BC هو طول الضلع المقابل للزاوية $\widehat{A}$ و AC هو طول الوتر فإنه لحساب قيس الزاوية $\widehat{A}$ يستحسن استخدام الجيب وعليه ليلى هي من أحسنت الاختيار.

العلاقات المثلثية :

16 x هو قيس زاوية حادة حيث : $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

حساب القيمة المضبوطة للعدد $\sin x$ بدون استعمال الآلة الحاسبة

لدينا $\cos^2 x+\sin^2 x=1$ وعليه : $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2+\sin^2 x=1$ أي : $\frac{2}{4}+\sin^2 x=1$

ومنه : $\sin^2 x=1-\frac{2}{4}$ نجد : $\sin^2 x=\frac{2}{4}$

إذن : $\sin x=\frac{\sqrt{2}}{2}$ ($\sin x$ عدد موجب)

استنتاج القيمة المضبوطة للعدد $\tan x$:

$$\tan x=\frac{\sin x}{\cos x}=\frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=1$$

17 x هو قيس زاوية حادة حيث : $\sin x=\frac{\sqrt{3}}{2}$

1) تعيين القيمة المضبوطة للعدد $\cos x$:

لدينا : $\cos^2 x+\sin^2 x=1$ يعني : $\cos^2 x+\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2=1$

أي: $\cos^2 x+\frac{3}{4}=1$ وعليه: $\cos^2 x=1-\frac{3}{4}$ إذن: $\cos x=\frac{1}{2}$ ($\cos$ عدد موجب)

2) استنتاج قيمة مقربة للعدد $\tan x$:

لدينا: $\tan x=\frac{\sin x}{\cos x}$ وعليه : $\tan x=\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}}=\sqrt{3}$

القيمة المقربة بالتدوير إلى $\frac{1}{100}$: $\tan x=1,73$

18 لا يمكن حساب $\sin x$ في الحالتين الثانية والثالثة لأن: $\sin x$ عدد محصور بين 0 و 1 و $\frac{3}{2}>1$ و $\frac{\sqrt{5}}{2}>1$.

في حالة $\cos x=0,4$ لدينا : $\sin^2 x+\cos^2 x=1$

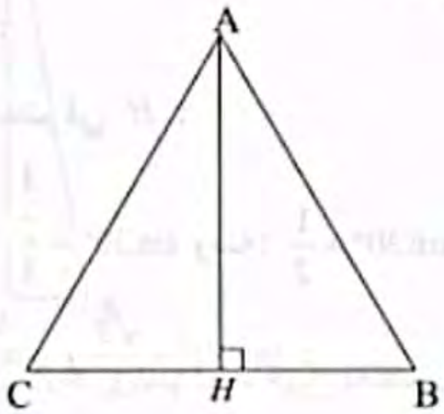
وبالتالي : $\sin^2 x+(0,4)^2=1$ أي : $\sin^2 x+0,16=1$

وبالتالي : $\sin^2 x=1-0,16$

وعليه : $\sin^2 x=0,84$ إذن : $\sin x=\sqrt{0,84}$ ($\sin x$ عدد موجب)

$$\tan x=\frac{\sin x}{\cos x}=\frac{\sqrt{0,84}}{0,4}$$

19 1. إنجاز شكلا مناسبا :



2. تبرير صحة المساواة $\cos 60°=\frac{1}{2}$ واستنتاج $\sin 60°=\frac{\sqrt{3}}{2}$ ، $\tan 60°=\sqrt{3}$

لدينا المثلث ABC متقايس الأضلاع $\hat{A}=\hat{B}=\hat{C}=\frac{180°}{3}=60°$

حساب $\cos A\hat{B}H$ لدينا في المثلث AHB القائم في H :

$\cos A\hat{B}H=\frac{BH}{AB}$ أي : $\cos 60°=\frac{\frac{1}{2}}{1}$ ومنه: $\cos 60°=\frac{1}{2}$

وبما أن : $\sin^2\hat{B}+\cos^2\hat{B}=1$ فإن : $\sin^2\hat{B}+\frac{1}{4}=1$ إذن : $\sin\hat{B}=\frac{3}{4}$

وبالتالي : $\sin\hat{B}=\frac{\sqrt{3}}{2}$ ($\sin\hat{B}$ عدد موجب)

وبما أن $\hat{B}=60°$ فإن : $\sin 60°=\frac{\sqrt{3}}{2}$

من جهة أخرى لدينا : $\tan 60°=\frac{\sin 60°}{\cos 60°}=\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}}=\sqrt{3}$

3) قيس الزاوية $B\hat{A}H$ هو $30°$ لأن :

$B\hat{A}H = 180° - (B\hat{H}A + A\hat{B}H)$

$B\hat{A}H = 180° - (90° + 60°)$

$B\hat{A}H = 180° - 150°$

$B\hat{A}H = 30°$

التبرير أن $\sin 30° = \frac{1}{2}$:

لدينا في المثلث ABH القائم في H :

$\sin B\hat{A}H = \frac{BH}{AB}$ إذن : $\sin 30° = \frac{\frac{1}{2}}{1}$ ومنه: $\sin 30° = \frac{1}{2}$

استنتاج أن : $\cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$ و $\tan 30° = \frac{\sqrt{3}}{3}$:

بما أن : $\cos^2 \hat{A} + \sin^2 \hat{A} = 1$ فإن : $\cos^2 \hat{A} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 1$ أي : $\cos^2 \hat{A} + \frac{1}{4} = 1$

إذن: $\cos^2 \hat{A} = \frac{3}{4}$ وبالتالي: $\cos^2 \hat{A} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ($\cos \hat{A}$ عدد موجب)

وبما أن $\hat{A} = 30°$ فإن : $\cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$

من جهة أخرى لدينا : $\tan 30° = \frac{\sin 30°}{\cos 30°} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ ومنه: $\tan 30° = \frac{\sqrt{3}}{3}$

إنشاءات هندسية

20 إنشاء بدون استعمال منقلة، زاوية بحيث جيبها التمام يساوي 0,18 :

نعتبر وحدة الطول هي $1mm$

ننشئ زاوية قائمة $A\hat{O}B$ رأسها O.

لدينا : $0,18 = \frac{18}{100} = \frac{9}{50}$

نعيّن على أحد ضلعي الزاوية النقطة A حيث $OA = 9mm$ نرسم الدائرة التي مركزها A ونصف قطرها $5cm$ تقطع هذه الدائرة الضلع الثاني لهذه الزاوية في النقطة B في المثلث OAB القائم في O.

$\cos \hat{A} = \frac{OA}{AB} = \frac{0,9}{5} = 0,18$ إذن : $x = \hat{A}$

عند التحقق بالحاسبة نجد : $\hat{A} = 80°$

بالمنقلة نجد : $\hat{A} = 80°$

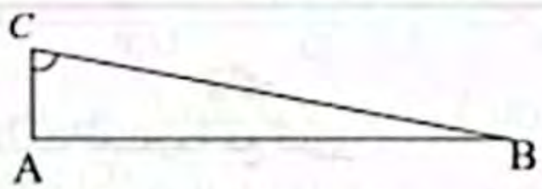
21 إنشاء بدون استعمال منقلة، زاوية ظلها يساوي 5,4 :

لدينا : $\tan x = 5,4 = \frac{54}{10}$

نضع وحدة الطول هي الميليمتر :

ننشئ زاوية $B\hat{A}C$ قائمة في A :

نعين على الضلعين النقطتين B و C حيث : $AB = 54mm$ و $AC = 10mm$



في المثلث ABC القائم في A : $\tan \hat{C} = \frac{AB}{AC} = 5,4$ وعليه : $x = \hat{C}$

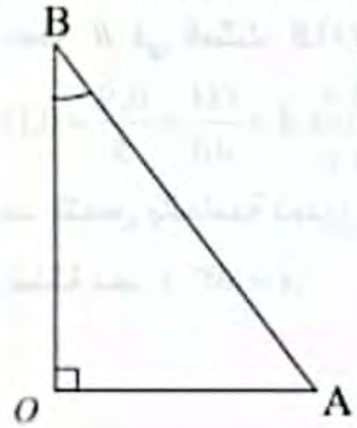
عند التحقق بالحاسبة نجد : $\hat{C} = 79,5°$ وبالمنقلة $\hat{C} = 79°$

22 إنشاء بدون استعمال المنقلة، زاوية قيسها x تحقق : $\sin x = \frac{3}{5}$

نعتبر وحدة الطول هي السنتيمتر.

ننشئ زاوية قائمة $A\hat{O}B$ رأسها O

نعيّن على أحد ضلعيها النقطة A حيث $OA = 3cm$ نرسم الدائرة التي مركزها A ونصف قطرها $5cm$ تقطع هذه الدائرة الضلع الثاني لهذه الزاوية في النقطة B



في المثلث OAB القائم في O لدينا: $\sin \hat{B} = \frac{OA}{AB} = \frac{3}{5}$

إذن : $x = \hat{B}$

المدور إلى $\frac{1}{10}$ لهذا القيس هو : $\hat{B} = 36,9°$

بالمنقلة : $\hat{B} = 37°$

24 تصويب الأخطاء المرتكبة في الإجابتين :

لدينا في المثلث KLM القائم في K :

$\cos K\hat{M}L = \frac{MK}{ML}$ إذن : $\cos K\hat{M}L = \frac{5}{9}$

نحسب $K\hat{M}L$ باتباع المراحل التالية :

$\boxed{SHIFT}\boxed{\cos}\boxed{5}\boxed{\div}\boxed{9}\boxed{=}$

يظهر على الشاشة الحاسبة 56,25101114 إذن : $K\hat{M}L = 56°$

حلول التمارين | **صفحة 124 من الكتاب المدرسي**

أوكد تعلّماتي

اختيار الإجابة أو الإجابات الصحيحة مع التبرير :

1) في المثلث MOB القائم في O لدينا :

$\cos \hat{M} = \frac{OM}{MB}$ لأن $\cos \hat{M}$ هو حاصل قسمة طول الضلع المجاور لـ $\hat{M}$ على طول الوتر.

2) في المثلث LMN القائم في M لدينا : $\sin \hat{L} = \frac{MN}{LN}$

لأن $\sin \hat{L}$ هو حاصل قسمة طول الضلع المقابل لـ $\hat{L}$ على طول الوتر.

3) في المثلث ABC القائم في B ، لدينا : $\sin 35° = \frac{7}{AC}$ و $\sin 35° \times AC = 7$

4) إذا كان : $\cos 70° = \frac{2}{MN}$ فإن : $MN = \frac{2}{\cos 70°}$

5) في الشكل المقابل لدينا : $IE = 6 \times \tan 50°$

لأن : $\tan \hat{L} = \frac{IE}{IL}$ أي : $\tan 50° = \frac{IE}{6}$ وعليه : $IE = 6 \times \tan 50°$

- $EL = \frac{6}{\cos 50°}$

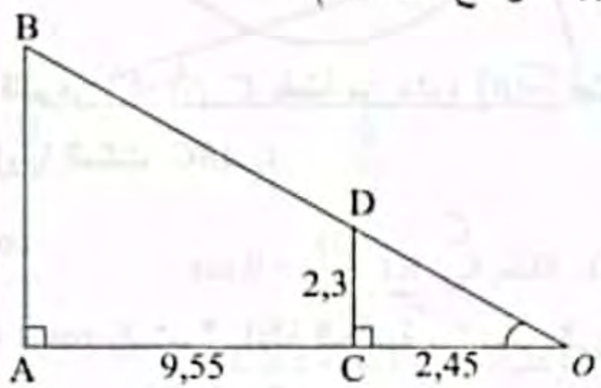
لأن : $\cos \hat{L} = \frac{IL}{EL}$ أي : $\cos 50° = \frac{6}{EL}$ وعليه : $EL = \frac{6}{\cos 50°}$

6) من أجل كل قيس زاوية حادة في مثلث قائم، لدينا : $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$

لأنه من أجل كل قيس زاوية حادة : $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$

أدمج تعلماتي

مساعدة أريس في إيجاد ارتفاع هذا المقام :



المستقيمان (CD) و (AB) متوازيان لأنها عموديان على نفس المستقيم (OA)

المثلثان OAB و OCD في وضعية طالس ينتج : $\frac{OC}{OA} = \frac{OD}{OB} = \frac{CD}{AB}$

وعليه : $\frac{2,45}{98} = \frac{2,30}{AB}$

وبالتالي : $AB = \frac{98 \times 2,30}{2,45} = 92$

وبالتالي ارتفاع مقام الشهيد هو $92m$.

تعيين قيس الزاوية x بالتدوير إلى الوحدة من الدرجة :

لدينا في المثلث OCD القائم في C : $\tan C\hat{O}D = \frac{CD}{OC}$

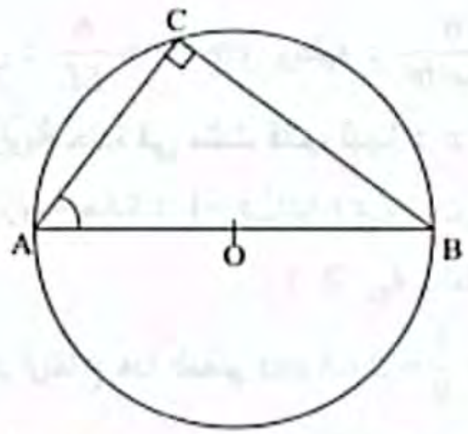
أي : $\tan x = \frac{2,3}{2,45}$

وعليه باستعمال الآلة الحاسبة وبالتدوير إلى الوحدة من الدرجة نجد : $x = 43°$

حلول التمارين | **صفحة 125 من الكتاب المدرسي**

أتعمق :

24 إنشاء الشكل :



1) المثلث ABC قائم في C لأن C نقطة من دائرة $[AB]$ قطر لها.

2) حساب أقياس زوايا المثلث ABC :

لدينا : $\cos \hat{A} = \frac{AC}{AB}$

وعليه : $\cos \hat{A} = \frac{3}{5} = 0,6$ باستعمال الآلة الحاسبة وبالتدوير إلى الوحدة نجد :

$\hat{A} = 53°$ وبما أن $\hat{C} = 90°$ فإن : $\hat{B} = 90° - \hat{A} = 37°$.

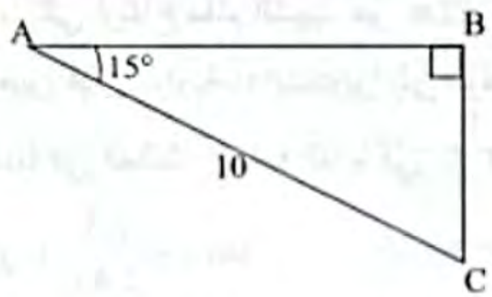
25 1) حساب قيس الزاوية $O\hat{A}B$:

لدينا: $OA = OB$ وعليه المثلث OAB متساوي الساقين

ولدينا: $A\hat{O}B = 180° - A\hat{O}D = 150°$

وعليه: $O\hat{A}B = \frac{180° - 150°}{2} = 15°$

2) حساب طول وعرض المستطيل:



حساب الطول AB :

لدينا في المثلث ABC القائم في B

$\cos B\hat{A}C = \frac{AB}{AC}$ وعليه: $\cos 15° = \frac{AB}{10}$

أي: $AB = 10 \times \cos 15°$ وبالتالي: $AB = 9,65$.

حساب العرض BC :

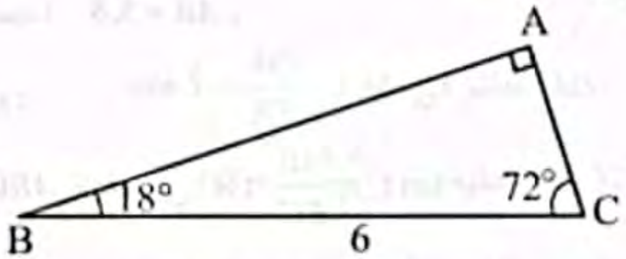
لدينا في المثلث ABC القائم في B : $\sin \hat{A} = \frac{BC}{AC}$

وعليه: $\sin 15° = \frac{BC}{10}$ أي: $BC = 10 \times \sin 15°$

وبالتالي: $BC = 2,59$.

26 1) إنجاز شكلاً مناسبًا :

بما أن $\hat{B} = 18°$ فإن $\hat{C} = 72°$



حساب AC :

لدينا في المثلث ABC القائم في A : $\sin \hat{B} = \frac{AC}{BC}$

أي: $\sin 18° = \frac{AC}{6}$ وعليه: $AC = 6 \times \sin 18°$

بالتدوير إلى $\frac{1}{10}$ نجد: $AC = 1,9$

2) حساب AB في كل حالة :

- بإستعمال $\cos \hat{B}$:

لدينا في المثلث ABC القائم في A : $\cos \hat{B} = \frac{AB}{BC}$

أي: $\cos 18° = \frac{AB}{6}$ وعليه: $AB = 6 \times \cos 18°$

بالتدوير إلى $\frac{1}{10}$ نجد: $AB = 5,7cm$

- باستعمال خاصية فيثاغورث :

لدينا في المثلث ABC القائم في A : $AB^2 + AC^2 = BC^2$

وعليه: $AB^2 = BC^2 - AC^2 = 6^2 - (1,9)^2$

أي: $AB^2 = 32,39$ وعليه: $AB = \sqrt{32,39}$

بالتدوير إلى $\frac{1}{10}$ نجد: $AB = 5,7$

- بإستعمال $\tan \hat{B}$:

لدينا في المثلث ABC القائم في A : $\tan \hat{B} = \frac{AC}{AB}$

وعليه: $\tan 18° = \frac{1,9}{AB}$ إذن: $AB = \frac{1,9}{\tan 18°}$

بالتدوير إلى $\frac{1}{10}$ نجد: $AB = 5,8$.

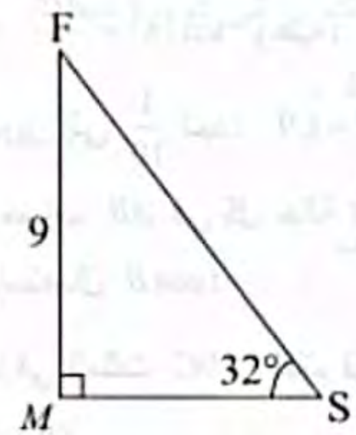
- بإستعمال $\sin \hat{C}$:

لدينا في المثلث ABC القائم في A : $\sin \hat{C} = \frac{AB}{BC}$

أي: $\sin 72° = \frac{AB}{6}$ وعليه: $AB = 6 \times \sin 72°$

بالتدوير إلى $\frac{1}{10}$ نجد: $AB = 5,7$.

27 1) حساب MS :



لدينا في المثلث MSF القائم في M :

$\tan M\hat{S}F = \frac{MF}{MS}$ أي: $\tan 32° = \frac{9}{MS}$

وعليه: $MS = \frac{9}{\tan 32°}$

بالتدوير إلى الجزء من 100 نجد: $MS = 14,4$

2) حساب SF في كل حالة :

- حساب $\sin \hat{S}$:

لدينا في المثلث MSF القائم في M : $\sin \hat{S} = \frac{MF}{FS}$

أي: $\sin 32° = \frac{9}{FS}$ وعليه: $FS = \frac{9}{\sin 32°}$

بتدوير النتيجة إلى $\frac{1}{10}$ نجد: $FS = 17$.

- بإستعمال خاصية فيثاغورث :

لدينا في المثلث MSF القائم في M حسب فيثاغورث :

$SF^2 = SM^2 + MF^2$ أي: $SF^2 = (14,4)^2 + (9)^2$

أي: $SF^2 = 288,36$

إذن: $SF = \sqrt{288,36}$

بالتدوير إلى الجزء من 10: $SF = 17$.

- بإستعمال $\cos \hat{S}$:

لدينا في المثلث MSF القائم في M : $\cos \hat{S} = \frac{MS}{FS}$

أي: $\cos 32° = \frac{14,4}{FS}$ وعليه: $FS = \frac{14,4}{\cos 32°}$

بالتدوير إلى $\frac{1}{10}$ نجد: $FS = 17$.

- بإستعمال $\cos \hat{F}$:

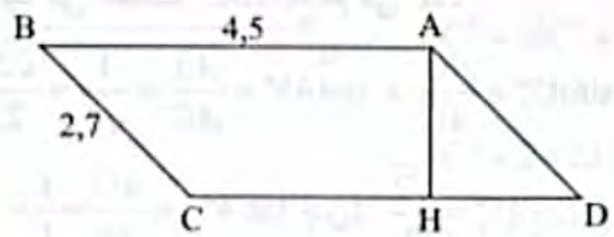
بما أن $\hat{S} = 32°$ فإن: $\hat{F} = 90° - 32° = 58°$

لدينا في المثلث MSF القائم في M : $\cos \hat{F} = \frac{MF}{FS}$

أي: $\cos 58° = \frac{9}{FS}$ وعليه: $FS = \frac{9}{\cos 58°}$

بالتدوير إلى $\frac{1}{10}$ نجد: $FS = 17$.

28 1) إنجاز شكلاً باليد الحرة :



2) حساب الارتفاع AH :

لدينا: $S_{ABCD} = CD \times AH$

وعليه: $AH = \frac{S_{ABCD}}{CD}$

أي: $AH = \frac{10,35}{4,5}$ ومنه: $AH = 2,3cm$

3) استنتاج قيسي الزاويتين $A\hat{D}C$ و $B\hat{C}D$:

لدينا في المثلث ADH القائم في H : $\sin A\hat{D}H = \frac{AH}{AD}$

أي: $\sin A\hat{D}H = \frac{2,3}{2,7}$.

باستعمال الآلة الحاسبة وبالتدوير إلى الوحدة نجد: $A\hat{D}H = 58°$

أي: $A\hat{D}C = 58°$

بما أن الزاويتان $A\hat{D}C$ و $B\hat{C}D$ متتاليتان متكاملتان فإن: $B\hat{C}D = 180° - A\hat{D}C$

أي: $B\hat{C}D = 180° - 58° = 122°$.

29 حساب ارتفاع النخلة :

لدينا انطلاقا من الشكل: $\tan 36° = \frac{h}{19}$

وعليه: $h = 19 \times \tan 36°$

بالتدوير إلى الجزء من عشرة نجد: $h = 13,8$

وبالتالي ارتفاع النخلة هو $13,8m$.

30

1) تبرير صحة المساواة $AC = \sqrt{2}$:

بتطبيق خاصية فيثاغورث على المثلث ABC القائم في B :

$AC^2 = AB^2 + BC^2$ أي: $AC^2 = 1^2 + 1^2$

وعليه: $AC^2 = 2$ إذن: $AC = \sqrt{2}$

2) استنتاج القيم المضبوطة لكل من $\cos 45°$ ، $\sin 45°$ ، $\tan 45°$:

لدينا في المثلث ABC القائم في B :

$\cos 45° = \frac{AB}{AC} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ، $\sin 45° = \frac{BC}{AC}$ ومنه: $\sin 45° = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\tan 45° = \frac{BC}{AB} = \frac{1}{1} = 1$ إذن: $\cos 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ، $\sin 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ، $\tan 45° = 1$

31 1) حساب القيمتين المضبوطتين لكل من AC و AD :

بتطبيق خاصية فيثاغورث على المثلث ABC القائم في B : $AC^2 = AB^2 + BC^2$

أي: $AC^2 = (3,15)^2 + (2,35)^2 = 15,445$

وعليه: $AC = \sqrt{15,445}$

بالتدوير إلى الوحدة نجد : $AC = 4$

بتطبيق خاصية فيثاغورث على المثلث ACD القائم في C نجد:

$AD^2 = AC^2 + CD^2$ وعليه: $AD^2 = 4^2 + (1,55)^2 = 18,4025$

أي: $AD = \sqrt{18,4025}$

بالتدوير إلى الوحدة نجد: $AD = 4$

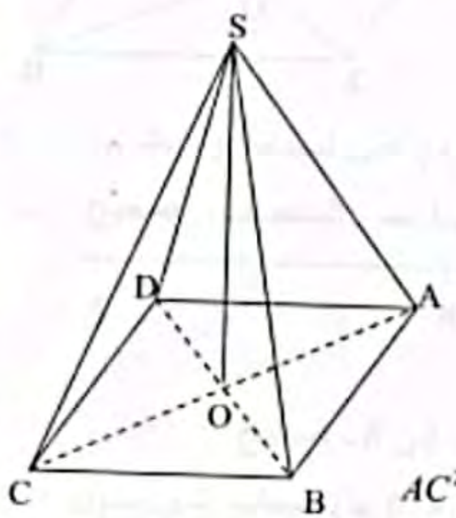
2) تعيين القيمة المضبوطة للعدد $\sin D\hat{A}C$:

لدينا في المثلث ADC القائم في C : $\sin D\hat{A}C = \frac{DC}{AD}$

إذن: $\sin D\hat{A}C = \frac{1,55}{4}$ أي: $\sin D\hat{A}C = 0,3875$

بالتدوير إلى الوحدة من الدرجة نجد: $D\hat{A}C = 23°$

32 حساب طول ارتفاع الهرم :



نسمي الهرم $SABCD$ حيث:

$ABCD$ هي القاعدة.

نضع O نقطة تقاطع قطري القاعدة.

حساب الطول AC :

المثلث ABC قائم في B بتطبيق خاصية فيثاغورث لدينا :

$AC^2 = BC^2 + AB^2$

$AC^2 = 231^2 + 231^2$

$AC^2 = 2 \times 231^2$

$AC = \sqrt{2 \times 231^2}$

$AC = 231\sqrt{2}$

ومنه بالتدوير إلى الوحدة نجد: $AC = 327m$.

حساب AO :

O منتصف $[AC]$ إذن : $AO=\frac{AC}{2}$ أي : $AO=\frac{327}{2}$

ومنه بالتدوير إلى الوحدة نجد : $AO=164m$.

حساب SO :

المثلث SAO قائم في O بتطبيق خاصية فيثاغورث لدينا :

$$SA^2=OA^2+SO^2$$
$$SO^2=SA^2-OA^2$$
$$SO^2=220^2-164^2$$
$$SO^2=48400-26896$$
$$SO^2=21504$$
$$SO=\sqrt{21504}$$

وبالتدوير إلى الوحدة نجد: $SO=147$

وبالتالي ارتفاع الهرم هو: $147m$.

11- الأشعة والانسحاب

صفحة 127 من الكتاب المدرسي

تحدّ:

بما أن سرعة السباح المحترف أكبر من سرعة التيار فإن السباح يتجه من A إلى B أي وفق الشعاع $\overrightarrow{AB}$.

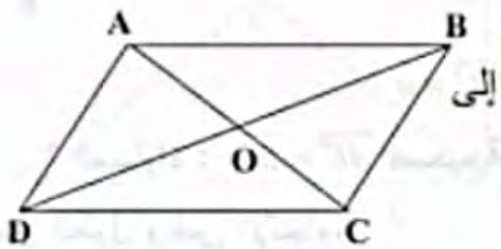
استعد:

صحيح أم خاطئ مع التبرير :

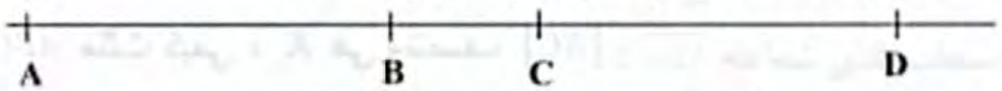
1) الرباعي $ABCD$ متوازي الأضلاع يعني قطراه $[AC]$ و $[BD]$ لهما نفس المنتصف. **صحيح**

2) في رباعي $ABCD$ ، لدينا (AB) و (CD) متوازيان. إذن $ABCD$ متوازي أضلاع. **خاطئ**

3) الرباعي $ABCD$ الآتي متوازي الأضلاع. إذن المثلثان ABC و ADC متناظران بالنسبة إلى النقطة O. **صحيح**



4) في الشكل أدناه، النقط A ، B ، C ، D تقع على استقامة واحدة. و $AC=BD$. إذن القطعتان $[AD]$ و $[BC]$ لهما نفس المنتصف. **صحيح**



5) $ABCD$ متوازي الأضلاع .

إذن C هي صورة D بالانسحاب الذي يحوّل A إلى B . **صحيح**

6) A ، B ، C ، D نقط حيث D هي صورة C بالانسحاب الذي يحوّل B إلى A .

إذن القطعتان $[AB]$ و $[CD]$ متقايستان. **صحيح**

7) الرباعي $MNPQ$ متوازي الأضلاع، I نقطة تقاطع قطريه $[MP]$ و $[NQ]$.

إذن: M هي نظيرة P بالنسبة إلى I . **صحيح**

N هي نظيرة Q بالنسبة إلى (MP). خاطئ لأن N نظيرة Q بالنسبة إلى I.

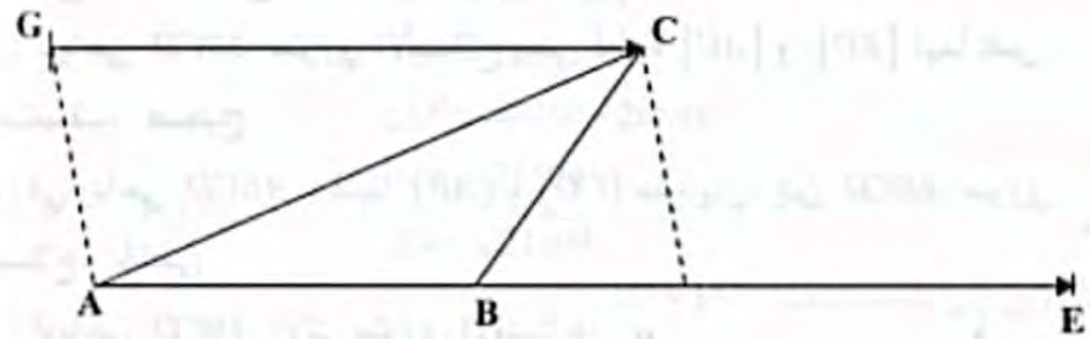
حلول التمارين | **صفحة 134 من الكتاب المدرسي**

أوظف تعلّماتي :

الأشعة والمساواة الشعاعية

1 1. نقل الشكل.

2. إنشاء الشعاعين $\overrightarrow{BE}$ و $\overrightarrow{GC}$ الممثلين للشعاع $\vec{u}$.



$\overrightarrow{BE}=\vec{u}$ ، $\overrightarrow{GC}=\vec{u}$

2 • المساواة : $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{BD}$ **صحيحة** لأن للشعاعين $\overrightarrow{BD}$ و $\overrightarrow{AC}$ نفس المنحى، نفس الطول ونفس الإتجاه.

• المساواة $\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{CF}$ صحيحة لأن للشعاعين $\overrightarrow{AE}$ و $\overrightarrow{CF}$ نفس المنحى، الإتجاه والطول.

3 ABC مثلث كيفي ، K هي منتصف $[BC]$.

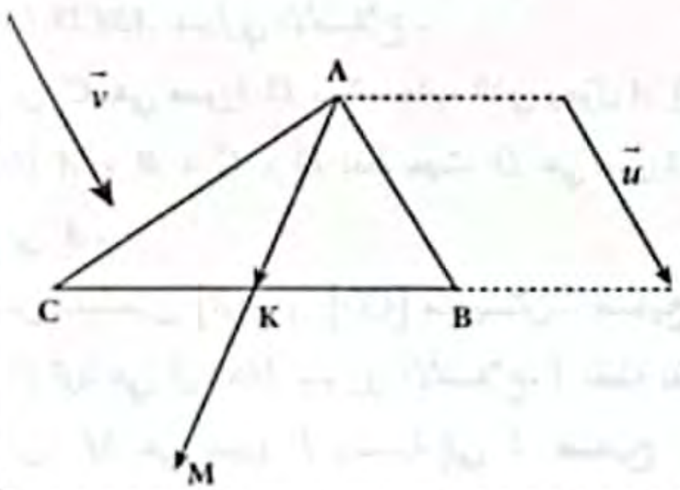
1) إنشاء ممثلين للشعاع $\overrightarrow{AB}$:

$\vec{u}$: ممثل للشعاع $\overrightarrow{AB}$.

$\vec{v}$: ممثل للشعاع $\overrightarrow{AB}$.

2) إنشاء الممثل الذي مبدؤه K للشعاع $\overrightarrow{AK}$:

$\overrightarrow{KM}$: ممثل للشعاع $\overrightarrow{AK}$.



4

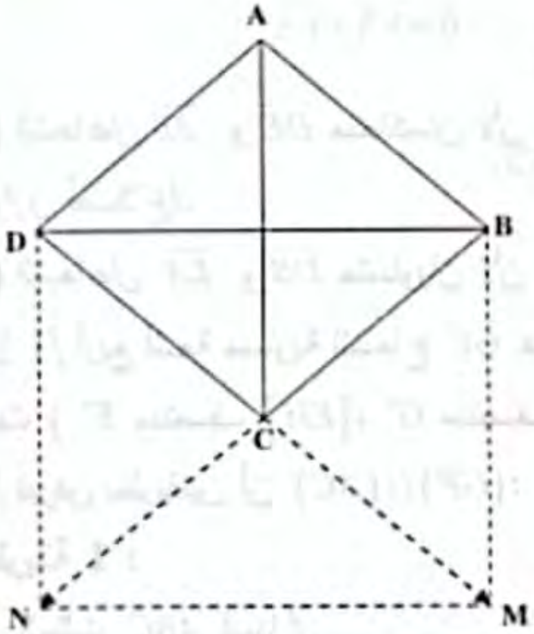
1) صورة R بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{EM}$ هي النقطة N.

2) ثلاثة أشعة مساوية للشعاع $\overrightarrow{SP}$ هي : $\overrightarrow{FQ}$ ، $\overrightarrow{QM}$ ، $\overrightarrow{PA}$

3) أشعة مساوية للشعاع $\overrightarrow{CM}$ هي : $\overrightarrow{EP}$ ، $\overrightarrow{QB}$ ، $\overrightarrow{SD}$ ، $\overrightarrow{PN}$ ، $\overrightarrow{RQ}$

5

1) إنشاء الشكل :



2) نوع الرباعي $BMND$:

الرباعي $BMND$ مستطيل

لأن قطراه متناصفان ومتقايسان.

3) شعاعين متساويين للشعاع $\overrightarrow{NC}$ هما:

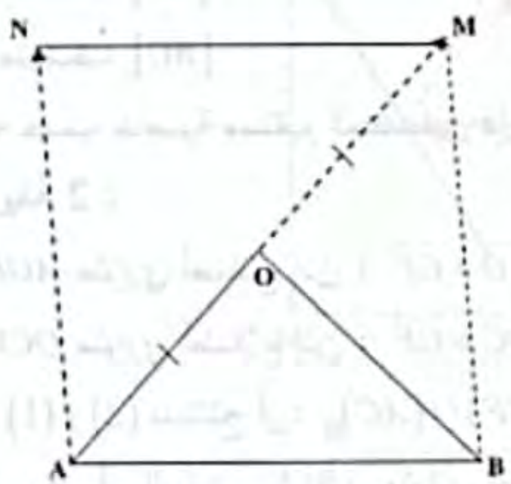
$\overrightarrow{CB}$ و $\overrightarrow{DA}$

الأشعة ومتوازي الأضلاع

6 OAB مثلث .

1) إنشاء النقطة M صورة O بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AO}$:

2) إنشاء النقطة N صورة A بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{BM}$:



3) نوع الرباعي $BMNA$:

الرباعي $BMNA$ متوازي أضلاع لأن N صورة A بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{BM}$ إذن : $\overrightarrow{AN}=\overrightarrow{BM}$.

7 1) إنشاء المثلث ABD .

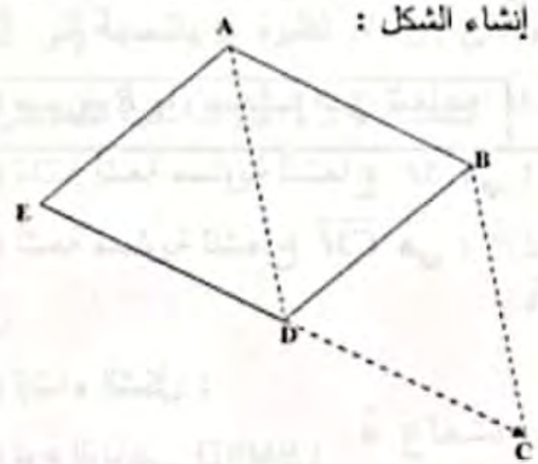
2) إنشاء النقطة C

حيث $ABCD$ متوازي الأضلاع.

3) إنشاء النقطة E

حيث $ABDE$ متوازي الأضلاع .

إنشاء الشكل :



4) الشعاعان $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{DE}$ متعاكسان لأن : $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{ED}$ متساويان ($ABDE$ متوازي أضلاع).

5) الشعاعان $\overrightarrow{EA}$ و $\overrightarrow{DB}$ متساويان لأن الرباعي $ABDE$ متوازي أضلاع.

8 1/ أربع أشعة مساوية للشعاع $\overrightarrow{GE}$ هي : $\overrightarrow{BO}$ ، $\overrightarrow{OD}$ ، $\overrightarrow{FH}$ ، $\overrightarrow{G'E'}$

حيث (E' منتصف $[EH]$، G' منتصف $[GF]$)

2/ نبرهن بطريقتين أن $(GF)//(AC)$:

الطريقة 1 :

في المثلث ABC لدينا :

G منتصف $[AB]$

F منتصف $[BC]$

ومنه حسب خاصية مستقيم المنتصفين فإن : $(GF)//(AC)$.

الطريقة 2 :

$AOFG$ متوازي أضلاع إذن : $\overrightarrow{AO}=\overrightarrow{GF}$.....(1)

$OCFG$ متوازي أضلاع إذن : $\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{GF}$.....(2)

من (1) و(2) نستنتج أن: $(GF)//(AC)$.

9 نبرهن أن الرباعي $ABFE$ متوازي أضلاع :

$ABCD$ مستطيل إذن : $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$.....(1)

$CDEF$ متوازي أضلاع إذن : $\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{EF}$.....(2)

من (1) و(2) نستنتج أن: $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{EF}$ وعليه الرباعي $ABFE$ متوازي أضلاع.

حلول التمارين | **صفحة 135 من الكتاب المدرسي**

مجموع شعاعين – علاقة شال

10 1) تعيين ممثل للشعاع في كل حالة :

$\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{EB}=\overrightarrow{EC}$ ، $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AF}=\overrightarrow{BF}$

$\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{DA}$ ، $\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{FA}=\vec{0}$

2/ ممثل مبدؤه C للشعاع $\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}$

لدينا : $\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{BA}$ إذن هو الشعاع $\overrightarrow{CF}$.

3) ممثل مبدؤه E للشعاع $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$

لدينا : $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AD}$

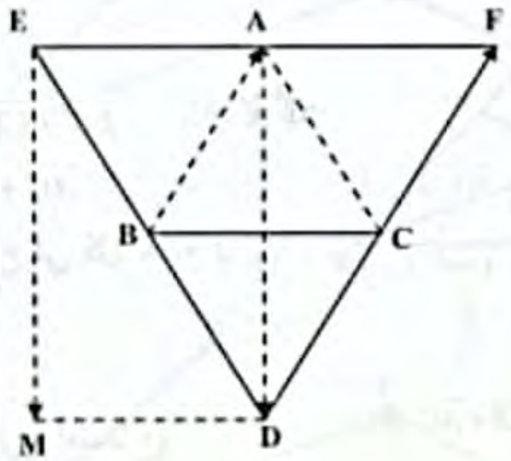
هو الشعاع $\overrightarrow{EM}$ (لاحظ الشكل).

4) ممثل مبدؤه A للشعاع $\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{CD}$

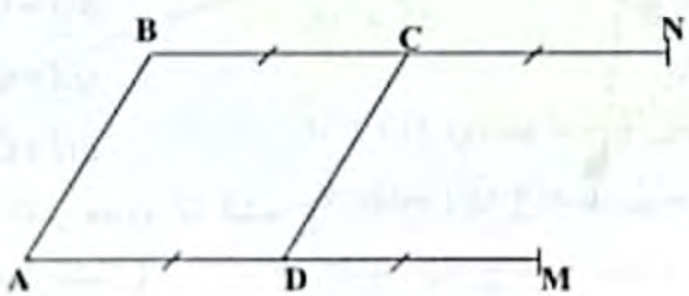
لدينا : $\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AD}$

إذن هو الشعاع $\overrightarrow{AD}$.

الشكل:



11 إنشاء الشكل:



1) صورة B بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{CD}$ متبوعا بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AM}$ هي النقطة M.

2) صورة N بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{MA}$ متبوعا بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{BC}$ هي النقطة C.

12 1) نبرهن أن $\overrightarrow{MO'} = \overrightarrow{ON}$:

لدينا : $B\hat{O}M = B\hat{O'}N$ متبادلتان داخليا متقايستان وعليه :

$(OM)//(O'N)$.....(1)

ولدينا $O'N = OM$....(2)

من (1) و(2) $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{NO'}$ إذن الرباعي $OMO'N$ متوازي أضلاع ومنه:

$\overrightarrow{MO'} = \overrightarrow{ON}$.

2) $MB = BN$ (قطرا متوازي الأضلاع متناصفان)

$\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{BN}$ لأن B منتصف $[MN]$.

3) $\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{BN} = \vec{0}$ الشعاعان $\overrightarrow{BM}$ و $\overrightarrow{BN}$ متعاكسان.

13 1) تبسيط الكتابات :

$\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{A'B} = \overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{CB'}$

$\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AA} = \overrightarrow{AC} + \vec{0} = \overrightarrow{AC}$

2) تعيين ممثلا للشعاع في كل حالة :

- $\overrightarrow{AC'} + \overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{AA'}$
- $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GM}$

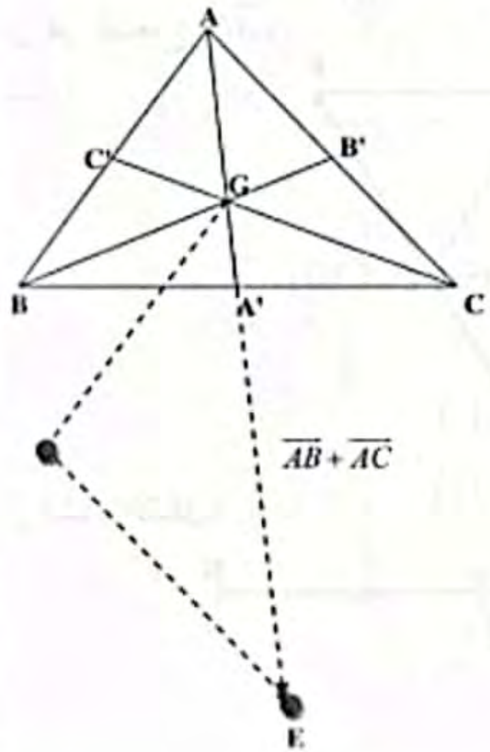
(حيث $AGCM$ متوازي أضلاع)

تصبح لدينا $\overrightarrow{BG} = \overrightarrow{GM}$

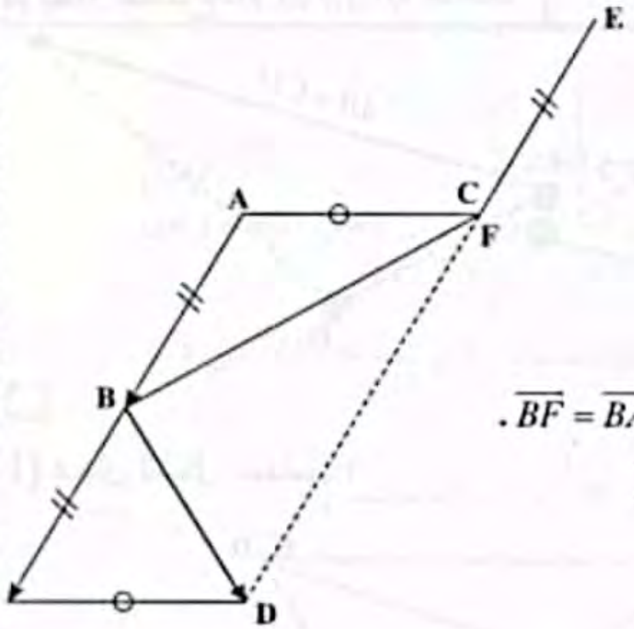
إذن : $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{BG}$

- $\overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG} = \overrightarrow{GA}$

3) إنشاء الممثل الذي مبدؤه G للشعاع $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$: (لاحظ الشكل)



14



1) إنشاء النقطة D

حيث: $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

2) إنشاء النقطة E

حيث: $\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}$.

$\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}$ ومنه: $\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{BA}$

3) إنشاء النقطة F حيث: $\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}$.

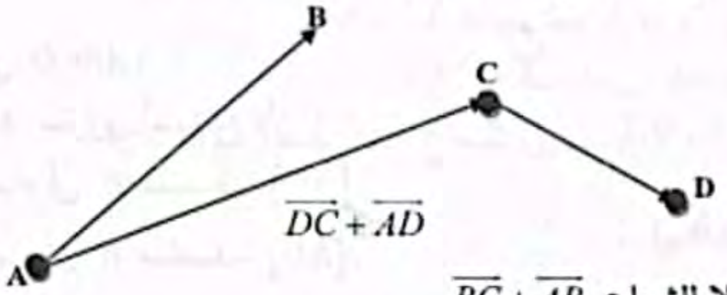
$\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}$ ومنه: $\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{BC}$

إذن : F تنطبق على C .

15

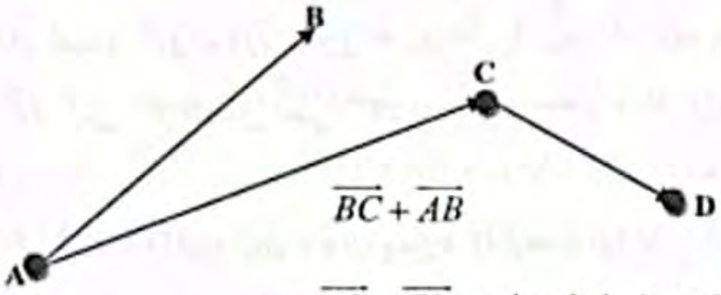
1) إنشاء ممثلا للشعاع $\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AD}$

$\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC}$ ومنه : $\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$



2) إنشاء ممثلا للشعاع $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ ومنه : $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$

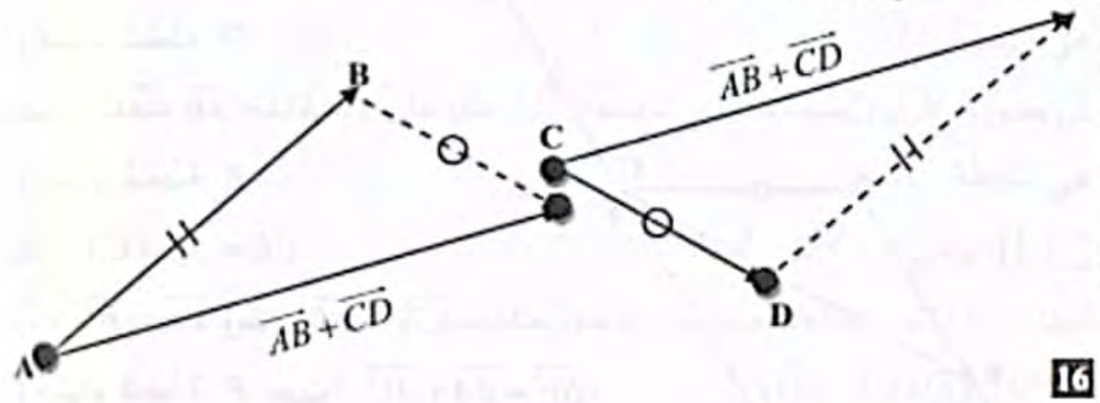


3) إنشاء بطريقتين شعاعا يساوي $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$

طريقة1: إنشاء مثيل الشعاع $\overrightarrow{CD}$ مبدؤه B.

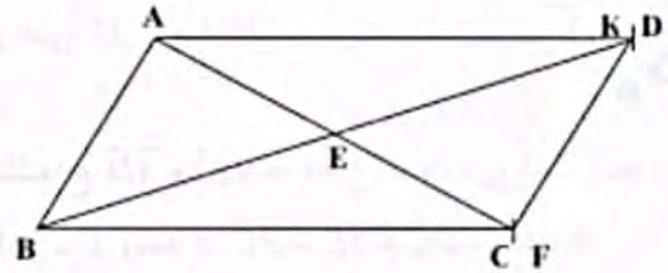
الطريقة 2: إنشاء مثيل الشعاع $\overrightarrow{AB}$ مبدؤه D.

ثم تمثيل مجموع $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}$.



16

1) إنجاز الشكل المناسب:



2) نوع الرباعي $ABCD$:

الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع لأن :

$\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{EC}$ معناه أن E منتصف $[AC]$.

$\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{ED}$ معناه أن E منتصف $[BD]$.

إذن القطران متناصفان.

3) تعيين النقطة F :

$\overrightarrow{AF}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$ لدينا: $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}$

ومنه : $\overrightarrow{AF}=\overrightarrow{AC}$ إذن F تنطبق على C.

نعين النقطة K :

$\overrightarrow{BK}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}$ لدينا: $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{BD}$ ومن: $\overrightarrow{BK}=\overrightarrow{BD}$

إذن K تنطبق على D.

أوكد تعلّماتي :

اختيار الإجابة أو الإجابات الصحيحة مع التبرير:

1) على الشكل المقابل الشعاعان اللذان لهما نفس المنحى ونفس الاتجاه ونفس الطول هما: $\overrightarrow{EF}$ و $\overrightarrow{GH}$.

2) إذا كانت النقطة T هي صورة S بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AB}$ فإن : $\overrightarrow{ST}=\overrightarrow{AB}$.

3) في الشكل المقابل لدينا: الشعاعان $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CD}$ متعاكسان.

4) A ، B ، C ثلاث نقط.

ممثل الشعاع $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$ هو $\overrightarrow{AE}$.

5) ABC مثلث قائم في A حيث: $AB=4$ و $AC=3$.

طول الشعاع $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$ هو 5.

6) A ، B ، C ثلاث نقط حيث: $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CA}$.

إذن B و C متناظرتان بالنسبة إلى A .

7) الشعاع $\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{NP}$ يساوي الشعاع $\overrightarrow{MP}$ حسب علاقة شال.

أدمج تعلّماتي :

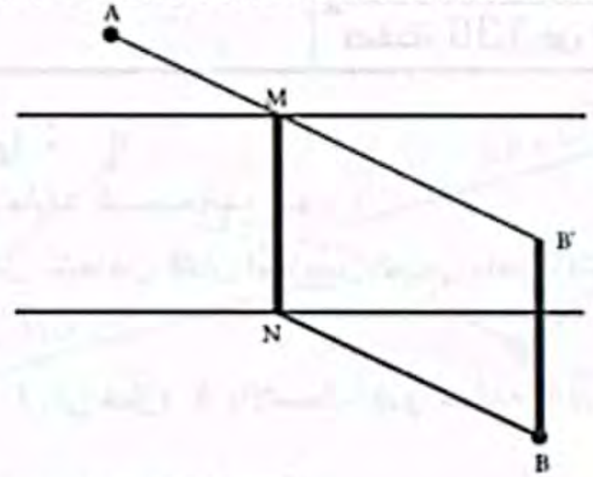
بما أن المسلك $[MN]$ ثابت والمستقيم (MN) عمودي على حافتي الطريق فإن المسلك من A إلى B مرورا بالممر $[MN]$ أقصر ما يمكن إذا كان المسلك من A إلى M ثم من N إلى B أقصر ما يمكن.

نسمي B' صورة B بالإنسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{NM}$ حيث: $MN=B'B$

و $MB'=NB$ مع: $AM+NB=AM+MB'$.

حتى يكون $AM+NB$ أقصر ما يمكن يجب أن يكون $AM+MB'$ أقصر ما يمكن وعليه النقط A ، M ، B' ، تقع على إستقامة واحدة.

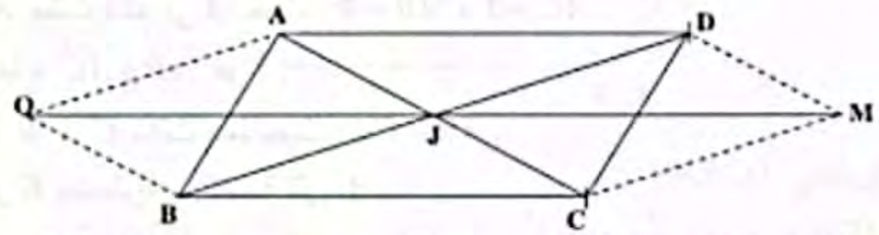
إذن النقطة M هي نقطة تقاطع $[AB']$ مع حافة الطريق حيث B' صورة B بالإنسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{NM}$.



حاول التمارين | صفحة 137 من الكتاب المدرسي

أتعمق :

17 1) إنشاء الشكل:



2) نبين أن J منتصف $[OM]$:

$\overrightarrow{JO}=\overrightarrow{JA}+\overrightarrow{JB}$ إذن الرباعي $AJBO$ متوازي أضلاع حيث: $JB=OA$

و $JA=BO$

وكذلك : $\overrightarrow{JM}+\overrightarrow{JC}+\overrightarrow{JD}$ إذن الرباعي $JCMD$ متوازي أضلاع إذن: $JD=CM$

و $JC=DM$ وبما أن: $JA=JC$ و $JB=JD$ فإن قطرا متوازيا الأضلاع لها نفس القيس أي : $JO=JM$ والنقط O ; J ; M على إستقامة واحدة.

ومنه: J منتصف $[MO]$.

3) نبين أن $\overrightarrow{JG}=\overrightarrow{DA}=\overrightarrow{CB}$:

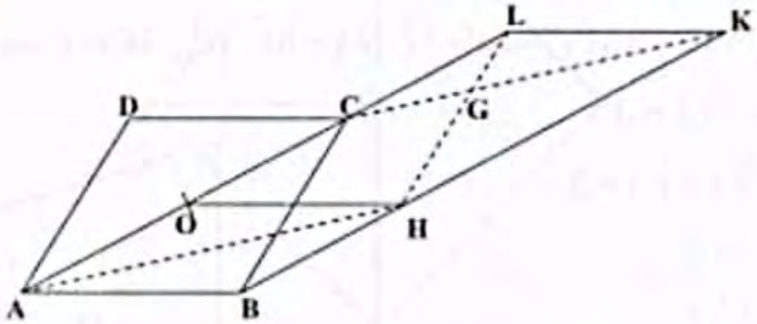
لدينا $ABCD$ متوازي أضلاع إذن : $\overrightarrow{DA}=\overrightarrow{CB}$.....(1)

ولدينا : $\overrightarrow{JO}=\overrightarrow{JA}+\overrightarrow{JB}$ ومنه : $\overrightarrow{JO}=\overrightarrow{JA}+\overrightarrow{JC}+\overrightarrow{CB}$ ، $\overrightarrow{JA}+\overrightarrow{JC}=\vec{0}$ (لأن J منتصف $[AC]$).

إذن : $\overrightarrow{JO}=\overrightarrow{CB}$.....(2)

من (1) و(2) نستنتج أن : $\overrightarrow{JO}=\overrightarrow{DA}=\overrightarrow{CB}$ وهو المطلوب

18 1) إنشاء الشكل:



$\overrightarrow{CK}=\overrightarrow{AO}+\overrightarrow{AB}$ لدينا : $\overrightarrow{AO}+\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AH}$ إذن : $\overrightarrow{CK}=\overrightarrow{AH}$

2) نبرهن أن $\overrightarrow{HK}=\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{AC}$:

لدينا: $\overrightarrow{AH}=\overrightarrow{CK}$ إذن الرباعي $CKHA$ متوازي أضلاع إذن: $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{HK}$.....(1)

ولدينا: $\overrightarrow{AO}=\overrightarrow{OC}$ (O منتصف $[AC]$) و $\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{CL}$

إذن: $\overrightarrow{AO}+\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{CL}$ وعليه : $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{OL}$.....(2)

من (1) و(2) نستنتج أن : $\overrightarrow{HK}=\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{AE}$

3) طبيعة الرباعي $OHKL$:

مما سبق : $\overrightarrow{HK}=\overrightarrow{OL}$ إذن الرباعي $OHKL$ متوازي أضلاع.

4) نبرهن أن G مركز ثقل المثلث OKL :

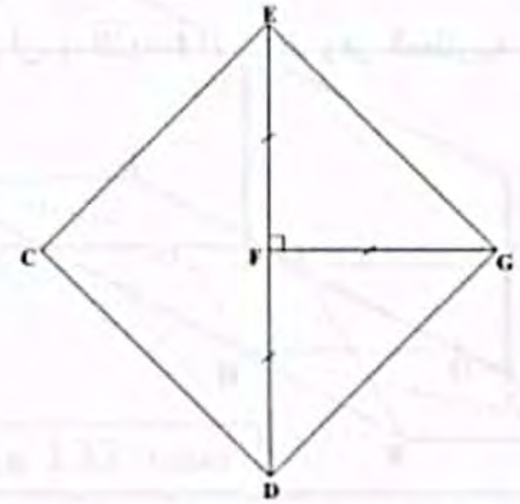
لدينا : $\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{CL}$ إذن : C منتصف $[OL]$ وعليه : (CK) هو متوسط متعلق بالضلع $[OL]$ في المثلث OKC.

لدينا : $OHKL$ متوازي أضلاع إذن قطراه متناصفان. وعليه فإن (HL) يشمل منتصف $[OK]$.

إذن (HL) هو متوسط متعلق بالضلع في المثلث OKL.

إذن النقطة G هي نقطة تقاطع المتوسطات في المثلث OKL إذن هي مركز ثقل له.

19 1) إنشاء الشكل :



3) نبين أن الرباعي $EGDC$ مربع :

لدينا : C صورة E بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{ED}$ إذن $EGDC$ متوازي أضلاع.

ولدينا: $\hat{F}$ زاوية قائمة، و $EF = FG$ و F منتصف $[ED]$ إذن القطران متقايسان ومتعامدان وعليه فالرباعي $EGDC$ مربع.

حساب مساحة المربع :

لدينا: $S = EG^2$

حساب EG^2 : المثلث EFG قائم ومنه حسب خاصية فيثاغورث لدينا:

$EG^2 = FG^2 + FE^2$ ومنه : $EG^2 = 4^2 + 4^2$ ومنه : $EG^2 = 32$

ومنه : $S = 32cm^2$.

4) إثبات أن $\vec{U} = \overrightarrow{ED}$:

لدينا: $\vec{U} = \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{FG}$

حسب علاقة شال: $\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FG} = \overrightarrow{EG}$

وعليه: $\vec{U} = \overrightarrow{EG} + \overrightarrow{EC}$

بما أن الرباعي $EGDC$ متوازي أضلاع فإن: $\overrightarrow{EG} + \overrightarrow{EC} = \overrightarrow{ED}$

وعليه: $\vec{U} = \overrightarrow{ED}$.

20 1) نبين أن $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{DE}$:

$ABCD$ متوازي أضلاع إذن : $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$.....(1)

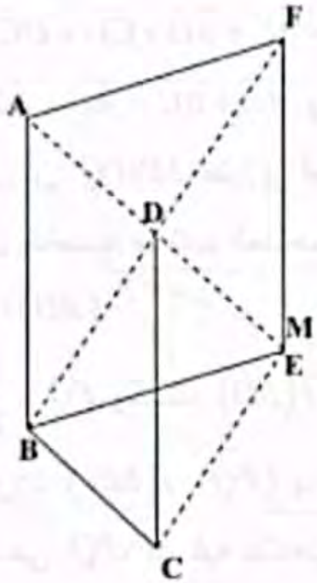
$ABEF$ متوازي أضلاع وعليه قطراه متناصفان إذن: D منتصف $[AE]$

وبالتالي : $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DE}$.....(2)

من (1) و(2) نستنتج أن : $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{DE}$

2) نبسط الكتابة $\overrightarrow{CE} + \overrightarrow{FE}$:

$\overrightarrow{FE} = \overrightarrow{AB}$ ($ABEF$ متوازي أضلاع) و $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ (لأن $ABCD$ متوازي أضلاع) إذن: $\overrightarrow{FE} = \overrightarrow{DC}$



$\overrightarrow{CE} + \overrightarrow{FE} = \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{DC}$

إذن : $= \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CE}$

$= \overrightarrow{DE}$

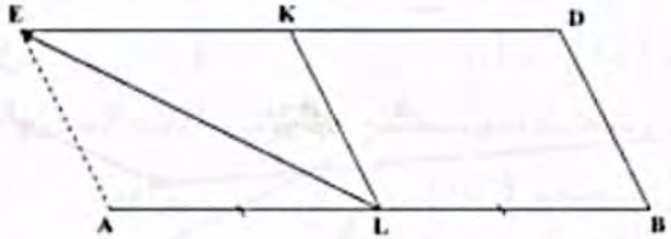
ومنه : $\overrightarrow{CE} + \overrightarrow{FE} = \overrightarrow{DE}$

3) تعيين النقطة M :

$\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{DM} + \overrightarrow{CM}$ معناه أن الرباعي $ABCM$ متوازي أضلاع.

النقطة M منطبقة على E .

21 إنجاز الشكل:



إثبات أن K منتصف $[ED]$:

لدينا : $BLKD$ متوازي أضلاع إذن : $\overrightarrow{LB} = \overrightarrow{KD}$.....(1)

ولدينا : $\overrightarrow{LE} = \overrightarrow{LA} + \overrightarrow{LK}$ إذن الرباعي $ALKE$ متوازي أضلاع

وعليه : $\overrightarrow{AL} = \overrightarrow{EK}$.....(2)

بما أن L منتصف $\overrightarrow{AB}$ إذن : $\overrightarrow{LB} = \overrightarrow{AC}$.....(3)

من (1) و(2) و(3) نستنتج أن : $\overrightarrow{AL} = \overrightarrow{LB} = \overrightarrow{KD} = \overrightarrow{EK}$

إذن : $\overrightarrow{EK} = \overrightarrow{KD}$ وعليه K منتصف $[ED]$.

22 1) نبين أن $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}$

$\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}=\left(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CD}\right)+\left(\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{DC}\right)$

ومنه : $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{DC}$

ومنه : $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{DC}$

ومنه : $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DC}$ وبما أن : $\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DC}=\vec{0}$

فإن : $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}$ وهو المطلوب.

2) نبرهن أن $MNPQ$ متوازي أضلاع :

باستعمال خاصية مستقيم المنتصفين في المثلثين BDC و ABD فإننا نجد

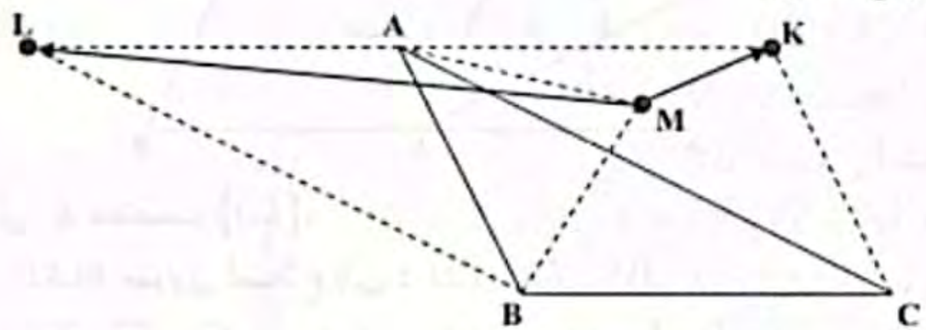
$(BD)//(PQ)$

و $PQ=\frac{1}{2}BD$ وكذلك $(MN)//(BD)$ و $MN=\frac{1}{2}BD$

وعليه فإن : $(PQ)//(MN)$ و $MN=PQ$

إذن الرباعي $MNPQ$ فيه ضلعان متقابلان متقايسان وحاملاهما متوازيان إذن فهو متوازي أضلاع.

23 إنجاز الشكل:



نبين أن A منتصف $[KL]$:

لدينا : $\overrightarrow{MK}=\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{BC}$ ومنه : $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AK}=\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{BC}$ (علاقة شال).

ومنه : $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AK}-\overrightarrow{MA}=\overrightarrow{BC}$

ومنه : $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{AK}=\overrightarrow{BC}$

وعليه : $\overrightarrow{AK}=\overrightarrow{BC}$.....(1)

ولدينا كذلك : $\overrightarrow{ML}=\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{CA}$ ومنه : $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AL}=\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CA}$

ومنه : $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AL}-\overrightarrow{MA}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CA}$

ومنه : $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{AL}=\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AB}$

ومنه : $\vec{0}+\overrightarrow{AL}=\overrightarrow{CB}$ إذن : $\overrightarrow{AL}=\overrightarrow{CB}$

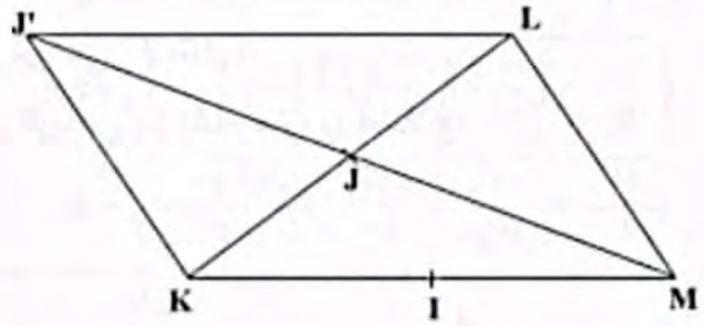
ومنه : $-\overrightarrow{AL}=-\overrightarrow{CB}$

وعليه : $\overrightarrow{LA}=\overrightarrow{BC}$.....(2)

من (1) و(2) نستنتج أن : $\overrightarrow{LA}=\overrightarrow{AK}$

وعليه فإن : A منتصف $[KL]$ وهو المطلوب.

24 إنجاز الشكل:



نبين أن $\overrightarrow{KM}+\overrightarrow{KJ'}=\overrightarrow{KL}$:

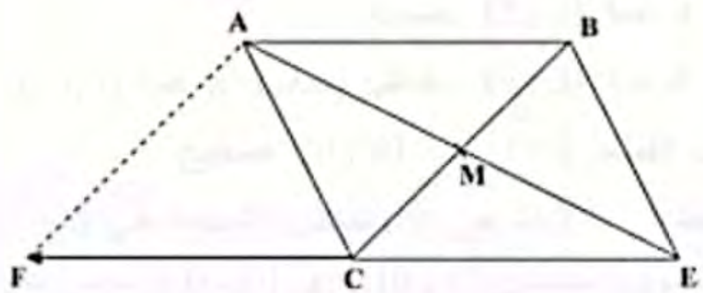
لدينا J منتصف $[KL]$.....(1)

و J' صورة J بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{MJ}$ إذن $\overrightarrow{MJ}=\overrightarrow{JJ'}$

وعليه فإن J هي منتصف $[MJ']$.....(2)

من (1) و(2) فإن $[KL]$ و $[MJ']$ متناصفان وعليه فالرباعي $KMLJ'$ متوازي أضلاع إذن : $\overrightarrow{KM}+\overrightarrow{KJ'}=\overrightarrow{KL}$

25 إنجاز الشكل:



إثبات أن $\overrightarrow{EC}=\overrightarrow{BA}$:

لدينا : M منتصف $[BC]$.....(1)

و E نظيرة A بالنسبة إلى M إذن M منتصف $[AE]$.....(2)

وعليه القطران $[AE]$ و $[BC]$ متناصفان.

إذن الرباعي $ABEC$ متوازي أضلاع وبالتالي: $\overrightarrow{EC}=\overrightarrow{BA}$.

3) نبين أن C هي منتصف $[EF]$:

لدينا : F صورة C بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{BA}$ إذن : $\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{CF}$.....(1)

ومما سبق : $\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{EC}$.....(2)

من (1) و(2) نستنتج أن : $\overrightarrow{EC}=\overrightarrow{CF}$ وعليه C منتصف $[EF]$.

• استنتاج نوع الرباعي $ABCF$:

$\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{CF}$ إذن الرباعي $ABFC$ متوازي أضلاع.

12- الأشعة في معلم

صفحة 139 من الكتاب المدرسي

تحدّ:

حساب القيمة المضبوطة للطول AB :

$$AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$$

$$AB=\sqrt{\left(-4-\frac{2}{3}\right)^2+\left(\frac{7}{3}-(-2)\right)^2}$$

$$AB=\sqrt{\left(\frac{-12-2}{3}\right)^2+\left(\frac{7+6}{3}\right)^2}$$

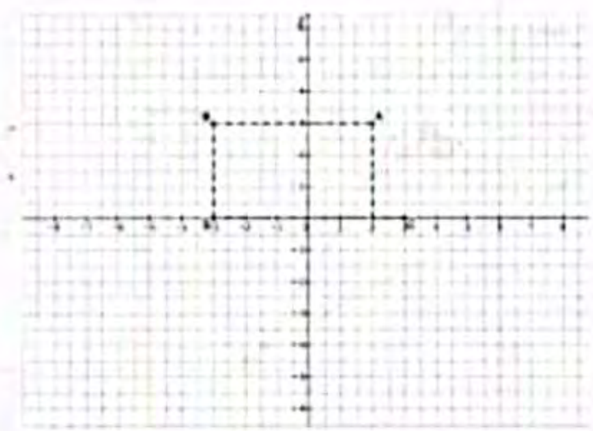
$$AB=\sqrt{\left(\frac{-14}{3}\right)^2+\left(\frac{13}{3}\right)^2}=\sqrt{\left(\frac{196}{9}\right)+\left(\frac{169}{9}\right)}$$

$$AB=\sqrt{\frac{196+169}{9}}=\sqrt{\frac{365}{9}}=\frac{\sqrt{365}}{\sqrt{9}}=\frac{\sqrt{365}}{3}$$

أستعد:

أصحيح أم خاطئ مع التبرير :

1) في المعلم الآتي:



إحداثيتا النقطة A هما $(2\ ;\ 3)$.**صحيح**

إحداثيتا النقطة B هما $(3\ ;\ 3)$. **خاطئ** إحداثيتا B هما $(-3;3)$

إحداثيتا منتصف القطعة $[DC]$ هما $(0\ ;\ 0)$. **صحيح**

المسافة بين النقطتين C و D هي 0 . **خاطئ**. المسافة هي 6.

2) في معلم للمستوي، النقطتان $M(0\ ;\ 1)$ و $N(1\ ;\ 0)$ تقعان على محور الفواصل. **خاطئ**. تقع M على محور التراتيب و N على محور الفواصل.

3) $ABCD$ متوازي أضلاع، إذن: $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$. **صحيح**

4) $ABCD$ متوازي أضلاع، إذن الانسحاب الذي يحول D إلى C يحوّل أيضا A إلى B . **صحيح**

5) M و N نقطتان. J منتصف القطعة $[MN]$، إذن: $\overrightarrow{MJ}=\overrightarrow{JN}$. **صحيح**

6) $ABCD$ متوازي أضلاع، إذن: $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$. **صحيح**

حلول التمارين | **صفحة 146 من الكتاب المدرسي**

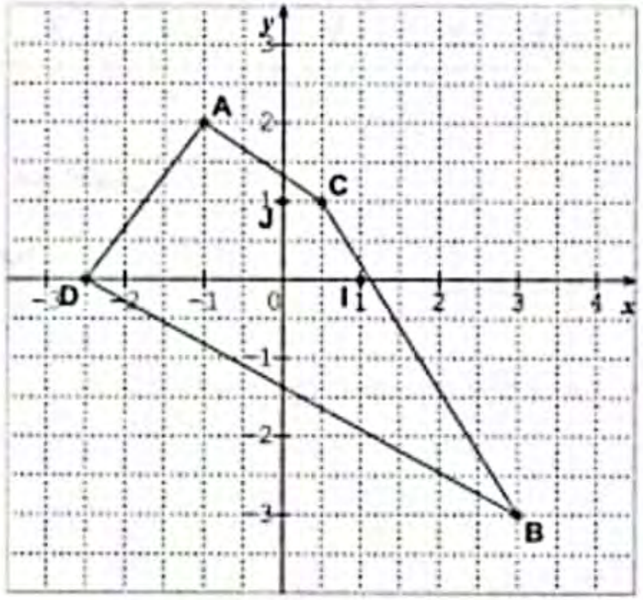
أوظف تعلّماتي :

إحداثيتا نقطة – مركبتا شعاع

1 1. رسم معلم متعامد ومتجانس في المستوي.

2. تعليم النقط A ، B ، C ، D.

3. إنشاء الرباعي $ABCD$.



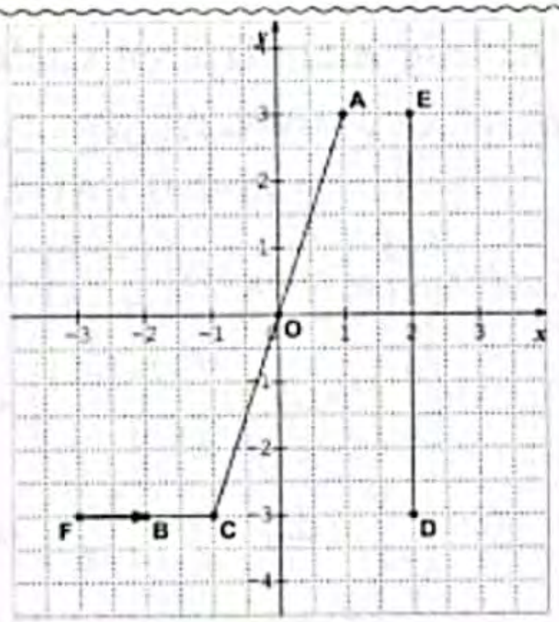
2 1) تحديد إحداثيتا النقط بيانيا :

$A(3;3)$ ، $B(-3;3)$ ، $C(0;2)$ ، $D(7;-2)$ ، $E(-2;-2)$ ، $F(0;-2)$

2) إيجاد مركبتي الأشعة :

$\overrightarrow{OA}\begin{pmatrix}3\\3\end{pmatrix}$ ، $\overrightarrow{OB}\begin{pmatrix}-3\\3\end{pmatrix}$ ، $\overrightarrow{OC}\begin{pmatrix}0\\2\end{pmatrix}$ ، $\overrightarrow{OD}\begin{pmatrix}7\\-2\end{pmatrix}$ ، $\overrightarrow{OE}\begin{pmatrix}-2\\-2\end{pmatrix}$ ، $\overrightarrow{OF}\begin{pmatrix}0\\-2\end{pmatrix}$

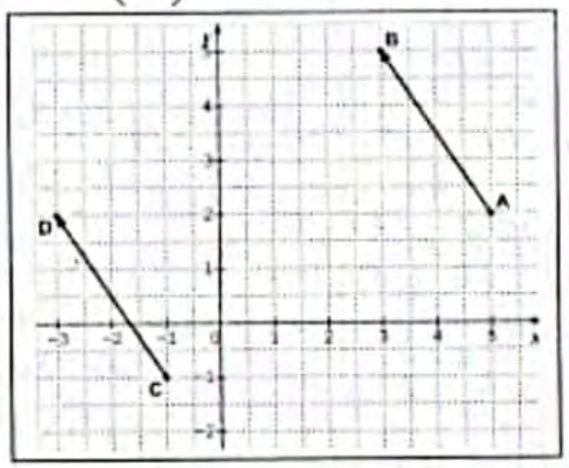
3 1. تعليم النقطتين A ، B :



2. تعيين النقط E ، F ، C ، D :

$E(2;3)$ ، $D(2;-3)$ ، $C(-1;-3)$ ، $F(-3;-3)$

4 تمثيل في معلم لمستو ثنائيتين نقطيتين تمثل كل منهما الشعاع $\vec{u}\begin{pmatrix}-2\\3\end{pmatrix}$.



$\overrightarrow{AB}=\vec{u}$

$\overrightarrow{CD}=\vec{u}$

$A(5;2)$ ، $B(3;5)$

$C(-1;-1)$ ، $D(-3;2)$

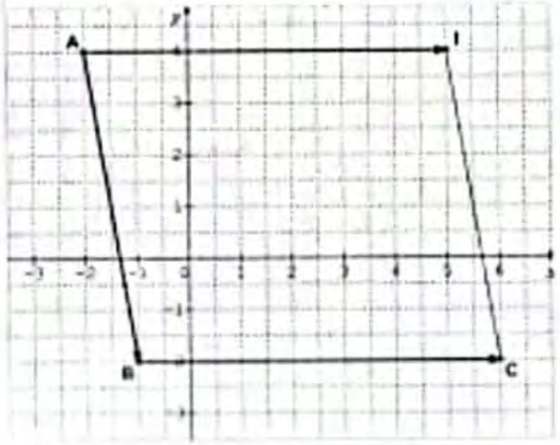
5

1) تعيين مركبتي $\overrightarrow{AB}$:

بقراءة بيانية $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1\\-6\end{pmatrix}$

2) تعيين النقطة I حيث: $\overrightarrow{AI}=\overrightarrow{BC}$

3) الرباعي $AICB$ متوازي أضلاع.



مركبتا شعاع علمت إحداثيتا مبدئه ونهايته :

6 تعيين مركبتي كل شعاع من الأشعة $\overrightarrow{MN}$ ، $\overrightarrow{NP}$ ، $\overrightarrow{MP}$ في كل حالة :

1) $M(1;6)$ ، $N(-2;-6)$ ، $P(-2;4)$

$\overrightarrow{MN}\begin{pmatrix}x_N-x_M\\y_N-y_M\end{pmatrix}$ ومنه $\overrightarrow{MN}\begin{pmatrix}-2-1\\-6-6\end{pmatrix}$ ومنه: $\overrightarrow{MN}\begin{pmatrix}-3\\-12\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{NP}\begin{pmatrix}x_P-x_N\\y_P-y_N\end{pmatrix}$ ومنه $\overrightarrow{NP}\begin{pmatrix}-2-(-2)\\4-(-6)\end{pmatrix}$ ومنه: $\overrightarrow{NP}\begin{pmatrix}0\\10\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{MP}\begin{pmatrix}x_P-x_M\\y_P-y_M\end{pmatrix}$ ومنه $\overrightarrow{MP}\begin{pmatrix}-2-1\\4-6\end{pmatrix}$ ومنه: $\overrightarrow{MP}\begin{pmatrix}-3\\-2\end{pmatrix}$

2) $M\left(-1;\frac{1}{2}\right)$ ، $N\left(\frac{1}{2};\frac{13}{3}\right)$ ، $P(0;4)$

$\overrightarrow{MN}\begin{pmatrix}x_N-x_M\\y_N-y_M\end{pmatrix}$ ومنه: $\overrightarrow{MN}\begin{pmatrix}\frac{1}{2}-(-1)\\\frac{13}{3}-\frac{1}{2}\end{pmatrix}$ ومنه: $\overrightarrow{MN}\begin{pmatrix}\frac{3}{2}\\\frac{23}{6}\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{NP}\begin{pmatrix}x_P-x_N\\y_P-y_N\end{pmatrix}$ ومنه: $\overrightarrow{NP}\begin{pmatrix}0-\frac{1}{2}\\4-\frac{13}{3}\end{pmatrix}$ ومنه: $\overrightarrow{NP}\begin{pmatrix}\frac{-1}{2}\\\frac{-1}{3}\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{MP}\begin{pmatrix}x_P-x_M\\y_P-y_M\end{pmatrix}$ ومنه: $\overrightarrow{MP}\begin{pmatrix}0-(-1)\\4-\frac{1}{2}\end{pmatrix}$ ومنه: $\overrightarrow{MP}\begin{pmatrix}1\\\frac{7}{2}\end{pmatrix}$

3) $M\left(\frac{3}{2};\frac{1}{2}\right)$ ، $N\left(\frac{1}{4};\frac{5}{6}\right)$ ، $P(-4;7)$

$\overrightarrow{MN}\begin{pmatrix}\frac{1}{4}-\frac{3}{2}\\\frac{5}{6}-\frac{1}{2}\end{pmatrix}$ ومنه $\overrightarrow{MN}\begin{pmatrix}\frac{1}{4}-\frac{6}{4}\\\frac{5}{6}-\frac{3}{6}\end{pmatrix}$ ومنه: $\overrightarrow{MN}\begin{pmatrix}\frac{-5}{4}\\\frac{1}{3}\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{NP}\begin{pmatrix}-4-\frac{1}{4}\\7-\frac{5}{6}\end{pmatrix}$ ومنه $\overrightarrow{NP}\begin{pmatrix}\frac{-16-1}{4}\\\frac{42-5}{6}\end{pmatrix}$ ومنه: $\overrightarrow{NP}\begin{pmatrix}\frac{-17}{4}\\\frac{37}{6}\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{MP}\begin{pmatrix}-4-\frac{3}{2}\\7-\frac{1}{2}\end{pmatrix}$ ومنه $\overrightarrow{MP}\begin{pmatrix}\frac{-8-3}{2}\\\frac{14-1}{2}\end{pmatrix}$ ومنه: $\overrightarrow{MP}\begin{pmatrix}\frac{-11}{2}\\\frac{13}{2}\end{pmatrix}$

4) $M\left(\sqrt{3};2\right)$ ، $N\left(6;\sqrt{3}\right)$ ، $P\left(\frac{\sqrt{3}}{3};4\right)$

$\overrightarrow{MN}\begin{pmatrix}6-\sqrt{3}\\\sqrt{3}-2\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{NP}\begin{pmatrix}\frac{\sqrt{3}}{3}-6\\4-\sqrt{3}\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{MP}\begin{pmatrix}\frac{\sqrt{3}}{3}-\sqrt{3}\\4-2\end{pmatrix}$ ومنه : $\overrightarrow{MP}\begin{pmatrix}\frac{2\sqrt{3}}{3}\\2\end{pmatrix}$

7 1) إيجاد مركبتي $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{BA}$:

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}x_B-x_A\\y_B-y_A\end{pmatrix}$ ومنه : $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-3,5-1,5\\-2,5-(-6)\end{pmatrix}$ ومنه : $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-5\\3,5\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{BA}\begin{pmatrix}x_A-x_B\\y_A-y_B\end{pmatrix}$ ومنه : $\overrightarrow{BA}\begin{pmatrix}1,5-(-3,5)\\-6-(-2,5)\end{pmatrix}$ ومنه : $\overrightarrow{BA}\begin{pmatrix}5\\-3,5\end{pmatrix}$

نلاحظ أن المركبتان متعاكستان.

2) إيجاد مركبتي $\overrightarrow{OA}$ و $\overrightarrow{OB}$:

$\overrightarrow{OA}\begin{pmatrix}x_A-x_O\\y_A-y_O\end{pmatrix}$ ومنه $\overrightarrow{OA}\begin{pmatrix}1,5-0\\-6-0\end{pmatrix}$ ومنه $\overrightarrow{OA}\begin{pmatrix}1,5\\-6\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{OB}\begin{pmatrix}x_B-x_O\\y_B-y_O\end{pmatrix}$ ومنه $\overrightarrow{OB}\begin{pmatrix}-3,5-0\\-2,5-0\end{pmatrix}$ ومنه $\overrightarrow{OB}\begin{pmatrix}-3,5\\-2,5\end{pmatrix}$

نلاحظ أن مركبتا الشعاعين $\overrightarrow{OA}$ و $\overrightarrow{OB}$ هما نفس إحداثيتي النقطتين A و B على الترتيب.

8 1/ تعيين إحداثيتي النقطة A :

مركبتا شعاع علمت إحداثيتا مبدئه ونهايته :

6 تعيين مركبتي كل شعاع من الأشعة $\overrightarrow{MN}$ ، $\overrightarrow{NP}$ ، $\overrightarrow{MP}$ في كل حالة :

1) $M(1;6)$ ، $N(-2;-6)$ ، $P(-2;4)$

$\overrightarrow{MN}\begin{pmatrix}x_N-x_M\\y_N-y_M\end{pmatrix}$ ومنه $\overrightarrow{MN}\begin{pmatrix}-2-1\\-6-6\end{pmatrix}$ ومنه: $\overrightarrow{MN}\begin{pmatrix}-3\\-12\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{NP}\begin{pmatrix}x_P-x_N\\y_P-y_N\end{pmatrix}$ ومنه $\overrightarrow{NP}\begin{pmatrix}-2-(-2)\\4-(-6)\end{pmatrix}$ ومنه: $\overrightarrow{NP}\begin{pmatrix}0\\10\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{MP}\begin{pmatrix}x_P-x_M\\y_P-y_M\end{pmatrix}$ ومنه $\overrightarrow{MP}\begin{pmatrix}-2-1\\4-6\end{pmatrix}$ ومنه: $\overrightarrow{MP}\begin{pmatrix}-3\\-2\end{pmatrix}$

2) $M\left(-1;\frac{1}{2}\right)$ ، $N\left(\frac{1}{2};\frac{13}{3}\right)$ ، $P(0;4)$

$\overrightarrow{MN}\begin{pmatrix}x_N-x_M\\y_N-y_M\end{pmatrix}$ ومنه: $\overrightarrow{MN}\begin{pmatrix}\frac{1}{2}-(-1)\\\frac{13}{3}-\frac{1}{2}\end{pmatrix}$ ومنه: $\overrightarrow{MN}\begin{pmatrix}\frac{3}{2}\\\frac{23}{6}\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{NP}\begin{pmatrix}x_P-x_N\\y_P-y_N\end{pmatrix}$ ومنه: $\overrightarrow{NP}\begin{pmatrix}0-\frac{1}{2}\\4-\frac{13}{3}\end{pmatrix}$ ومنه: $\overrightarrow{NP}\begin{pmatrix}\frac{-1}{2}\\\frac{-1}{3}\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{MP}\begin{pmatrix}x_P-x_M\\y_P-y_M\end{pmatrix}$ ومنه: $\overrightarrow{MP}\begin{pmatrix}0-(-1)\\4-\frac{1}{2}\end{pmatrix}$ ومنه: $\overrightarrow{MP}\begin{pmatrix}1\\\frac{7}{2}\end{pmatrix}$

3) $M\left(\frac{3}{2};\frac{1}{2}\right)$ ، $N\left(\frac{1}{4};\frac{5}{6}\right)$ ، $P(-4;7)$

$\overrightarrow{MN}\begin{pmatrix}\frac{1}{4}-\frac{3}{2}\\\frac{5}{6}-\frac{1}{2}\end{pmatrix}$ ومنه $\overrightarrow{MN}\begin{pmatrix}\frac{1}{4}-\frac{6}{4}\\\frac{5}{6}-\frac{3}{6}\end{pmatrix}$ ومنه: $\overrightarrow{MN}\begin{pmatrix}\frac{-5}{4}\\\frac{1}{3}\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{NP}\begin{pmatrix}-4-\frac{1}{4}\\7-\frac{5}{6}\end{pmatrix}$ ومنه $\overrightarrow{NP}\begin{pmatrix}\frac{-16-1}{4}\\\frac{42-5}{6}\end{pmatrix}$ ومنه: $\overrightarrow{NP}\begin{pmatrix}\frac{-17}{4}\\\frac{37}{6}\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{MP}\begin{pmatrix}-4-\frac{3}{2}\\7-\frac{1}{2}\end{pmatrix}$ ومنه $\overrightarrow{MP}\begin{pmatrix}\frac{-8-3}{2}\\\frac{14-1}{2}\end{pmatrix}$ ومنه: $\overrightarrow{MP}\begin{pmatrix}\frac{-11}{4}\\\frac{13}{2}\end{pmatrix}$

4) $M\left(\sqrt{3};2\right)$ ، $N\left(6;\sqrt{3}\right)$ ، $P\left(\frac{\sqrt{3}}{3};4\right)$

$\overrightarrow{MN}\begin{pmatrix}6-\sqrt{3}\\\sqrt{3}-2\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{NP}\begin{pmatrix}\frac{\sqrt{3}}{3}-6\\4-\sqrt{3}\end{pmatrix}$

$MP\begin{pmatrix}\frac{\sqrt{3}}{3}-\sqrt{3}\\4-2\end{pmatrix}$ ومنه : $\overrightarrow{MP}\begin{pmatrix}\frac{2\sqrt{3}}{3}\\2\end{pmatrix}$

7 1) إيجاد مركبتي $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{BA}$:

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}x_B-x_A\\y_B-y_A\end{pmatrix}$ ومنه : $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-3,5-1,5\\-2,5-(-6)\end{pmatrix}$ ومنه : $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-5\\3,5\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{BA}\begin{pmatrix}x_A-x_B\\y_A-y_B\end{pmatrix}$ ومنه : $\overrightarrow{BA}\begin{pmatrix}1,5-(-3,5)\\-6-(-2,5)\end{pmatrix}$ ومنه : $\overrightarrow{BA}\begin{pmatrix}5\\-3,5\end{pmatrix}$

نلاحظ أن المركبتان متعاكستان.

2) إيجاد مركبتي $\overrightarrow{OA}$ و $\overrightarrow{OB}$:

$\overrightarrow{OA}\begin{pmatrix}x_A-x_O\\y_A-y_O\end{pmatrix}$ ومنه $\overrightarrow{OA}\begin{pmatrix}1,5-0\\-6-0\end{pmatrix}$ ومنه $\overrightarrow{OA}\begin{pmatrix}1,5\\-6\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{OB}\begin{pmatrix}x_B-x_O\\y_B-y_O\end{pmatrix}$ ومنه $\overrightarrow{OB}\begin{pmatrix}-3,5-0\\-2,5-0\end{pmatrix}$ ومنه $\overrightarrow{OB}\begin{pmatrix}-3,5\\-2,5\end{pmatrix}$

نلاحظ أن مركبتا الشعاعين $\overrightarrow{OA}$ و $\overrightarrow{OB}$ هما نفس إحداثيتي النقطتين A و B على الترتيب.

8 1/ تعيين إحداثيتي النقطة A :

$B(-10\,;10)$ ، $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}$

لدينا: $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}x_B-x_A\\y_B-y_A\end{pmatrix}$ ومنه: $\begin{pmatrix}-10-x_A\\10-y_A\end{pmatrix}$

وعليه: $-10-x_A=3$ ومنه: $x_A=3+10$ أي: $x_A=-13$

و $10-y_A=2$ ومنه: $-y_A=2-10$ أي: $y_A=8$

إذن: $A(-13\,;8)$.

2/ تعيين إحداثيتي النقطة D:

$C(-4\,;1,5)$ ، $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}2\\-5\end{pmatrix}$

لدينا: $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}x_D-x_C\\y_D-y_C\end{pmatrix}$ ومنه: $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}x_D+4\\y_D-1,5\end{pmatrix}$

وعليه فإن: $x_D+4=2$ ومنه: $x_D=2-4$ وعليه: $x_D=-2$

و $y_D-1,5=-5$ ومنه: $y_D=-5+1,5$ وعليه: $y_D=-3,5$

إذن: $D(-2\,;-3,5)$.

حلول التمارين | صفحة 146-147 من الكتاب المدرسي

9 تعيين x و y في كل حالة :

1) $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{OP}$

$\overrightarrow{OP}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ ولدينا: $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}x_B-x_A\\y_B-y_A\end{pmatrix}$ ومنه: $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-3-2\\2,5-2\end{pmatrix}$ ومنه $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-5\\0,5\end{pmatrix}$

بما أن $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{OP}$ فإن: $x=-5$ ، $y=0,5$

2) $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{PO}$

لدينا: $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-5\\0,5\end{pmatrix}$ و $\overrightarrow{PO}\begin{pmatrix}-x\\-y\end{pmatrix}$

بما أن $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{PO}$ إذن: $-x=-5$ وعليه: $x=5$

و $-y=0,5$ أي: $y=-0,5$

إحداثيتا منتصف قطعة - المسافة بين نقطتين

10 1/ إيجاد إحداثيتي النقطة I:

I منتصف $[AB]$

$I\left(\frac{x_A+x_B}{2},\frac{y_A+y_B}{2}\right)$ ومنه: $I\left(\frac{-5-6}{2};\frac{2-3}{2}\right)$

إذن: $I\left(\frac{-11}{2};\frac{-1}{2}\right)$.

2/ إيجاد إحداثيتي النقطة J:

$\overrightarrow{JB}=\overrightarrow{OJ}$ معناه أن J منتصف $[OB]$

إذن: $J\left(\frac{x_B+x_O}{2};\frac{y_B+y_O}{2}\right)$ ومنه: $J\left(\frac{-6+0}{2};\frac{-3+0}{2}\right)$

وعليه: $J\left(-3\,;\frac{-3}{2}\right)$.

11 حساب إحداثيتي K:

$[AB]$ قطر للدائرة (ζ) وبما أن K هي مركز الدائرة (ζ) فإنها منتصف القطعة $[AB]$.

إذن: $K\left(\frac{x_A+x_B}{2},\frac{y_A+y_B}{2}\right)$

$K\left(\frac{1+5}{2};\frac{-3+9}{2}\right)$

$K(3\,;3)$

12 1/ حساب إحداثيتي D:

لدينا: $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AD}$ ومنه: $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CD}$

وعليه: $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{CD}$

ومنه: $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{CD}$

ومنه: $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$

حساب مركبتي $\overrightarrow{AB}$:

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}x_B-x_A\\y_B-y_A\end{pmatrix}$ ومنه: $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}0-1\\3-(-1)\end{pmatrix}$ ومنه: $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-1\\4\end{pmatrix}$

حساب مركبتي $\overrightarrow{CD}$:

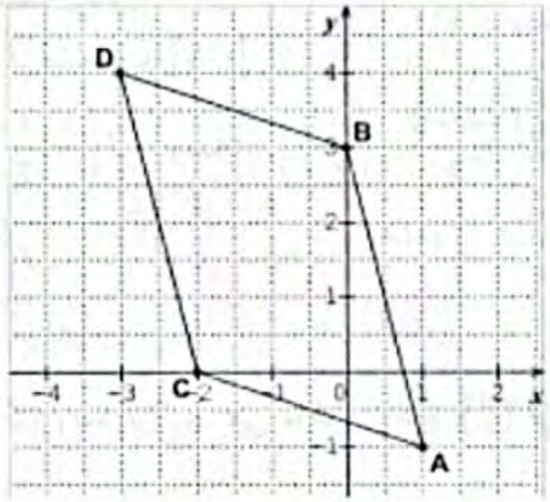
$\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix} x_D - x_C \\ y_D - y_C \end{pmatrix}$ ومنه: $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix} x_D - (-2) \\ y_D - 0 \end{pmatrix}$ ومنه: $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix} x_D + 2 \\ y_D \end{pmatrix}$

إذن وبما أن $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ فإن:

$x_D + 2 = -1$ ومنه $x_D = -1 - 2$ ومنه $x_D = -3$ و $y_D = 4$

وبالتالي $D(-3\,;\,4)$.

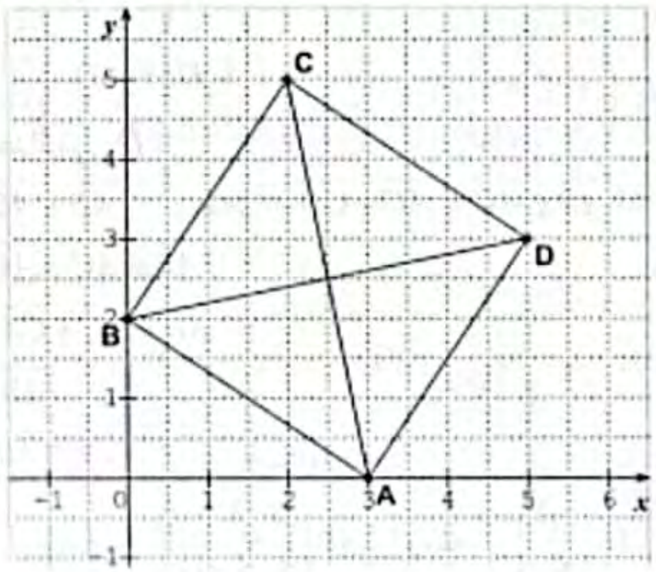
2/ تعليم النقط :



3/ نوع الرباعي $ABDC$:

الرباعي $ABDC$ متوازي أضلاع لأن: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$.

13



1/ التحقق أن للقطعتين $[AC]$ و $[BD]$ لهما نفس المنتصف:

حساب إحداثيتي منتصف $[AC]$:

$\left(\frac{x_A + x_C}{2}, \frac{y_A + y_C}{2}\right)$ ومنه: $\left(\frac{2+3}{2}\,;\,\frac{5+0}{2}\right)$ ومنه: $\left(\frac{5}{2}\,;\,\frac{5}{2}\right)$

حساب إحداثيتي منتصف $[BD]$:

$\left(\frac{x_B + x_D}{2}, \frac{y_B + y_D}{2}\right)$ ومنه: $\left(\frac{0+5}{2}\,;\,\frac{2+3}{2}\right)$ ومنه: $\left(\frac{5}{2}\,;\,\frac{5}{2}\right)$

إذن للقطعتين $[AC]$ و $[BD]$ نفس المنتصف.

ومنه نستنتج أن الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع.

2/ نتحقق أن $AB = BC$:

حساب AB :

$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

$AB = \sqrt{(0-3)^2 + (2-0)^2}$

$AB = \sqrt{(-3)^2 + (2)^2}$

$AB = \sqrt{9+4}$

ومنه : $AB = \sqrt{13}$

حساب الطول BC :

$BC = \sqrt{(x_C - x_b)^2 + (y_C - y_B)^2}$

$BC = \sqrt{(2-0)^2 + (5-2)^2}$

$BC = \sqrt{(2)^2 + (3)^2}$

$BC = \sqrt{9+4}$

ومنه : $BC = \sqrt{13}$

إذن : $AB = BC$

نستنتج أن الرباعي $ABCD$ معين.

3) نتحقق أن $AB^2 + BC^2 = AC^2$

حساب AC :

$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2}$

$AC = \sqrt{(2-3)^2 + (5-0)^2}$

$AC = \sqrt{(-1)^2 + (25)^2}$

$AC = \sqrt{1+26}$

ومنه: $AC = \sqrt{26}$

لدينا: $AC^2 = \sqrt{26}^2 = 26$ ، $AB^2 = \sqrt{13}^2 = 13$ و $BC^2 = \sqrt{13}^2 = 13$

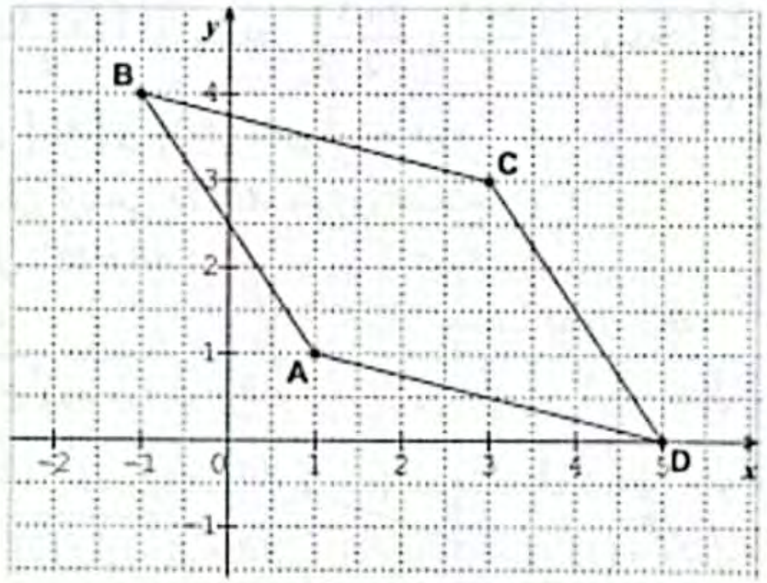
وبما أن : $13+13=26$ ومنه : $AB^2+BC^2=AC^2$

نستنتج أن المثلث ABC قائم في A ومتساوي الساقين.

4) تحديد نوع الرباعي $ABCD$:

مما سبق $ABCD$ معين و $B\hat{A}C$ زاوية قائمة إذن فالرباعي $ABCD$ مربع.

14 1) تعليم النقط :



2) تعيين إحداثيتي النقطة D :

حساب مركبتي $\overrightarrow{AB}$:

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}x_B-x_A\\y_B-y_A\end{pmatrix}$ ومنه: $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-1-1\\4-1\end{pmatrix}$ ومنه : $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-2\\3\end{pmatrix}$

حساب مركبتي $\overrightarrow{DC}$:

$\overrightarrow{DC}\begin{pmatrix}x_C-x_D\\y_C-y_D\end{pmatrix}$ ومنه: $\overrightarrow{DC}\begin{pmatrix}3-x_D\\3-y_D\end{pmatrix}$

بما أن $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ فإن: $3-x_D=-2$ أي : $-x_D=-2-3$ أي : $x_D=5$

و $3-y_D=3$ أي : $-y_D=3-3$ أي : $y_D=0$

وعليه: $D(5;0)$.

3) نوع الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع لأن: $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$.

15 حساب القيم المضبوطة للأطوال :

الطول KL :

$KL=\sqrt{(x_L-x_K)^2+(y_L-y_K)^2}$

$KL=\sqrt{(3-0)^2+(4-2)^2}$

$KL=\sqrt{(3)^2+(2)^2}$

$KL=\sqrt{9+4}$

ومنه: $KL=\sqrt{13}$.

الطوال KM :

$KM=\sqrt{(x_M-x_K)^2+(y_M-y_K)^2}$

$KM=\sqrt{(1-0)^2+(2-2)^2}$

$KM=\sqrt{(1)^2+(0)^2}$

$KM=\sqrt{1}$

ومنه: $KM=1$.

الطول ML :

$ML=\sqrt{(x_L-x_M)^2+(y_L-y_M)^2}$

$ML=\sqrt{(3-1)^2+(4-2)^2}$

$ML=\sqrt{(2)^2+(2)^2}$

$ML=\sqrt{4+4}$

$ML=\sqrt{8}$

$ML=\sqrt{4\times 2}$

ومنه: $ML=2\sqrt{2}$.

16 1) النقطة $A(\sqrt{2};0)$ تنتمي إلى الدائرة (C) لأن $OA=\sqrt{2}$ (A نقطة من محور الفواصل) .

2) معرفة هل تنتمي النقطة B إلى الدائرة (C):

حساب الطول OB:

$OB=\sqrt{(x_B-x_O)^2+(y_B-y_O)^2}$

$OB=\sqrt{\sqrt{2}^2+\sqrt{2}^2}$

$OB=\sqrt{2+2}$

$OB=\sqrt{4}$

ومنه : $OB=2$.

وعليه النقطة $B(\sqrt{2};\sqrt{2})$ لا تنتمي إلى الدائرة (C).

17 حساب نصف قطر الدائرة (C):

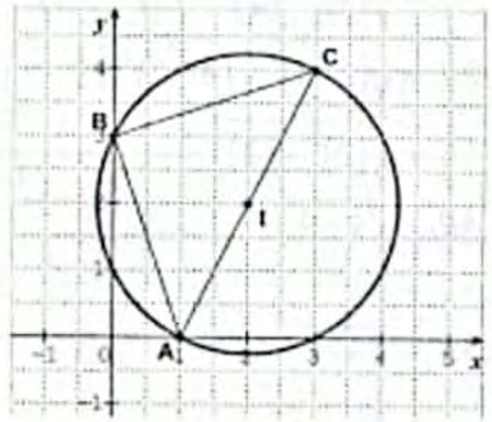
النقطة $P(2;1)$ مركز الدائرة (C) والنقطة $M(-1;1)$ تنتمي إلى الدائرة (C)

إذن : نحسب الطول PM :

$$PM=\sqrt{(x_M-x_P)^2+(y_M-y_P)^2}$$
$$PM=\sqrt{(-1-2)^2+(1-1)^2}$$
$$PM=\sqrt{(-3)^2+0^2}$$
$$PM=\sqrt{9}$$

ومنه $PM=3$ وعليه نصف قطرة هذه الدائرة هو 3.

18



1) حساب AB :

$$AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$$
$$AB=\sqrt{(0-1)^2+(3-0)^2}$$
$$AB=\sqrt{(-1)^2+(3)^2}$$
$$AB=\sqrt{10}$$

ومنه : $AB=\sqrt{10}$.

حساب AC :

$$AC=\sqrt{(x_C-x_A)^2+(y_C-y_A)^2}$$
$$AC=\sqrt{(3-1)^2+(4-0)^2}$$
$$AC=\sqrt{(2)^2+(4)^2}$$
$$AC=\sqrt{4+16}$$

ومنه: $AC=\sqrt{20}$

أي: $AC=2\sqrt{5}$.

2) تعيين إحداثيتي النقطة I :

I منتصف $[AC]$

$I\left(\frac{x_A+x_C}{2};\frac{y_A+y_C}{2}\right)$ ومنه : $I\left(\frac{1+3}{2};\frac{0+4}{2}\right)$ ومنه : $I(2;2)$.

3) إثبات أن النقطة B نقطة من الدائرة (ζ):

لدينا : $AC=2\sqrt{5}$ إذن : $AI=\frac{AC}{2}$ ومنه : $AI=\sqrt{5}$

نصف قطر هذه الدائرة هو $\sqrt{5}$.

حساب IB :

$$IB=\sqrt{(x_B-x_I)^2+(y_B-y_I)^2}$$
$$IB=\sqrt{(0-2)^2+(3-2)^2}$$
$$IB=\sqrt{(-2)^2+1^2}$$
$$IB=\sqrt{5}$$

إذن B تنتمي إلى الدائرة (ζ).

4) إثبات أن $(BI)\perp(AC)$:

لدينا مما سبق : $IC=\sqrt{5}$ و $IB=\sqrt{5}$

حساب BC:

$$BC=\sqrt{(x_C-x_B)^2+(y_C-y_B)^2}$$
$$BC=\sqrt{(3-0)^2+(4-3)^2}$$
$$BC=\sqrt{(3)^2+(1)^2}$$
$$BC=\sqrt{9+1}$$

وعليه : $BC=\sqrt{10}$

لدينا : $BC^2=10$ و $IC^2=5$ و $IB^2=5$

بما أن : $5+5=10$ فإن : $IB^2+IC^2=BC^2$

إذن حسب الخاصية العكسية لخاصية فيثاغورث فإن المثلث IBC قائم في I.

وعليه فإن: $(IB)\perp(AC)$.

5) نوع المثلث ABC :

المثلث ABC قائم ومتساوي الساقين.

19 1) إثبات أن المثلث ABC متقايس الأضلاع :

حساب AB :

$$AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$$
$$AB=\sqrt{\left(-\frac{1}{2}-1\right)^2+\left(\frac{\sqrt{3}}{2}-0\right)^2}$$
$$AB=\sqrt{\left(\frac{-3}{2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}$$
$$AB=\sqrt{\left(\frac{9}{4}\right)+\left(\frac{3}{4}\right)}$$
$$AB=\sqrt{\frac{9+3}{4}}=\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{4}}=\frac{2\sqrt{3}}{2}$$

وعليه : $AB=\sqrt{3}$.

حساب الطول AC :

$$AC=\sqrt{(x_C-x_A)^2+(y_C-y_A)^2}$$
$$AC=\sqrt{\left(-\frac{1}{2}-1\right)^2+\left(\frac{-\sqrt{3}}{2}-0\right)^2}$$
$$AC=\sqrt{\left(\frac{-1-2}{2}\right)^2+\left(\frac{-\sqrt{3}}{2}\right)^2}$$
$$AC=\sqrt{\left(\frac{-3}{2}\right)^2+\left(\frac{-\sqrt{3}}{2}\right)^2}$$
$$AC=\sqrt{\left(\frac{9}{4}\right)+\left(\frac{3}{4}\right)}$$
$$AC=\sqrt{\frac{9+3}{4}}$$
$$AC=\sqrt{\frac{12}{4}}$$

ومنه: $AC=\sqrt{3}$.

حساب الطول BC :

$$BC=\sqrt{(x_C-x_B)^2+(y_C-y_B)^2}$$
$$BC=\sqrt{\left(\frac{-1}{2}-\left(-\frac{1}{2}\right)\right)^2+\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}$$
$$BC=\sqrt{(0)^2+\left(\frac{-2\sqrt{3}}{2}\right)^2}$$
$$BC=\sqrt{\sqrt{3}^2}$$
$$BC=\sqrt{3}$$

ومنه: $AB=AC=BC$.

إذن المثلث ABC متقايس الأضلاع.

2) نتحقق أن مبدأ المعلم هو مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC .

لدينا :

$$OA=\sqrt{x_A^2+y_A^2}$$
$$OA=\sqrt{1^2+0^2}$$
$$OA=1$$

ولدينا :

$$OB=\sqrt{x_B^2+y_B^2}$$
$$OB=\sqrt{\left(\frac{-1}{2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}$$
$$OB=\sqrt{\frac{1}{4}+\frac{3}{4}}$$

ومنه: $OB=1$.

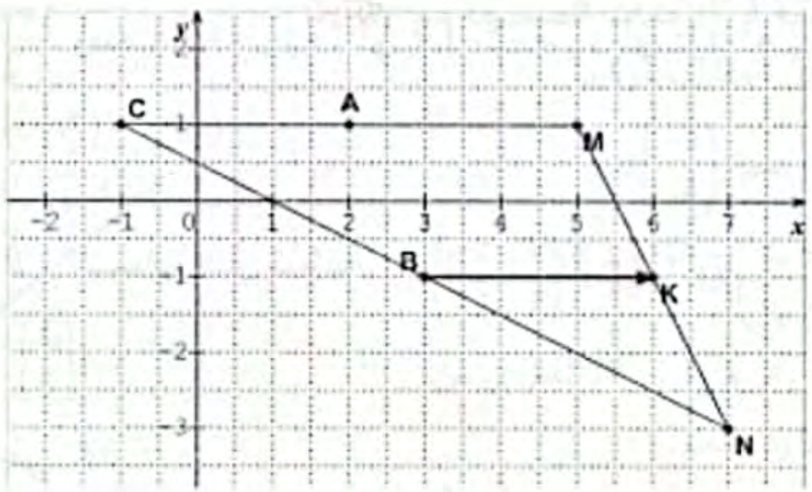
ولدينا :

$$OC=\sqrt{x_C^2+y_C^2}$$
$$OC=\sqrt{\left(\frac{-1}{2}\right)^2+\left(\frac{-\sqrt{3}}{2}\right)^2}$$
$$OC=\sqrt{\frac{1}{4}+\frac{3}{4}}$$
$$OC=1$$

ومنه : $OA=OB=OC=1$.

وعليه O مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC .

20 إنجاز الشكل:



3) حساب إحداثيتي M :

M نظيرة C بالنسبة إلى A إذن : $\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{AM}$.

حساب مركبتي $\overrightarrow{CA}$:

$\overrightarrow{CA}\begin{pmatrix}x_A-x_C\\y_A-y_C\end{pmatrix}$ ومنه : $\overrightarrow{CA}\begin{pmatrix}2-(-1)\\1-1\end{pmatrix}$ ومنه : $\overrightarrow{CA}\begin{pmatrix}+3\\0\end{pmatrix}$

حساب مركبتي $\overrightarrow{AM}$:

$\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix}x_M-x_A\\y_M-y_A\end{pmatrix}$ ومنه : $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix}x_M-2\\y_M-1\end{pmatrix}$

بما أن : $\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{AM}$ فإن : $x_M-2=3$ أي : $x_M=3+2$ ومنه : $x_M=5$

ولدينا أيضا : $y_M-1=0$ أي : $y_M=1+0$ وعليه : $y_M=1$

وبالتالي : $M(5;1)$.

• حساب إحداثيتي N:

N نظيرة C بالنسبة إلى B إذن : B منتصف $[CN]$.

لدينا : $B(3;-1)$ وكذلك : $B\left(\frac{x_C+x_N}{2};\frac{y_C+y_N}{2}\right)$ ، $B\left(\frac{-1+y_N}{2};\frac{1+y_N}{2}\right)$

أذن : $\frac{-1+x_N}{2}=3$ ومنه : $-1+x_N=6$ أي : $x_N=7$

و $\frac{1+y_N}{2}=-1$ ومنه : $1+y_N=-2$ أي : $y_N=-2-1$ أي : $y_N=-3$

وبالتالي : $N(7;-3)$.

حساب إحداثيتي K:

K صورة B بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{CA}$ إذن : $\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{BK}$

مما سبق : $\overrightarrow{CA}\begin{pmatrix}3\\0\end{pmatrix}$

حساب مركبتي $\overrightarrow{BK}$:

$\overrightarrow{BK}\begin{pmatrix}x_K-x_B\\y_K-y_B\end{pmatrix}$ ومنه : $\overrightarrow{BK}\begin{pmatrix}x_K-3\\y_K+1\end{pmatrix}$

بما أن : $\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{BK}$ فإن : $x_K-3=3$ ومنه : $x_K=3+3$ وعليه : $x_K=6$

ولدينا أيضا : $y_K+1=0$ ومنه : $y_K=0-1$ أي : $y_K=-1$

وبالتالي : $K(6;-1)$.

4) نبين أن K منتصف $[MN]$:

طريقة 1 :

لدينا : $\left(\frac{x_M+x_N}{2};\frac{y_M+y_N}{2}\right)$ ومنه : $\left(\frac{5+7}{2};\frac{1-3}{2}\right)$ أي : $(6;-1)$

إذن : K منتصف $[MN]$.

طريقة 2 :

في المثلث CMN لدينا :

B منتصف $[CN]$ (N نظيرة C بالنسبة إلى B) .

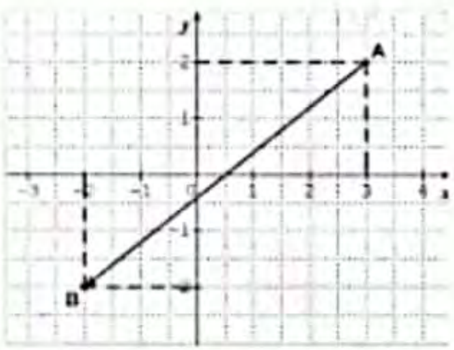
$(CM)//(BK)$ (لأن $\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{BK}$ و $A\in[CM]$).

وعليه حسب الخاصية العكسية لخاصية مستقيم المنتصفين فإن K منتصف $[MN]$.

حلول التمارين	صفحة 148 من الكتاب المدرسي

أؤكد تعلّماتي

اختيار الإجابة أو الإجابات الصحيحة مع التبرير:



1) في الشكل المقابل، مركبتا الشعاع $\overrightarrow{AB}$ هما $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-5\\-4\end{pmatrix}$

لأن: $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}x_B-x_A\\y_B-y_A\end{pmatrix}$ ومنه : $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-2-3\\-2-2\end{pmatrix}$

2) $A(-2;-1)$ ، $B(-1;1)$ نقطتان من المستوي المزود بمعلم.

إحداثيتا I منتصف $[AB]$ هما: $I\left(-\frac{3}{2};0\right)$.

لأن: $I\left(\frac{x_A+x_B}{2};\frac{y_A+y_B}{2}\right)$ ومنه : $I\left(\frac{-2-1}{2};\frac{-1+1}{2}\right)$ أي : $I\left(-\frac{3}{2};0\right)$.

3) $A(4;3)$ نقطة من المستوي المزوّد بمعلم متعامد ومتجانس مبدؤه .

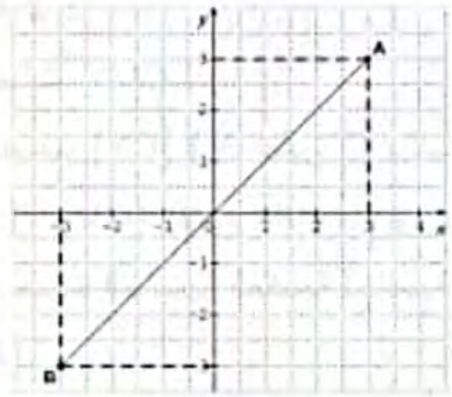
$$OA=\sqrt{x_A^{\,2}+y_A^{\,2}}$$

الطول هو: 5 لأن: $OA=\sqrt{4^2+3^2}=\sqrt{16+9}$

$$OA=5$$

4) على الشكل المقابل، المسافة AB تساوي: $\sqrt{72}$ أو $6\sqrt{2}$.

لأن:



$$AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$$
$$AB=\sqrt{(-3-3)^2+(-3-3)^2}$$
$$AB=\sqrt{(-6)^2+(-6)^2}$$
$$AB=\sqrt{36+36}=\sqrt{72}$$
$$AB=\sqrt{36\times 2}=6\sqrt{2}$$

5) $A(2;3)$ ، $B(4;1)$ نقطتان من المستوي المزود بمعلم متعامد ومتجانس.

الطول AB تساوي: $\sqrt{8}$ أو $2\sqrt{2}$.

لأن:

$$AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$$
$$AB=\sqrt{(4-2)^2+(1-3)^2}$$
$$AB=\sqrt{(2)^2+(-2)^2}$$
$$AB=\sqrt{4+4}=\sqrt{8}$$
$$AB=\sqrt{4\times 2}=2\sqrt{2}$$

أدمج تعلّماتي

تحديد أقصر المسارين :

حساب طول المسار AB

المسار AB هو مجموع محيط 3 أنصاف دوائر نصف قطر كل واحدة منها هو 1

إذن :

$$\frac{3}{2}(2\times\pi\times R)=3\pi\times 1$$
$$=3\pi$$

طول المسار AB هو 3π.

حساب طول المسار MN :

$$MN=\sqrt{3^2+2^2}+\sqrt{2^2+1^2}+\sqrt{1^2+4^2}$$
$$MN=\sqrt{9+4}+\sqrt{4+1}+\sqrt{1+16}$$
$$MN=\sqrt{13}+\sqrt{5}+\sqrt{17}$$

المقارنة :

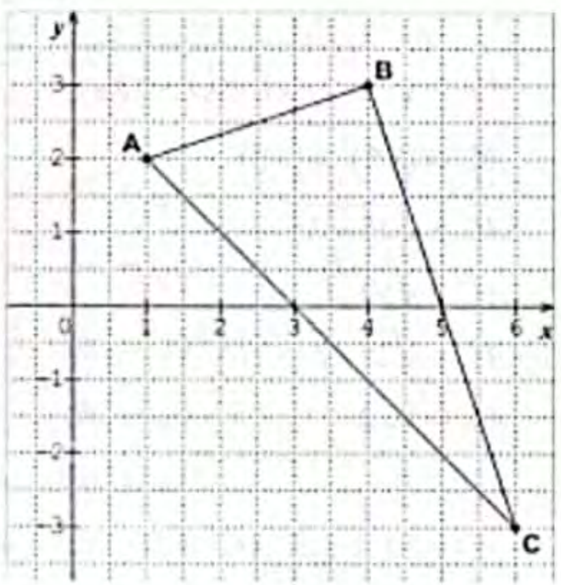
$$3\times\pi\approx 3\times 3{,}14$$
$$\approx 9{,}42$$
$$\sqrt{13}+\sqrt{5}+\sqrt{17}\approx 9{,}96$$

وعليه المسار AB أقصر من المسار MN.

حلول التمارين	صفحة 149 من الكتاب المدرسي

أتعمق

21 1) تعليم النقط :



2) حساب مركبتي الأشعة :

مركبات الشعاع $\overrightarrow{AB}$:

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 4-1 \\ 3-2 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

مركبات الشعاع $\overrightarrow{BC}$:

$$\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix} x_C - x_B \\ y_C - y_B \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix} 6-4 \\ -3-3 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix} 2 \\ -6 \end{pmatrix}$$

مركبات الشعاع $\overrightarrow{AC}$:

$\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} x_C - x_A \\ y_C - y_A \end{pmatrix}$ ومنه : $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} 6-1 \\ -3-2 \end{pmatrix}$ وعليه : $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} 5 \\ -5 \end{pmatrix}$

3) حساب الأطوال :

الطول AB :

$$AB = \sqrt{3^2 + 1^2}$$

$$AB = \sqrt{9+1}$$

$$AB = \sqrt{10}$$

الطول BC :

$$BC = \sqrt{(2)^2 + (-6)^2}$$

$$BC = \sqrt{4+36}$$

$$BC = \sqrt{40}$$

$$BC = \sqrt{4 \times 10}$$

$$BC = 2\sqrt{10}$$

حساب الطول AC :

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2}$$

$$AC = \sqrt{(5)^2 + (-5)^2}$$

$$AC = \sqrt{25+25}$$

$$AC = \sqrt{50}$$

$$AC = \sqrt{25 \times 2}$$

$$AC = 5\sqrt{2}$$

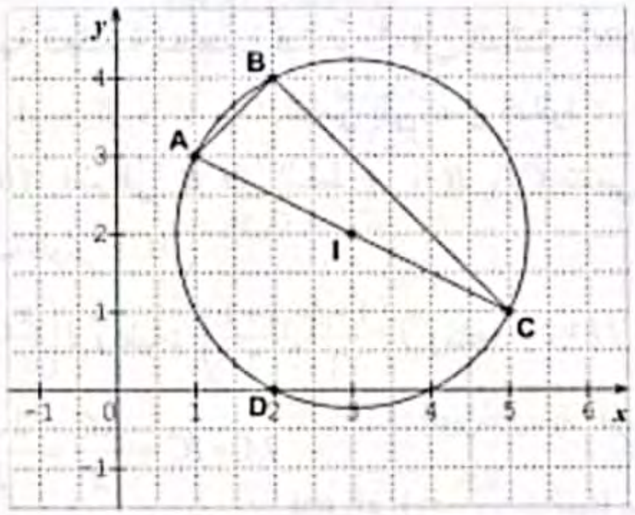
4) تحديد نوع المثلث ABC :

لدينا : $AC^2 = 50; BC^2 = 40; AB^2 = 10$ إذن : $10 + 40 = 50$

ومنه : $AB^2 + BC^2 = AC^2$ وعليه حسب الخاصية العكسية لخاصية فيثاغورث

فإن المثلث ABC قائم في B .

22



1) نبين أن المثلث ABC قائم:

حساب AB :

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

$$AB = \sqrt{(2-1)^2 + (4-3)^2}$$

$$AB = \sqrt{1^2 + 1^2}$$

$$AB = \sqrt{2}$$

حساب AC :

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2}$$

$$AC = \sqrt{(5-1)^2 + (1-3)^2}$$

$$AC = \sqrt{4^2 + (-2)^2}$$

$$AC = \sqrt{16+4}$$

$$AC = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

حساب BC :

$$BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2}$$

$$BC = \sqrt{(5-2)^2 + (1-4)^2}$$

$$BC = \sqrt{3^2 + (-3)^2}$$

$$BC = \sqrt{9+9}$$

$$BC = \sqrt{18}$$

$$BC = \sqrt{9 \times 2}$$

$$BC = 3\sqrt{2}$$

ولدينا : $AB^2 = 2$ ، $AC^2 = 20$ ، $BC^2 = 18$ ومنه: $2+18=20$

وعليه: $AB^2 + BC^2 = AC^2$

إذن حسب الخاصية العكسية لخاصية فيثاغورث فإن المثلث ABC قائم في B.

2) نبين أن النقط A ، B ، C و D تنتمي إلى نفس الدائرة :

بما أن المثلث ABC قائم في B فإن النقط A ، B ، C تنتمي إلى الدائرة التي مركزها I منتصف الوتر $[AC]$.

$I\left(\frac{x_A+x_C}{2};\frac{y_A+y_C}{2}\right)$ وعليه: $I\left(\frac{1+5}{2};\frac{3+1}{2}\right)$ ومنه: $I(3;2)$

وكذلك: $IA = IC = \frac{AC}{2} = \frac{2\sqrt{5}}{2} = \sqrt{5}$

حساب ID :

$$ID = \sqrt{(x_D - x_I)^2 + (y_D - y_A)^2}$$
$$ID = \sqrt{(2-3)^2 + (0-2)^2}$$
$$ID = \sqrt{(-1)^2 + (-2)^2}$$
$$ID = \sqrt{1+4}$$

ومنه : $ID = \sqrt{5}$

وعليه D تنتمي إلى الدائرة (C) التي مركزها $I(3;2)$ ونصف قطرها $\sqrt{5}$.

3) حساب قيمة مقربة لقيس الزاوية $A\hat{C}D$:

المثلث ACD قائم لأن أحد أضلاعه قطر للدائرة المحيطة به

لدينا : $\sin A\hat{C}D = \frac{AD}{AC}$

حساب الطول AD :

$$AD = \sqrt{(x_D - x_A)^2 + (y_D - y_A)^2}$$
$$AD = \sqrt{(2-1)^2 + (0-3)^2}$$
$$AD = \sqrt{(1)^2 + (-3)^2}$$
$$AD = \sqrt{1+9}$$

ومنه : $AD = \sqrt{10}$ إذن :

$$\sin A\hat{C}D = \frac{\sqrt{10}}{2\sqrt{5}}$$
$$\sin A\hat{C}D = \frac{\sqrt{2}\times\sqrt{5}}{2\sqrt{5}}$$
$$\sin A\hat{C}D = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

نعلم أن : $\sin 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ومنه: $A\hat{C}D = 45°$.

• حساب قيمة مقربة لقيس الزاوية $B\hat{C}A$:

المثلث ABC قائم لدينا : $\tan B\hat{C}A = \frac{AB}{BC}$

وعليه: $\tan B\hat{C}A = \frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{2}} = \frac{1}{3}$

ومنه بالضغط على الأزرار التالية في الآلة الحاسبة :

$\boxed{SHIFT}\boxed{\tan}\boxed{(}\boxed{1}\boxed{\div}\boxed{3}\boxed{)}\boxed{=}$

نجد بالتدوير إلى الوحدة أن : $B\hat{C}A = 18°$.

إعطاء أقياس زوايا الرباعي $ABCD$:

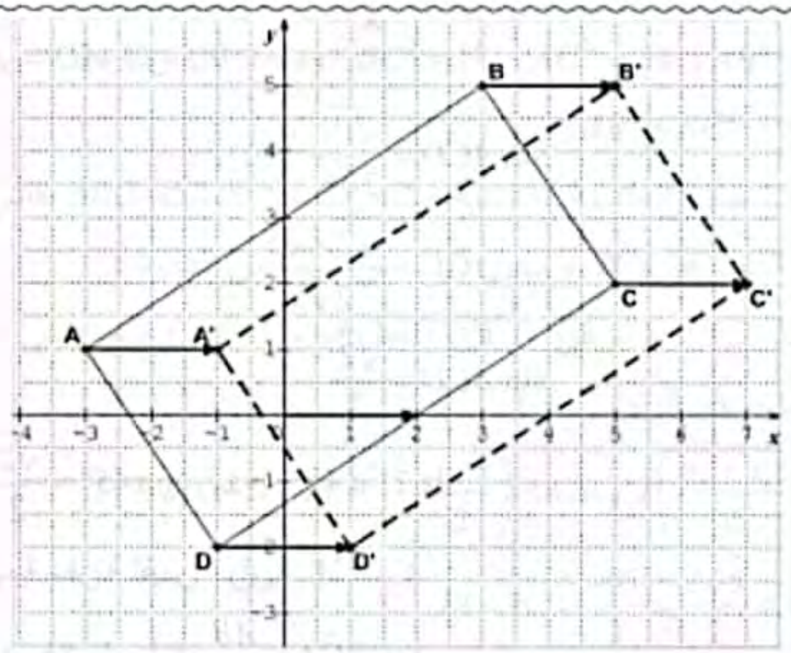
$A\hat{B}C = 90°$ ، $A\hat{D}C = 90°$ ولدينا : $B\hat{C}D = B\hat{C}A + A\hat{C}D = 18° + 45°$

ومنه : $B\hat{C}D = 63°$ ولدينا كذلك :

$$B\hat{A}D = 360° - (A\hat{B}C + A\hat{D}C + B\hat{C}D)$$
$$B\hat{A}D = 360° - (90° + 90° + 63°)$$
$$B\hat{A}D = 117°$$

ملاحظة : مجموع أقياس زوايا رباعي $360°$.

24 1/ تعليم النقط :



2/ تحديد نوع المثلث ABC :

حساب AB : $AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$

$AB=\sqrt{(3+3)^2+(5-1)^2}$

$AB=\sqrt{6^2+4^2}$

$AB=\sqrt{36+16}$

$AB=\sqrt{52}$

حساب AC :

$AC=\sqrt{(x_C-x_A)^2+(y_C-y_A)}$

$AC=\sqrt{(5+3)^2+(2-1)^2}$

$AC=\sqrt{8^2+12}$

$AC=\sqrt{64+1}$

$AC=\sqrt{65}$

حساب BC :

$BC=\sqrt{(x_C-x_B)^2+(y_C-y_B)^2}$

$BC=\sqrt{(5-3)^2+(2-5)^2}$

$BC=\sqrt{2^2+(-3)^2}$

$BC=\sqrt{4+9}$

$BC=\sqrt{13}$

لدينا: $AC^2=65$ ، $AB^2=52$ ، $BC^2=13$

ومنه: $13+52=65$ وعليه: $BC^2+AB^2=AC^2$

إذن حسب الخاصية العكسية لخاصية فيثاغورث فإن ABC قائم في B .

3/ حساب إحداثيتي النقطة D :

لدينا: $\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}$ ومنه: $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}$

إذن: $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$

حساب مركبتي $\overrightarrow{BC}$

$\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}x_C-x_D\\y_C-y_D\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}5-3\\2-5\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}2\\-3\end{pmatrix}$

حساب مركبتي $\overrightarrow{AD}$

$\overrightarrow{AD}\begin{pmatrix}x_D-x_A\\y_D-y_A\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AD}\begin{pmatrix}x_D+3\\y_D-1\end{pmatrix}$

بما أن: $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$ فإن: $x_D+3=2$ و $y_D-1=-3$

ومنه: $x_D=2-3$ و $y_D=-3+1$

وعليه: $x_D=-1$ و $y_D=-2$

إذن: $D(-1;-2)$.

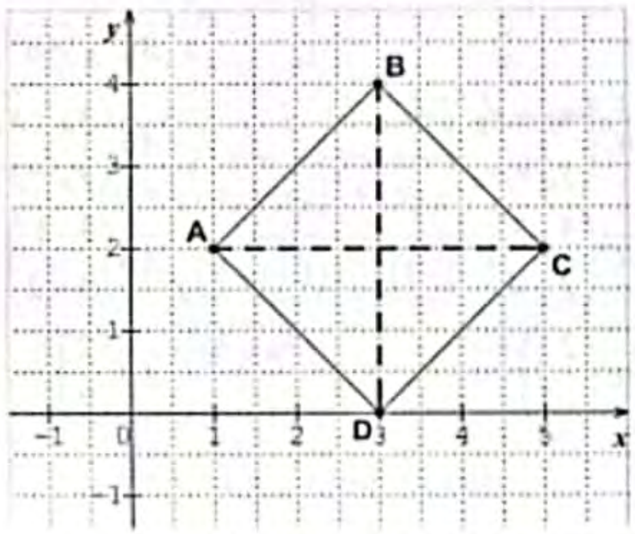
4/ تحديد نوع الرباعي $ABCD$:

بما أن: $\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}$ فإن الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع وبما أن $\hat{B}$ زاوية قائمة فهو مستطيل.

6/ استنتاج إحداثيتي كل رأس من رؤوس $A'B'C'D'$:

$A'(-1;1)$ ، $B'(5;5)$ ، $C'(7;2)$ ، $D'(1;-2)$

24 1/ تعليم النقط :



2/ إثبات أن للقطعتين $[AC]$ و $[BD]$ نفس الطول ونفس المنتصف :

حساب AC :

$$AC=\sqrt{(x_C-x_A)^2+(y_C-y_A)}$$
$$AC=\sqrt{(5-1)^2+(2-2)^2}$$
$$AC=\sqrt{4^2+0^2}$$
$$AC=\sqrt{16}$$
$$AC=4$$

حساب BC

$$BD=\sqrt{(x_D-x_B)^2+(y_D-y_B)^2}$$
$$BD=\sqrt{(3-3)^2+(0-4)^2}$$
$$BD=\sqrt{0^2+(-4)^2}$$
$$BD=\sqrt{16}$$
$$BD=4$$

وعليه للقطعتين $[AC]$ و $[BD]$ نفس الطول.

حساب إحداثيتي منتصف $[AC]$:

$$\left(\frac{x_A+x_C}{2};\frac{y_A+y_C}{2}\right)$$
$$\left(\frac{5+1}{2};\frac{2+2}{2}\right)$$
$$(3;2)$$

حساب إحداثيتي منتصف $[BD]$:

$$\left(\frac{3+3}{2};\frac{0+4}{2}\right)$$
$$(3;2)$$

ومنه للقطعتين $[AC]$ و $[BD]$ نفس المنتصف.

استنتاج نوع الرباعي $ABCD$:

مما سبق فإن القطران $[AC]$ و $[BD]$ متناصفان ومتقايسان إذن فالرباعي $ABCD$ مستطيل.

3) حساب مركبتي $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{BC}$:

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}x_B-x_A\\y_B-y_A\end{pmatrix}$$
$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}3-1\\4-2\end{pmatrix}$$
$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}2\\2\end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}x_C-x_B\\y_C-y_B\end{pmatrix}$$
$$\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}5-3\\2-4\end{pmatrix}$$
$$\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}2\\-2\end{pmatrix}$$

استنتاج الطولين

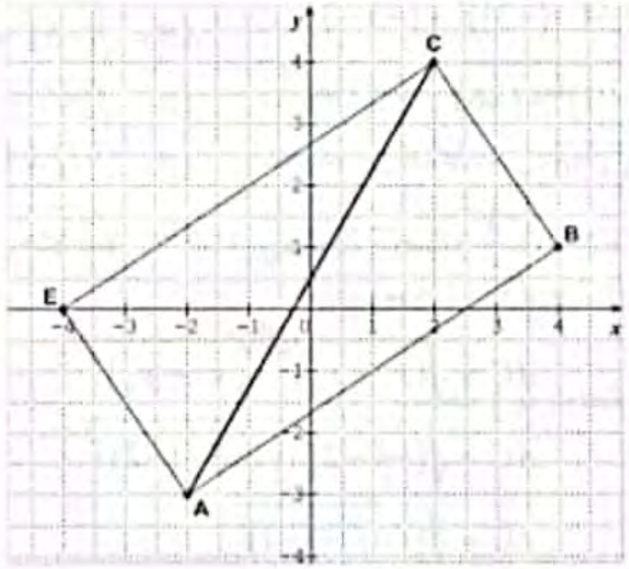
$$AB=\sqrt{2^2+2^2}$$
$$AB=\sqrt{4+4}$$
$$AB=\sqrt{8}$$
$$AB=\sqrt{4\times2}$$
$$AB=2\sqrt{2}$$

$$BC=\sqrt{2^2+(-2)^2}$$
$$BC=\sqrt{2^2+2^2}$$
$$BC=\sqrt{4+4}$$
$$BC=\sqrt{8}$$
$$BC=\sqrt{4\times2}$$
$$BC=2\sqrt{2}$$

4) استنتاج أن $(BD)\perp(AC)$:

مما سبق $ABCD$ مستطيل و $AB=BC=2\sqrt{2}$ إذن فالرباعي $ABCD$ مربع وقطرا المربع متناصفان ومتقايسان ومتعامدان وعليه فإن: $(BD)\perp(AC)$.

25 1) تعليم النقط :



2) أ) إعطاء القيمة المضبوطة للطول AB :

$$AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$$
$$AB=\sqrt{(4-(-2))^2+(1-(-3))^2}$$
$$AB=\sqrt{6^2+4^2}$$
$$AB=\sqrt{36+16}$$
$$AB=\sqrt{52}=\sqrt{4\times13}=2\sqrt{13}$$

ب) نبين أن المثلث ABC قائم :

لدينا : $AC^2 = 65$ ، $AB^2 = 52$ ، $BC^2 = 13$

وبما أن : $13 + 52 = 65$ فإن : $BC^2 + AB^2 = AC^2$

وعليه حسب الخاصية العكسية لخاصية فيثاغورث فإن المثلث ABC قائم في B .

3) إثبات أن $ABCE$ مستطيل

لدينا : E صورة A بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{BC}$ إذن : $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{BC}$

وعليه الرباعي $ABCE$ متوازي أضلاع.

وبما أن $\hat{B}$ زاوية قائمة فإن الرباعي $ABCE$ مستطيل.

26 1/ حساب القيم المضبوطة للأطوال $AC; BC; AB$:

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$
$$AB = \sqrt{(-3-2)^2 + (3-(-2))^2}$$
$$AB = \sqrt{(-5)^2 + (5)^2}$$
$$AB = \sqrt{25+25}$$
$$AB = \sqrt{50}$$
$$AB = \sqrt{25 \times 2}$$

ومنه : $AB = 5\sqrt{2}$

$$BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C + y_B)^2}$$
$$BC = \sqrt{(-4-(-3))^2 + (-3-3)^2}$$
$$BC = \sqrt{(-1)^2 + (-6)^2}$$
$$BC = \sqrt{1+36}$$

ومنه : $BC = \sqrt{37}$

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2}$$
$$AC = \sqrt{(-4-2)^2 + (-3-(-2))^2}$$
$$AC = \sqrt{(-6)^2 + (-1)^2}$$
$$AC = \sqrt{36+1}$$

ومنه : $AC = \sqrt{37}$.

2) تحديد نوع المثلث :

مما سبق لدينا: $AC = BC$ ومنه المثلث ABC متساوي الساقين رأسه الأساسي C .

3) حساب إحداثيتي النقطة D :

النقطة D تحقق: $\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{BD}$

حساب مركبتي $\overrightarrow{CA}$:

$$\overrightarrow{CA}\begin{pmatrix} x_A - x_C \\ y_A - y_C \end{pmatrix}$$
$$\overrightarrow{CA}\begin{pmatrix} 2-(-4) \\ -2-(-3) \end{pmatrix}$$
$$\overrightarrow{CA}\begin{pmatrix} 6 \\ 1 \end{pmatrix}$$

حساب مركبتي $\overrightarrow{BD}$:

$$\overrightarrow{BD}\begin{pmatrix} x_D - x_B \\ y_D - y_B \end{pmatrix}$$
$$\overrightarrow{BD}\begin{pmatrix} x_D + 3 \\ y_D - 3 \end{pmatrix}$$

بما أن : $\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{BD}$ فإن: $x_D + 3 = 6$ و $y_D - 3 = 1$

ومنه : $x_D = 3$ و $y_D = 4$

وبالتالي: $D(3;4)$.

4) نبين أن $(AB) \perp (CD)$:

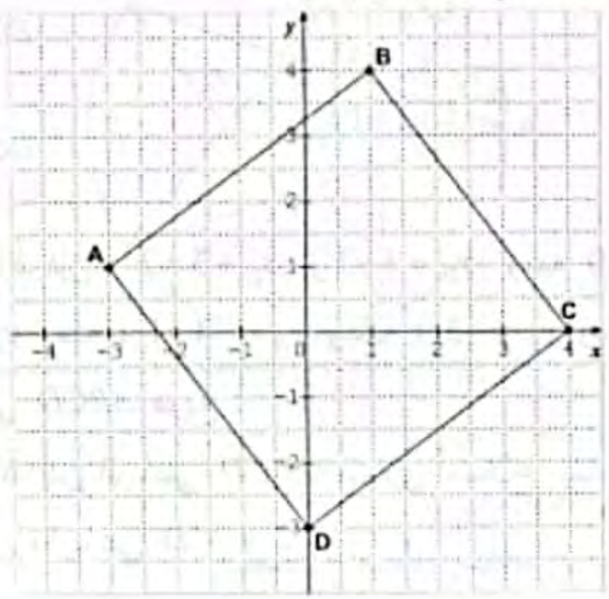
لدينا: $\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{BD}$

إذن الرباعي $ACBD$ متوازي أضلاع وبما أن : $AC = BC$ فإن الرباعي هو معين وبما أن قطرا المعين متناصفان ومتعامدان إذن: $(AB) \perp (CD)$.

5) يمثل الجداء $\frac{1}{2} AB \times CD$ بالنسبة للرباعي $ACBD$ مساحته.

27

1) تعليم النقط ثم تحديد نوع المثلث ABC :



حساب AB :

$$AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$$
$$AB=\sqrt{(1-(-3))^2+(4-1)^2}$$
$$AB=\sqrt{16+9}=\sqrt{25}=5$$

حساب الطول AC :

$$AC=\sqrt{(x_C-x_A)^2+(y_C-y_A)^2}$$
$$AC=\sqrt{(4-(-3))^2+(0-1)^2}$$
$$AC=\sqrt{7^2+1^2}=\sqrt{50}=5\sqrt{2}$$

حساب الطول BC :

$$BC=\sqrt{(x_C-x_B)^2+(y_C-y_B)^2}$$
$$BC=\sqrt{(4-1)^2+(0-4)^2}$$
$$BC=\sqrt{9+16}=\sqrt{25}=5$$

لدينا : $AB^2=25$ ، $AC^2=50$ ، $BC^2=25$

نلاحظ : $25+25=50$ ومنه : $BC^2+AB^2=AC^2$

وعليه حسب خاصية فيثاغورث العكسية فإن المثلث ABC قائم في B

وبما أن: $BC=AB$ فإن المثلث ABC قائم في B ومتساوي الساقين.

2) أ) حساب إحداثيتي النقطة D :

D صورة A بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{BC}$ إذن : $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AD}$

حساب مركبتين $\overrightarrow{BC}$:

$$\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}x_C-x_B\\y_C-y_B\end{pmatrix}$$
$$\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}4-1\\0-4\end{pmatrix}$$
$$\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}3\\-4\end{pmatrix}$$

حساب مركبتي $\overrightarrow{AD}$

$$\overrightarrow{AD}\begin{pmatrix}x_D-x_A\\y_D-y_A\end{pmatrix}$$
$$\overrightarrow{AD}\begin{pmatrix}x_D+3\\y_D-1\end{pmatrix}$$

وبما أن : $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AD}$ فإن : $x_D+3=3$ و $x_D=3-3$ ومنه $x_D=0$

ولدينا : $y_D-1=-4$ ومنه : $y_D=-4+1$ وعليه : $y_D=-3$ وبالتالي $D(0;-3)$.

ب) نبين أن الرباعي $ABCD$ مربع :

مما سبق $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AD}$ إذن الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع وبما أن: $AB=BC$

و $\hat{B}$ زاوية قائمة إذن فالرباعي $ABCD$ مربع.

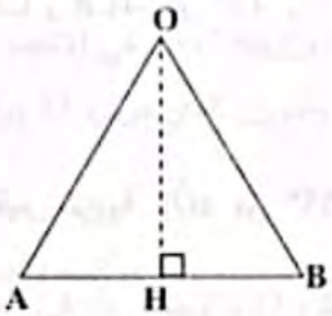
13- الزوايا الدوران – المضلعات المنتظمة

تحدّ: صفحة 151 من الكتاب المدرسي

إنشاء على ورقة غير مرصوفة تصميما لنجمة العلم الجزائري بحيث تكون المسافة بين كل رأسين متتاليين من هذه النجمة تساوي $10cm$:

رؤوس النجمة هي رؤوس خماسي منتظم مركزه O وطول أحد أضلاعه $10cm$

ليكن $[AB]$ أحد أضلاعه لدينا :



$$AB=10cm \quad A\hat{O}B=\frac{360°}{5}$$
$$HB=5cm \quad A\hat{O}B=72°$$

وعليه : $H\hat{O}B=36°$

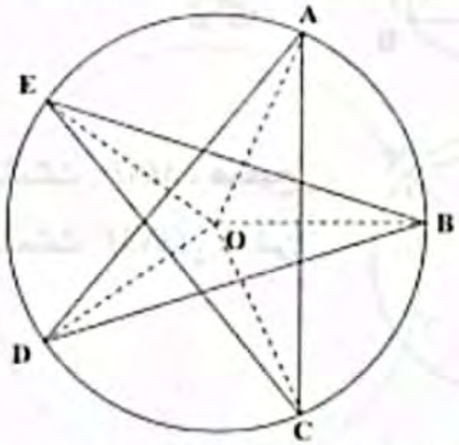
حساب نصف قطر الدائرة :

المثلث OBH قائم لدينا :

$\sin H\hat{O}B=\frac{HB}{OB}$ وعليه: $OB=\frac{HB}{\sin H\hat{O}B}$

ومنه : $OB=\frac{5}{\sin 36°}$ وعليه نجد : $OB=8,5cm$

نصف قطر الدائرة المحيطة بالخماسي المنتظم هو $8,5cm$.

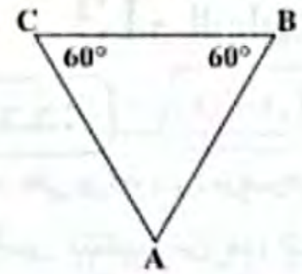


أستعد:

أصحيح أم خاطئ مع التبرير.

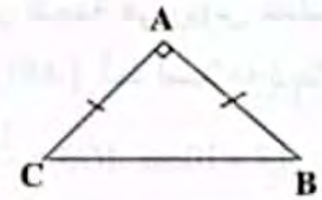
1) المثلث ABC المقابل متقايس الأضلاع. صحيح

لأن قيس الزاوية $C\hat{A}B$ هو $60°$.



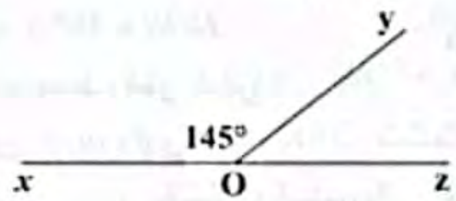
2) المثلث ABC المقابل متقايس الأضلاع. خاطئ

لأن قيس الزاويتين $C\hat{B}A$ و $A\hat{C}B$ هو $45°$.



3) في الشكل المقابل قيس الزاوية $z\hat{O}y$ هو $55°$. خاطئ.

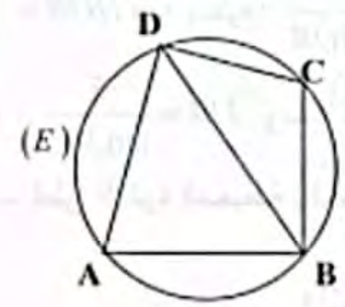
لأن: $z\hat{O}y = 180° - 145° = 35°$



4) في الشكل المقابل:

(E) هي الدائرة المحيطة بالمثلث ABC . صحيح

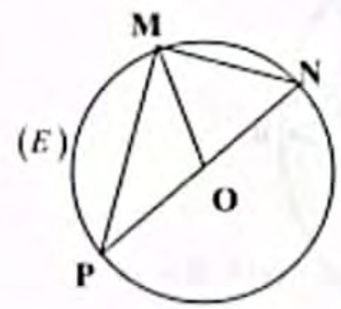
(E) هي الدائرة المحيطة بالمثلث BCD . صحيح



5) في الشكل المقابل:

(E) هي الدائرة المحيطة بالمثلث MNP . صحيح

(E) هي الدائرة المحيطة بالمثلث ONM . خاطئ



أوظّف تعلماتي :

صورة شكل بدوران

1

1) صورة $[OC]$ بالدوران الذي مركزه O وزاويته $95°$ في الاتجاه المباشر هي $[OA]$.

2) صورة $[OD]$ بالدوران الذي مركزه O وزاويته $230°$ في الاتجاه المباشر هي $[OA]$.

3) قطعة المستقيم التي صورتها $[OC]$ بالدوران الذي مركزه O وزاويته $265°$ في الاتجاه المباشر هي القطعة $[OA]$.

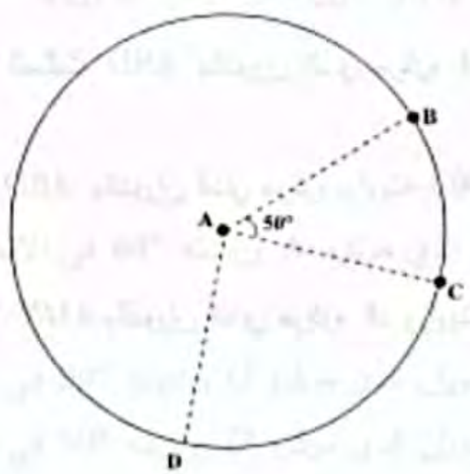
2

1) صورة المثلث (2) بالدوران الذي مركزه O وزاويته $90°$ في الاتجاه غير المباشر هو المثلث (3) وصورة المثلث (4) بنفس الدوران هي المثلث (1) .

2) الدوران الذي يحول المثلث (1) إلى المثلث (4) هو الدوران الذي مركزه O وزاويته $90°$ في الاتجاه المباشر.

- الدوران الذي يحول المثلث (1) إلى المثلث (3) هو الدوران الذي مركزه O وزاويته $180°$ في الاتجاه المباشر (أو غير المباشر).

3 إنجاز الشكل :



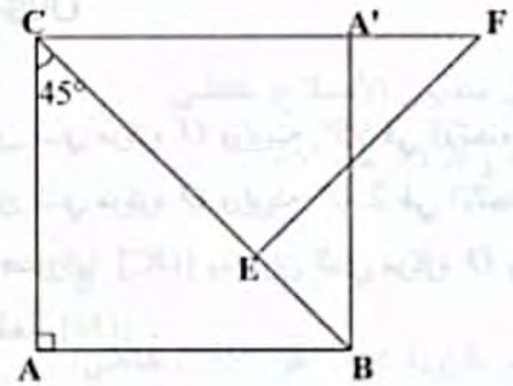
3) قيس الزاوية $C\hat{A}D$:

$$C\hat{A}D = B\hat{A}D - C\hat{A}B$$

$$C\hat{A}D = 139° - 50°$$

ومنه: $C\hat{A}D = 89°$.

4 إنجاز الشكل :



الرباعي $ABA'C$ مربع لأن $A\hat{B}A' = 90°$ (زاوية الدوران) وكذلك $AB = A'B$

$AB = AC$ (من المعطيات)

2) بالدوران الذي مركزه C وزاويته $45°$ في الاتجاه المباشر صورة النقطة A هي النقطة E وصورة النقطة B هي النقطة F.

إذن صورة المثلث ABC هي المثلث EFC (لاحظ الشكل).

5

1) المثلث AMN صورة ABD بالدوران الذي مركزه A وزاويته $120°$ في الاتجاه المباشر.

2) المثلث APQ صورة المثلث ABD بالدوران الذي مركزه A وزاويته $150°$ في الاتجاه غير المباشر.

3) المثلث ARS صورة ABD بالدوران الذي مركزه وزاويته $90°$ في الاتجاه غير المباشر.

4) المثلث AEF صورة AMN بالدوران الذي مركزه A وزاويته $60°$ في الاتجاه المباشر.

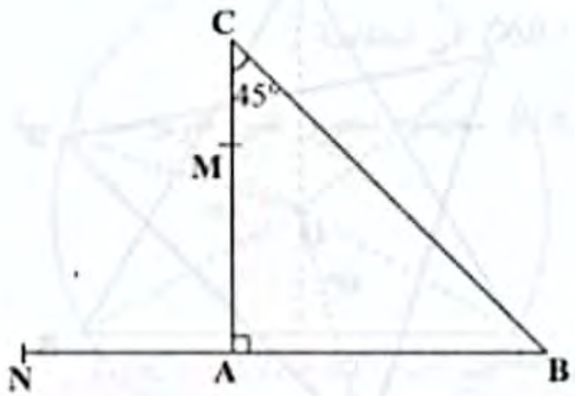
ملاحظة :

$B\hat{A}D = 180° - 2 \times 75°$.

$B\hat{A}D = 30°$

$P\hat{A}M = P\hat{A}S = S\hat{A}D = D\hat{A}M = 90°$

6 إنشاء الشكل :



نبرهن أن $BM = CN$:

في المثلثين ABM و ACN لدينا: $AB = AC$ (C صورة B بالدوران)

$AM = AN$ (لأن N صورة M بنفس الدوران)

$90° = B\hat{A}M = N\hat{A}C$ (زاوية الدوران)

وعليه المثلثان ABM و ANC متقايسان إذن: $BM = CN$.

حاول التمارين	صفحة 159 من الكتاب المدرسي

7

الشكل (2) صورة الشكل (1) بالدوران الذي مركزه O وزاويته $90°$ في الاتجاه المباشر (الاتجاه الموجب).

8

ملاحظة الشكل وإتمام الجمل:

1) B صورة C بالدوران الذي مركزه A وزاويته $60°$ في الاتجاه غير المباشر (السالب).

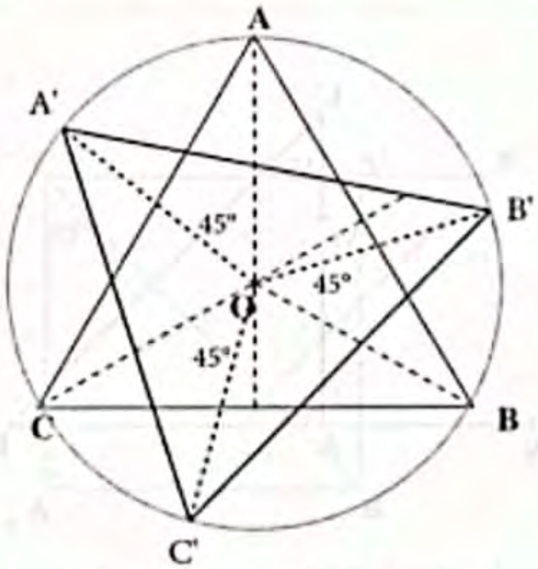
2) E هي صورة B بالدوران الذي مركزه O وزاويته $90°$ في الاتجاه المباشر.

3) D هي صورة E بالدوران الذي مركزه O وزاويته $90°$ في الاتجاه المباشر.

4) M هي صورة D بالدوران الذي مركزه E وزاويته $180°$ في الاتجاه المباشر (أو غير المباشر).

5) M هي صورة B بالدوران الذي مركزه E وزاويته $90°$ في الاتجاه المباشر.

9 1) إنشاء الشكل :



2) نعم يمكن أن يكون المثلث $A'B'C'$ صورة المثلث ABC بدورانات أخرى لأن O مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC وكذلك المحيطة بالمثلث $A'B'C'$.

الزوايا المحيطية والزوايا المركزية

10 تعيين أقياس الزوايا :

نعلم أن قيس كل زاوية من زوايا المثلث المتقايس الأضلاع هو $60°$.

• قيس $B\hat{O}C$:

$B\hat{O}C = 2\times B\hat{A}C$ ($B\hat{O}C$ زاوية مركزية تحصر نفس القوس مع الزاوية المحيطية $B\hat{A}C$)

إذن :

$$B\hat{O}C = 2\times 60°$$
$$B\hat{O}C = 120°$$

• قيس $B\hat{D}C$:

$B\hat{D}C = B\hat{A}C$ (زاويتان محيطيتان تحصران نفس القوس) إذن: $B\hat{D}C = 60°$

• قيس $D\hat{A}E$:

$D\hat{A}E = \frac{1}{2}D\hat{O}E$ ($D\hat{A}E$ زاوية محيطية تحصر نفس القوس مع الزاوية المركزية $D\hat{O}E$) وبما أن $D\hat{O}E = 180°$ فإن $D\hat{A}E = 90°$.

• قيس الزاوية $D\hat{B}E$:

$D\hat{B}E = D\hat{A}E$ (زاويتان محيطيتان تحصران نفس القوس) إذن: $D\hat{B}E = 90°$.

11 برهان أن النقط D,B,O في استقامية :

$B\hat{D}C = \frac{1}{2}B\hat{O}C$ ($B\hat{D}C$ محيطية تحصر نفس القوس مع الزاوية المركزية $B\hat{O}C$)

$$B\hat{D}C = \frac{1}{2}\times 80°$$
$$B\hat{D}C = 40°$$

المثلث ODC متساوي الساقين إذن: $O\hat{D}C = O\hat{C}D = 40°$

وعليه لدينا :

$$C\hat{O}D = 180° - \left(O\hat{D}C + O\hat{C}D\right)$$
$$C\hat{O}D = 180° - 2\times 40°$$

ومنه: $C\hat{O}D = 100°$

وبالتالي لدينا :

$$D\hat{O}B = D\hat{O}C + C\hat{O}B$$
$$D\hat{O}B = 100° + 80°$$

وعليه : $D\hat{O}B = 180°$

إذن النقط D,B,O على استقامة واحدة.

12 1) الزاوية $B\hat{M}D$ ليست محيطية لأن: $M \notin (P)$.

2) برهان أن $A\hat{M}D = C\hat{D}B + A\hat{B}D$:

لدينا: $A\hat{M}B = 180°$ (زاوية مستقيمة) ومنه: $A\hat{M}D = 180° - B\hat{M}D$.....(1)

ولدينا: $B\hat{M}D = 180° - \left(M\hat{D}B + M\hat{B}D\right)$.....(2)

(مجموع أقياس زوايا المثلث $180°$)

من (1) و(2) لدينا: $A\hat{M}D = 180° - \left[180° - \left(M\hat{D}B + M\hat{B}D\right)\right]$

ومنه : $A\hat{M}D = M\hat{D}B + M\hat{B}D$.

وبما أن: $M \in [AB]$ و $M \in [CD]$ فإن: $A\hat{M}D = C\hat{D}B + A\hat{B}D$

3) برهان أن $C\hat{M}B = C\hat{O}B + A\hat{O}D$:

بنفس الطريقة السابقة نبرهن أن: $C\hat{M}B = C\hat{D}B + A\hat{B}D$.....(1)

لدينا: $C\hat{D}B = \frac{1}{2}C\hat{O}B$.....(2) وكذلك $A\hat{B}D = \frac{1}{2}A\hat{O}D$.....(3)

من (1) و(2) و(3) لدينا :

$$C\hat{M}B = \frac{1}{2}C\hat{O}B + \frac{1}{2}A\hat{O}D$$

$$C\hat{M}B = \frac{1}{2}\left(C\hat{O}B + A\hat{O}D\right)$$

$C\hat{M}B = \frac{C\hat{O}B + A\hat{O}D}{2}$ وهو المطلوب

المضلعات المنتظمة :

13 قيس الزاوية $A\hat{O}B$:

$A\hat{O}B = \frac{360°}{10}$ ومنه : $A\hat{O}B = 36°$ (قيس زاوية مركزية للعشاري المنتظم)

حساب قيس $A\hat{B}C$:

$A\hat{B}C = \frac{1}{2}A\hat{O}C$ (الزاوية $A\hat{B}C$ تحصر نفس القوس مع الزاوية $A\hat{O}C$)

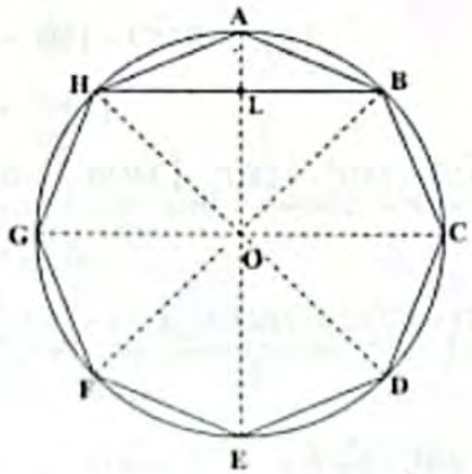
لدينا :

$$A\hat{O}C = 8 \times 36°$$

$$A\hat{O}C = 288°$$

وعليه : $A\hat{B}C = \frac{1}{2} \times 288°$ إذن : $A\hat{B}C = 144°$.

14



1) تعيين قيس الزاوية $A\hat{B}C$:

لدينا: $A\hat{O}B = \frac{360°}{8}$ ومنه: $A\hat{O}B = 45°$

المثلث OAB متساوي الساقين إذن:

$$A\hat{B}O = \frac{180° - 45°}{2}$$

$$A\hat{B}O = 67,5°$$

المثلث OBC متساوي الساقين إذن: $C\hat{B}O = 67,5°$

وعليه: $A\hat{B}C = A\hat{B}O + O\hat{B}C$

$$A\hat{B}C = 67,5° + 67,5°$$

إذن : $A\hat{B}C = 135°$

2) (BH) يعامد (OA) فإن المثلث OHB متساوي الساقين $45° = A\hat{O}H = B\hat{O}A$

إذن: $[OA)$ هو منصف متعلق بزاوية الرأس في المثلث المتساوي الساقين

وعليه: (OA) هو محور لهذا المثلث إذن: $(OA) \perp (HB)$.

3) مقارنة $\sin B\hat{O}L$ و $\cos B\hat{O}L$:

$\sin B\hat{O}L = \frac{LB}{OB}$ و $\sin B\hat{O}L = \frac{OL}{OB}$

بما أن المثلث OLB متساوي الساقين وقائم فإن: $OL = LB$

إذن: $\sin B\hat{O}L = \cos B\hat{O}L$

حساب $\sin 45°$ و $\cos 45°$:

$$\cos 45° = \sin 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

4) حساب OL و BL :

لدينا: $\sin B\hat{O}L = \frac{BL}{OB}$ ومنه: $\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{BL}{\sqrt{8}}$

وعليه: $BL = \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{8}}{2}$ وبالتالي: $BL = \frac{\sqrt{16}}{2}$

أي: $BL = \frac{4}{2}$ ومنه : $BL = 2$.

ولدينا: $OL = BL = 2cm$.

5) حساب S مساحة $ABCDEFGH$:

$$S = 8 \times S_{AOB}$$

$$S_{AOB} = \frac{LO \times BL}{2}$$

ومنه : $S_{AOB} = \frac{\sqrt{8} \times 2}{2}$ ومنه: $S_{AOB} = \sqrt{8}cm^2$

وبالتالي :

$$S = 8 \times \sqrt{8}$$

$$S = 8 \times \sqrt{4 \times 2}$$

$$S = 8 \times 2\sqrt{2}$$

$$S = 16\sqrt{2}$$

إذن مساحة الثماني المنتظم $ABCDEFGH$ هي $16\sqrt{2}cm^2$.

حلول التمارين	صفحة 160 من الكتاب المدرسي

أوكـد تعلّمـاتي

1. في الشكل أدناه: بالدوران الذي مركزه O وزاويته $60°$ في الإتجاه المباشر:

صورة النقطة B هي النقطة: C.

صورة النقطة D هي النقطة: A.

صورة النقطة O هي النقطة: O.

2. في الشكل: الزاوية $B\hat{A}C$ محيطية والزاوية $B\hat{O}C$ مركزية مرفقة بها.

3. في الشكل: $B\hat{A}C = \frac{1}{2}B\hat{O}C$.

4. المضلع الآتي خماسي غير منتظم لأن أقياس زواياه غير متقايسة.

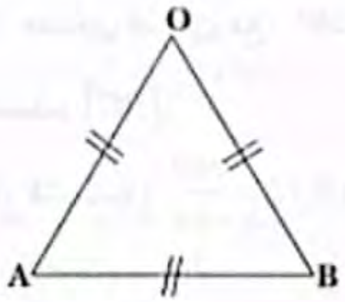
أدمج تعلّماتي:

اقتراح مخطط لوضع هذه الأعمدة على محيط الحيز مع تحديد المسافة بين كل عمودين:

موقع الأعمدة هو رؤوس سداسي منتظم نصف قطر الدائرة المحيطة به هو $3m$

لتكن O مركز السداسي المنتظم و $[AB]$ أحد أضلاعه.

لدينا الشكل التالي :



$OA = 3m$

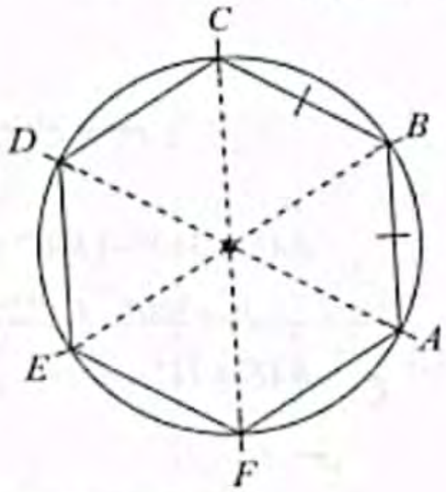
$$B\hat{O}A = \frac{360°}{6}$$

$$B\hat{O}A = 60°$$

بما أن $OA = OB$

$$O\hat{B}A = O\hat{A}B = \frac{180° - 60°}{2} = 60°$$

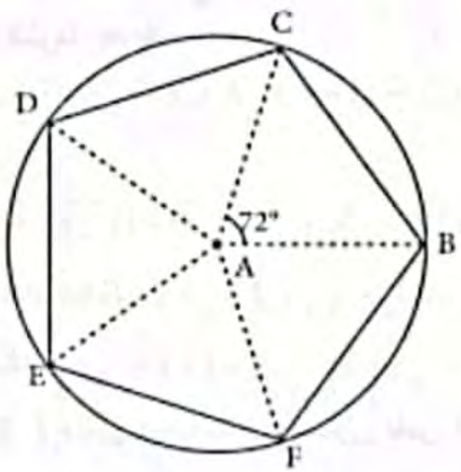
إذن المثلث OAB متقايس الأضلاع وعليه: $AB = 3m$.



حلول التمارين	صفحة 161 من الكتاب المدرسي

أتعمق :

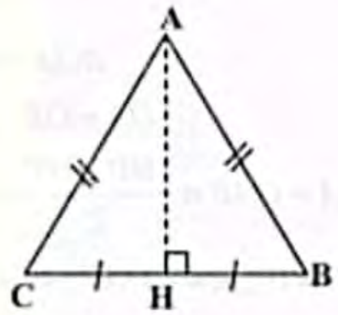
15



1) حساب BC:

المثلث ABC متساوي الساقين مع: $H\hat{A}B = \frac{72°}{2} = 36°$

نضع H منتصف $[BC]$.



المثلث ABH قائم لدينا: $\sin H\hat{A}B = \frac{HB}{AB}$

ومنه: $HB = AB \times \sin H\hat{A}B$

$HB = 2,35cm$

إذن :

$CB = 2 \times AB$

$CB = 2 \times 2,35$

ومنه: $CB = 4,7cm$

2) برهان أن $BCDEF$ مضلع منتظم :

حساب قيس الزاوية $B\hat{A}F$

$B\hat{A}F = 360° - \left(B\hat{A}C + C\hat{A}D + D\hat{A}E + E\hat{A}C\right)$

$= 360° - 4 \times 72°$

$B\hat{A}F = 72°$

ولدينا : $\frac{360°}{5} = 72°$

إذن المضلع $BCDEF$ هو خماسي منتظم.

استنتاج الطول BF : بما أن $BCDEF$ مضلع منتظم إذن: $BF = BC$

وعليه: $BF = 4,7cm$

3) حساب مساحة الدائرة المحيطة بالمضلع $BCDEF$:

الدائرة مركزها A ونصف قطرها $4cm$

إذن : $S = \pi R^2$

أي: $S = \pi \times 4^2$

وعليه: $S = 16\pi$

مساحة هذه الدائرة هي: $16\pi\ cm^2$.

16 إيجاد قيس الزاوية $A\hat{E}C$:

لدينا: $B\hat{D}C = B\hat{E}C = 40°$ (زاويتان محيطيتان تحصران نفس القوس)

وعليه: $B\hat{O}C = 2 \times B\hat{E}C = 2 \times 40° = 80°$ (قيس الزاوية المركزية يساوي ضعف قيس الزاوية المحيطية التي تحصر معها نفس القوس).

من جهة أخرى لدينا: $E\hat{O}B = 360° - \left(E\hat{O}C + B\hat{O}C\right)$

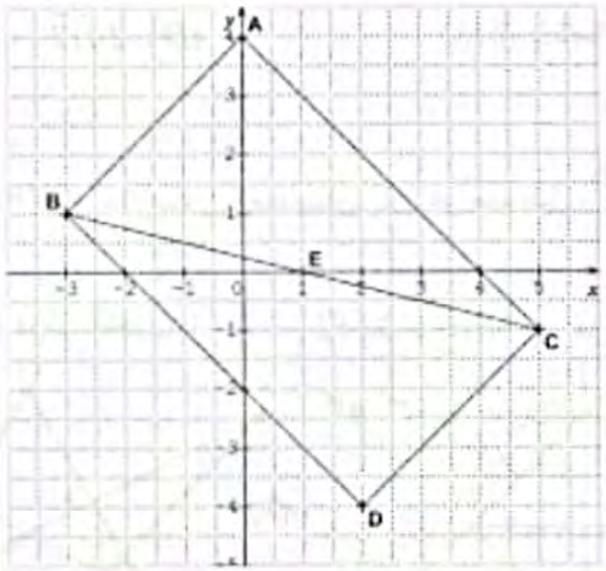
$E\hat{O}B = 360° - (140° + 80°) = 140°$

لدينا: $E\hat{C}B = \frac{1}{2}E\hat{O}B = \frac{1}{2} \times 140° = 70°$ (الزاوية $E\hat{C}B$ محيطية تحصر نفس القوس مع الزاوية المركزية $E\hat{O}B$).

وعليه: $A\hat{C}E = 70°$.

17

1/ تعليم النقط :



3) إنشاء النقطة D صورة A بالدوران الذي مركزه E وزاويته $180°$ ثم استنتاج إحداثيات D :

بما أن D صورة A بالدوران الذي مركزه E وزاويته $180°$ فإن E منتصف القطعة $[AD]$ أي: $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{ED}$

لدينا $\overrightarrow{AE}\left(x_E - x_A; y_E - y_A\right)$ أي: $\overrightarrow{AE}(1-0;0-4)$ أي: $\overrightarrow{AE}(1;-4)$

و $\overrightarrow{ED}\left(x_D - x_E; y_D - y_E\right)$ أي: $\overrightarrow{AE}\left(x_E - 1; y_E\right)$

$\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{ED}$ وعليه: $\begin{cases} x_D - 1 = 1 \\ y_D = -4 \end{cases}$ أي: $\begin{cases} x_D = 1 + 1 = 2 \\ y_D = -4 \end{cases}$

وبالتالي: $D(2;-4)$.

4) إثبات أن الرباعي $ABDC$ مستطيل:

لدينا E منتصف $[BC]$ من المعطيات.

E منتصف $[AD]$ (لأن الدوران الذي زاويته $180°$ هو تناظر مركزي).

حساب الطول AD :

$$AD=\sqrt{(x_D-x_A)^2+(y_D-y_A)^2}$$
$$AD=\sqrt{(2-0)^2+(-4-4)^2}$$
$$AD=\sqrt{4+64}$$
$$AD=\sqrt{68}$$
$$AD=2\sqrt{17}$$

حساب الطول BC :

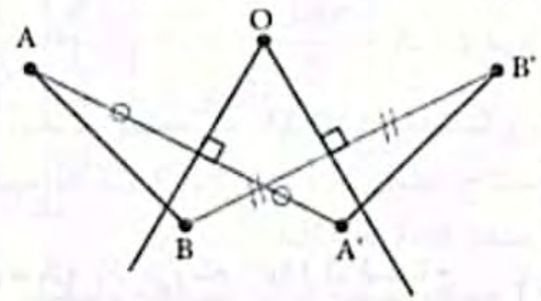
$$BC=\sqrt{(x_C-x_B)^2+(y_C-y_B)^2}$$
$$BC=\sqrt{(5+3)^2+(-1-1)^2}$$
$$BC=\sqrt{(8)^2+(-2)^2}$$
$$BC=\sqrt{64+4}$$
$$BC=\sqrt{68}$$
$$BC=2\sqrt{17}$$

وعليه: $AD=BC$.

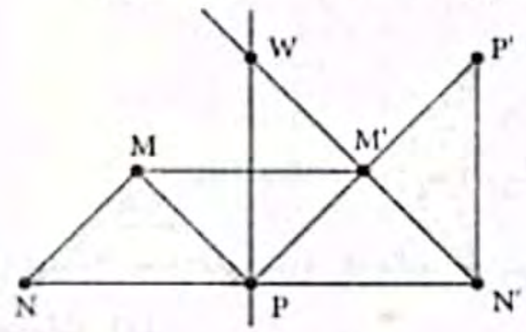
إذن قطرا الرباعي $ABDC$ متناصفان ومتقايسان إذن هو مستطيل.

18

1) إنشاء النقطة O مركز الدوران :



2) إنشاء النقطة w مركز الدوران :



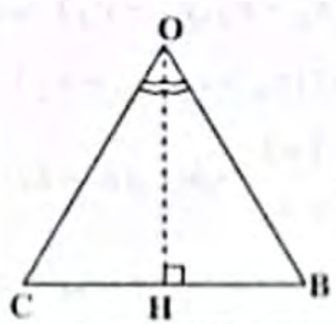
19 1) حساب طول ضلع المضلع :

طول أحد أضلاعه $P=6\times$ ومنه: $BC=P\div 6$

$$BC=96\div 6$$

وعليه: $BC=16\ cm$.

2) إثبات أن $OH=8\sqrt{3}$:



لدينا المثلث OBC متقايس الأضلاع.

H منتصف $[BC]$ إذن: $HB=\frac{BC}{2}$ وعليه: $HB=8cm$

حساب HO :

المثلث HOB قائم ومنه حسب خاصية فيثاغورث لدينا :

$$OB^2=HB^2+OH^2$$
$$OA^2=OB^2-HB^2$$
$$OH^2=16^2-8^2$$
$$OH^2=256-64$$
$$OH^2=192$$
$$OH=\sqrt{192}$$
$$OH=\sqrt{64\times 3}$$

$OH=8\sqrt{3}$ وهو المطلوب

3) حساب مساحة المثلث OAB :

$$S_{OAB}=S_{OBC}$$
$$S_{OAB}=\frac{BC\times OH}{2}$$
$$S_{OAB}=\frac{16\times 8\sqrt{3}}{2}$$

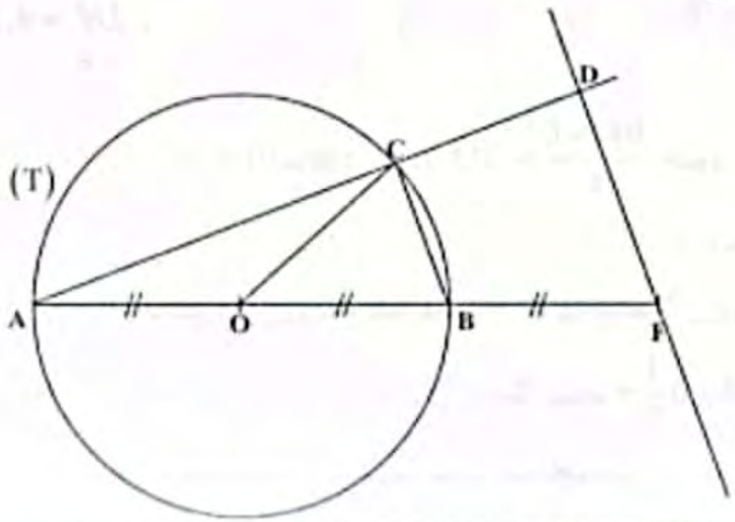
وعليه: $S_{OAB}=64\sqrt{3}m^2$

حساب S مساحة السداسي :

$$S=6\times S_{OBC}$$
$$S=6\times 64\sqrt{3}$$

وعليه : $S=384\sqrt{3}m^2$

20 إنجاز الشكل:



1) حساب قيس الزاوية $B\hat{A}C$ بالتدوير إلى الوحدة واستنتاج قيس الزاوية $B\hat{O}C$:

ABC مثلث فيه $[AB]$ قطر للدائرة (T) و C نقطة منها إذن ABC مثلث قائم في C .

لدينا: $\sin B\hat{A}C = \frac{BC}{AB} = \frac{3}{8} = 0,375$

بالضغط على الأزرار التالية في الحاسبة

$\boxed{ON}\boxed{0}\boxed{.}\boxed{3}\boxed{7}\boxed{5}\boxed{2ndf}\boxed{\sin}$

وعليه: $B\hat{A}C \approx 22°$.

بما أن الزاوية $B\hat{A}C$ محيطية والزاوية $B\hat{O}C$ مركزية تحصران نفس القوس $\overset{\frown}{BC}$

فإن: $B\hat{O}C = 2\times B\hat{A}C = 2\times 22° = 44°$

2) حساب الطول DF :

لدينا F صورة B بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{OB}$ فإن: $BF = OB = 4cm$

$AB = 8cm$ ، $AF = 12cm$.

لدينا في المثلث ADF : المستقيمان (BC) و (DF) متوازيان والنقط $A;C;D$ استقامية والنقط $A;B;F$ استقامية وبنفس الترتيب بتطبيق خاصية طالس نجد:

$$\frac{BC}{DF} = \frac{AB}{AF} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

وعليه: $DF = \frac{12\times 3}{8}$

وبالتالي: $DF = 4,5cm$.

14- الهندسة في الفضاء

تحدّ: صفحة 163 من الكتاب المدرسي

حساب حجم الماء في محتوى الدلو:

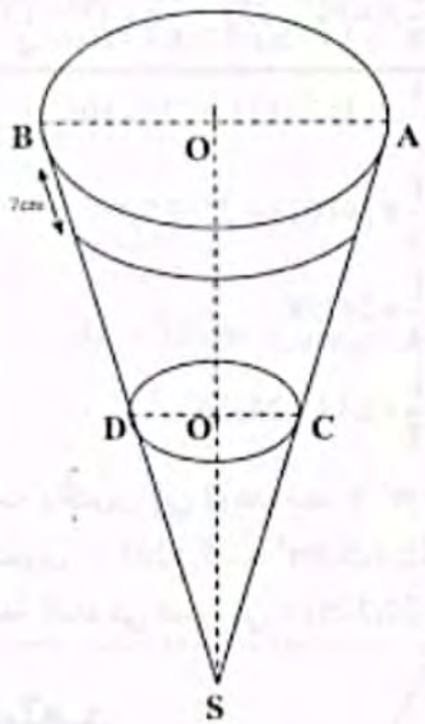
الدلو ناتج من مخروط دوران كبير مبتور منه مخروط دوراني تصغير له.

حساب k معامل التصغير :

$$k = \frac{30}{40} = \frac{3}{4}$$

إذن ارتفاع الدلو هو $\frac{3}{4}$ ارتفاع المخروط المبتور منه.

نلخص المعطيات في الشكل التالي :



$OO' = 28+7$ وعليه: $OO' = 35cm$

$AB = 40cm$ و $DC = 30cm$

حساب OS:

$OO' = \frac{1}{4}\times OS$ ومنه: $OS = \frac{4\times OO'}{1}$

وعليه : $OS = \frac{4\times 35}{1}$

$OS = 140cm$

$R = \frac{40}{2}$

$R = 20cm$

$R' = O'C = 15cm$

حساب OS':

$OS' = \frac{3}{4}OS$ ومنه $OS' = \frac{3\times 140}{4}$ وعليه: $OS' = 105cm$

حساب حجم الماء :

حجم مخروط دوران ارتفاعه $O'S$ − حجم مخروط دوران ارتفاعه $(OS-7)$ = حجم الماء

$\frac{1}{3}B\times h' - \frac{1}{3}B\times h'$ = حجم الماء

حجم الماء $= \frac{1}{3}\pi (R'')^2 \times h'' - \frac{1}{3}\pi R'^2 \times O'S$

لدينا: $R'' = OS - 7$ ومنه: $R'' = 133cm$

$R'' = \frac{140-7}{140} \times R$ ومنه: $R'' = \frac{133}{140}R$

$R'' = \frac{133 \times 20}{140}$ وعليه : $R'' = 19cm$

ملاحظة: $\frac{140-7}{140}$ هو معامل تصغير المخروط الذي ارتفاعه $(OS - 7)$

وعليه :

$$V = \frac{1}{3}\pi \times 19^2 \times 133 - \frac{1}{3}\pi \times 15^2 \times 105$$

$$V = \frac{1}{3}\pi (361 \times 133 - 225 \times 105)$$

$$V = \frac{1}{3}\pi (48013 - 23625)$$

$$V = \frac{1}{3}\pi 24388$$

$$V = \frac{1}{3} \times 3,14 \times 24388$$

ومنه بالتدوير إلى الوحدة نجد : $V = 25526cm^3$

التحويل : $25526cm^3 = 25,526dm^3 = 25,526\ell$

سعة الماء في الدلو هي : $25,526\ell$.

أستعد

أصحيح أم خاطئ مع التبرير :

1) محيط دائرة نصف قطرها $3cm$ هو $6cm$. **خاطئ**

لأن محيط دائرة نصف قطرها $3cm$ هو $6\pi\ cm$.

2) مساحة قرص نصف قطره $3cm$ هو $(9\pi)cm^2$. **صحيح**

3) في الشكل، المثلثان ABC و ADE في وضعية طالس.

إذن: $\frac{DE}{6} = \frac{3}{5}$. **صحيح**

4) حجم مكعب طول حرفه $2cm$ هو $6\ cm^3$. **خاطئ**

لأن حجم مكعب طول حرفه $2cm$ هو $8\ cm^3$.

5) حجم متوازي مستطيلات أبعاده $2cm$ ، $3cm$ و $4cm$ هو $24\ cm^3$. **صحيح**

6) حجم أسطوانة دوران نصف قطر قاعدتها $2cm$ وارتفاعها $2cm$ هو $(4\pi)\ cm^3$.

خاطئ لأن حجم الأسطوانة هو $(8\pi)\ cm^3$.

7) حجم مخروط دوران نصف قطر قاعدته $2cm$ وارتفاعها $2cm$ هو $(4\pi)\ cm^3$.

خاطئ لأن حجم المخروط دوران هو $\left(\frac{8\pi}{3}\right) cm^3$.

8) حجم هرم قاعدته مربع طول ضلعه $3cm$ وارتفاعه $3cm$ هو $9\ cm^3$. **صحيح.**

حلول التمارين | **صفحة 172 من الكتاب المدرسي**

أوظّف تعلماتي:

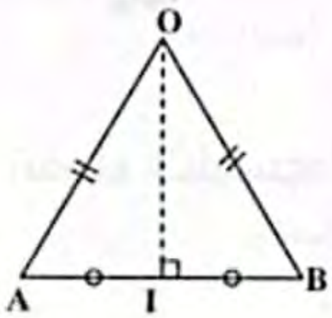
تمثيل الكرة والجلة :

1

يمكن أن يحقق الطول AB أن: $AB \leq 7$ وعليه يمكن أن يكون: $AB = 3,5cm$

أو $AB = 7cm$.

2 1) رسم المثلث OAB:



2) نوع المثلث OAB:

المثلث OAB متساوي الساقين حيث : $IB = \frac{AB}{2}$

$$\begin{cases} OA = OB = 5cm \\ AB = 6cm \end{cases}$$

3) حساب OI :

لدينا: $(AB)\perp(OI)$

المثلث OIB قائم ومنه حسب خاصية فيثاغورث لدينا :

$$OB^2 = IB^2 + IO^2$$

$$OI^2 = OB^2 - IB^2$$

ومنه :

$$OI^2 = 5^2 - 3^2$$

$$OI^2 = 25 - 9$$

$$OI^2 = 16$$

$$OI = \sqrt{16}$$

وعليه : $OI = 4cm$

مساحة الكرة وحجم الجلة :

3 حساب مساحة الكرة :

$S = 4\pi R^2$ ومنه: $S = 4\times 3,14\times(1,5)^2$ إذن: $S = 28,26cm^2$

حساب حجم الجلة :

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

$$V = \frac{4}{3}\times 3,14\times 1,5^3$$

وعليه: $V = 14,13cm^3$

4 حساب نصف قطر الكرة :

$$S = 4\pi R^2$$

$$12,56 = 4\times 3,14\times R^2$$

ومنه: $R^2 = \frac{12,56}{4\times 3,14}$

$$R^2 = 1$$

فإن: $R = \sqrt{1}$ (نصف القطر موجب) ومنه: $R = 1cm$ ومنه: $R = 10mm$.

نصف قطر هذه الكرة هو $10mm$.

حساب حجم الجلة: $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

وعليه: $V = \frac{4}{3}\times 3,14\times 10^3$ ومنه بالتدوير إلى الوحدة نجد : $V = 4187mm^3$

حجم هذه الجلة هو: $4187mm^3$.

5 حساب حجم الحديد :

حساب الحجم الخارجي :

$V' = \frac{4}{3}\pi R_1^3$ $R_1 = \frac{12}{2}$ ومنه $R_1 = 6cm$ إذن $V' = \frac{4}{3}\times 3,14\times 6^3$

ومنه بالتدوير إلى 0,01 نجد: $V' = 904,32cm^3$.

حساب حجم الجلة الداخلي :

القطر = 12 − 2

القطر = 10

$$V'' = \frac{4}{3}\pi R_2^3$$

$$V'' = \frac{4}{3}\times 3,14\times 5^3$$

ومنه بالتدوير إلى 0,01 : $V = 523,33cm^3$.

حساب V حجم الحديد :

$$V = V' - V'' = 904,32 - 523,33$$

ومنه بالتدوير إلى الوحدة نجد: $V = 381cm^3$

حجم الحديد هو : $381cm^3$.

المقاطع المستوية لمجسمات مألوفة

6 1) النقطة B هي مركز المقطع.

2) OM هو نصف قطر الكرة.

الطول OB هو بعد المركز عن المستوي.

3) المثلث OMB قائم B .

4) حساب القيمة المضبوطة لـ MB :

المثلث OMB قائم في B ومنه حسب خاصية فيثاغورث لدينا :

$$OM^2 = OB^2 + MB^2$$

$$MB^2 = OM^2 - OB^2$$

ومنه: $MB^2 = 4,5^2 - 3,5^2$

ومنه: $MB^2 = 20,25 - 12,25$

وعليه: $MB = \sqrt{8}$

ومنه: $MB = \sqrt{4 \times 2}$

وعليه: $MB = 2\sqrt{2}cm$

يمثل الطول MB نصف قطر المقطع.

7 1) البعد بين المستوي والنقطة O هو $4cm$.

$6cm - 2cm = 4cm$

2) حساب القيمة المضبوطة لنصف قطر المقطع IM :

المثلث MIO قائم في I ومنه حسب خاصية فيثاغورث لدينا :

$OM^2 = IM^2 + IO^2$

$IM^2 = OM^2 - IO^2$ $(IO = 4cm$ و $OM = 6cm)$

$IM^2 = 6^2 - 4^2$

$IM^2 = 36 - 16$

وعليه $IM = \sqrt{20}$ ومنه : $IM = \sqrt{4 \times 5}$ إذن: $IM = 2\sqrt{5}cm$.

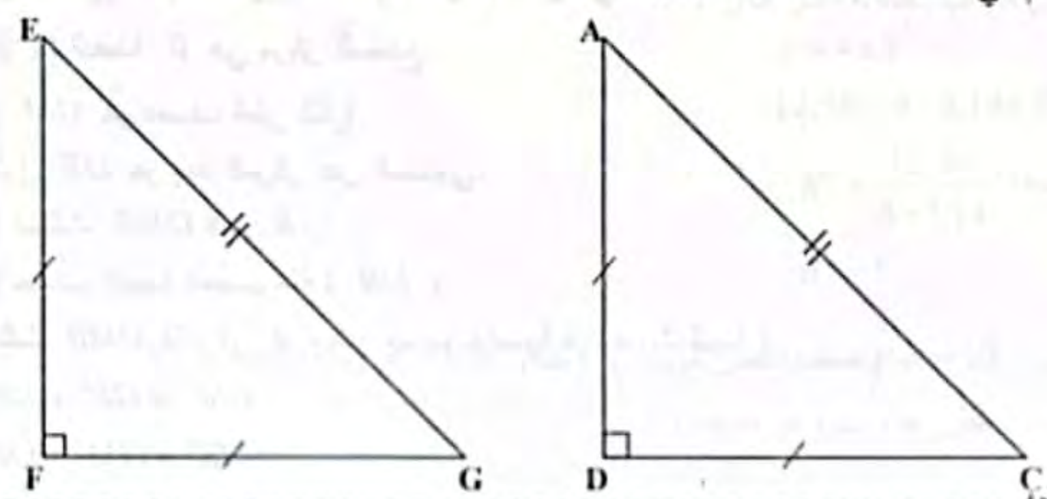
القيمة المضبوطة لنصف قطر المقطع هي: $2\sqrt{5}cm$.

حلول التمارين	صفحة 173 من الكتاب المدرسي

8 1) الرسم بالأبعاد الحقيقية :

ADC مثلث متساوي الساقين. EFG مثلث قائم ومتساوي الساقين.

وقائم في C : $AD = DC = 5cm$



$ACGE$ مستطيل.

2) حساب القيمة المضبوطة لكل من AC و AG :

حساب AC :

المثلث ADC قائم في D ومنه حسب خاصية فيثاغورث لدينا :

$AC^2 = AD^2 + DC^2$

ومنه : $AC^2 = 5^2 + 5^2$ وعليه : $AC^2 = 25 + 25$

وعليه : $AC^2 = 50$ ومنه: $AC = \sqrt{50}$

أي : $AC = 5\sqrt{2}cm$.

حساب AG :

المثلث ACG قائم في C ومنه حسب خاصية فيثاغورث لدينا : $AG^2 = AC^2 + CG^2$

ومنه: $AG^2 = \left(5\sqrt{2}\right)^2 + 5^2$

$AG^2 = 50 + 25$

وعليه: $AG^2 = 75$

ومنه: $AG = \sqrt{75}$

إذن : $AG = \sqrt{25 \times 3}$

$AG = \sqrt{25} \times \sqrt{3} = 5\sqrt{3}$

ومنه: $AG = 5\sqrt{3}cm$.

3) حساب القيمة المضبوطة لمساحة الرباعي $ACGE$:

$S = AC \times CG$

$S = 5\sqrt{2} \times 5$

ومنه: $S = 25\sqrt{2}$

مساحة الرباعي $ACGE$ هي $25\sqrt{2}\ cm^2$.

9 1) رسم بالأبعاد الحقيقية المقاطع المستوية للمستوي (P) مع المكعب في كل حالة :

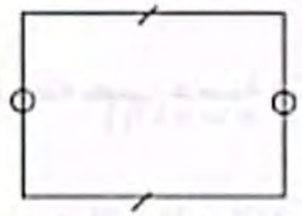
الشكل 1 : (P) يشمل منتصفي ضلعين متقابلين.

مربع طول ضلعه $3cm$

الشكل 2 : (P) يشمل منتصفي ضلعين متقابلين.

مستطيل طوله $3cm$

وعرضه $\sqrt{1,5^2+1,5^2} = \sqrt{4,5}$



الشكل 3 : (P) يشمل رأسين متقابلين من المكعب.

مستطيل طوله $\sqrt{3^2+3^2} = \sqrt{18}$ وعرضه $3cm$

$\sqrt{18} = \sqrt{9\times 2}$

$= 3\sqrt{2}$

2) حساب مساحة المقطع الناتج في كل حالة :

الشكل 1 : مساحة مربع طول ضلعه $3cm$

$S_1 = 3^2 = 9cm^2$

الشكل 2 : مساحة مستطيل طوله $3cm$ وعرضه $\sqrt{4,5}$

العرض × الطول = S_2

$$S = 3\times\sqrt{4,5} = 3\times\sqrt{\frac{9}{2}} = 3\times\frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{9}{\sqrt{2}} = \frac{9\sqrt{2}}{2}$$

الشكل 3 : مساحة مستطيل طوله $3\sqrt{2}$ cm وعرضه $3cm$

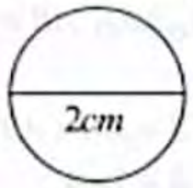
$S_3 = 3cm\times 3\sqrt{2}cm$

$S_3 = 9\sqrt{2}cm^2$

10 1) رسم بالأبعاد الحقيقية المقاطع المستوية للمستوي (P) مع أسطوانة الدوران :

الحالة 1 :

دائرة قطرها $2cm$.



الحالة 2 :

مستطيل طوله $3cm$ وعرضه $2cm$.

2) حساب مساحة المقطع الناتج :

الحالة 1 : $S_1 = \pi R^2$ مع $R = 1cm$

ومنه: $S_1 = \pi\times 1^2$

ومنه: $S_1 = \pi cm^2$

الحالة 2: العرض × الطول = S_2 ومنه: $S_2 = 3\times 2$

وعليه: $S_2 = 6cm^2$.

11 1) طبيعة المثلث AOB :

المثلث AOB متساوي الساقين حيث :

$OA = OB = R = 2,9cm$

2) حساب BH :

المثلث OBH قائم في H

$OB = 2,9cm$ ، $OH = 2,1cm$

حسب خاصية فيثاغورث لدينا:

$OB^2 = BH^2 + OH^2$

$BH^2 = OB^2 - OH^2$

ومنه: $BH^2 = 2,9^2 - 2,1^2$

وعليه: $BH^2 = 8,41 - 4,41$

ومنه: $BH^2 = 4$

وعليه: $BH = \sqrt{4}$ ومنه: $BH = 2cm$

3) حساب مساحة المقطع :

لدينا: $AB = BH \times 2$ ومنه: $AB = 2 \times 2$ وبالتالي: $AB = 4cm$

ولدينا: $AD = R = 7cm$

$$S = AD \times AB$$
$$S = 7 \times 4$$
$$S = 28$$

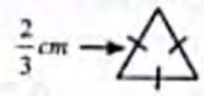
وعليه: $S = 28cm^2$.

12

رسم بالأبعاد الحقيقية مقطع الهرم بالمستوي (P) المُوازِ لقاعدته:

المقطع هو مثلث متقايس الأضلاع وهو تصغير للقاعدة

حيث معامل التصغير هو $\frac{1}{3}$



التكبير والتصغير

13

1) النسبة المئوية لتكبير المساحة :

$k = 100\% + 20\%$ ومنه: $k = 120\%$ ومنه: $k = \frac{120}{100}$

إذن: $k^2 = \left(\frac{120}{100}\right)^2$ أي: $k^2 = \frac{14400}{10000}$ وبالتالي: $k^2 = \frac{144}{100}$

ومنه: $k^2 = 144\%$

$144\% - 100\% = 44\%$

النسبة المئوية لتكبير المساحة هي 44%.

2) حساب النسبة المئوية لتكبير الحجم :

$k = 120\%$ إذن: $k^3 = \left(\frac{120}{100}\right)^3$

أي: $k^3 = \frac{1728000}{1000000}$ وبالتالي: $k^3 = \frac{172,8}{100}$

وبالتالي: $k^3 = 172,8\%$

وعليه : $172,8\% - 100\% = 72,8\%$

النسبة المئوية التي يكبر بها الحجم هي: $72,8\%$

ملاحظة: k معامل التكبير.

14

حساب k معامل التكبير :

$k = 140\% \leftarrow k = 100\% + 40\%$

ومنه $k = \frac{140}{100}$ وعليه: $k = 1,4$

حساب نسبة تكبير الحجم :

$k^3 = (1,4)^3$ ومنه: $k^3 = 2,744$

أي: $k^3 = \frac{274,4}{100}$ أي: $k^3 = 274,4\%$

$274,4\% - 100\% = 174,4\%$

ومنه يكبر الحجم بنسبة $174,4\%$

حلول التمارين | **صفحة 174 من الكتاب المدرسي**

أؤكد تعلّماتي:

اختيار الإجابة أو الإجابات الصحيحة مع التبرير:

1) مساحة سطح كرة نصف قطرها $2cm$ هي: $(16\pi)cm^2$

لأن: $A = 4\pi R^2 = 4\pi \times 2^2 = 16\pi$

2) حجم جلة نصف قطرها $2cm$ هو: $\left(\frac{32}{3}\pi\right)cm^3$

لأن: $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \times 2^3 = \frac{32}{3}\pi$

3) مقطع مستو لكرة نصف قطرها $5cm$ حيث المستوي يشمل النقطة O مركز الكرة هو دائرة نصف قطرها $5cm$ أو دائرة قطرها $10cm$.

4) مقطع مستو لجلة نصف قطرها $4cm$ حيث المستوي يبعد عن المركز للجلة بمسافة $2cm$ هو قرص نصف قطره يساوي $(2\sqrt{3})cm$

لأن:
$$AM = \sqrt{OM^2 - OA^2} = \sqrt{4^2 - 2^2}$$
$$AM = \sqrt{16 - 4} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

5) مقطع مستو للأسطوانة دوران حيث هذا المستوي يوازي محور الأسطوانة هو مستطيل.

6) كرة نصف قطرها $3cm$.

إذا ضربنا نصف قطر هذه الكرة في $\frac{1}{3}$ فإن مساحتها تضرب في $\frac{1}{9}$.

7) لتكبير مكعب بنسبة 50% يكفي ضرب حرف هذا المكعب في $\frac{15}{10}$.

أدمج تعلّماتي

حساب نصف قطر الكرة :

طول دائرة كبرى هو $70cm$

أي أن محيط دائرة كبرى هو $70cm$

$P = 2\pi R$ ومنه: $70 = 2\pi R$

أي: $R = \frac{70}{2\pi} = \frac{35}{\pi}$ ومنه: $R = \frac{35}{3,14}$

بالتدوير إلى الوحدة نجد : $R = 11cm$

حساب مساحة الكرة :

$S = 4\pi R^2$ ومنه: $S = 4\pi \times \left(\frac{35}{\pi}\right)^2$

وعليه: $S = \frac{4 \times 35^2}{\pi} = 1560,5$

مساحة الكرة بالتدوير إلى الوحدة هي $1561cm^2$.

حساب V حجم الهواء المتواجد داخل الكرة:

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

$$V = \frac{4}{3}\pi \times \left(\frac{35}{\pi}\right)^3$$

$$V = \frac{4 \times 35^3}{3\pi^2}$$

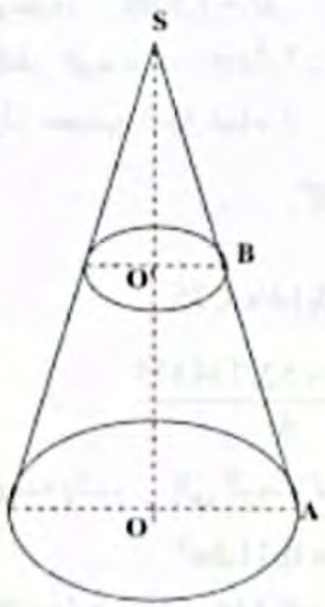
$$V = \frac{171500}{3\pi^2}$$

ومنه: $V = \frac{171500}{3 \times 3,14^2} = 5798,071$ أي: $V = 5798$

حجم الهواء بالتدوير إلى الوحدة هو $5798cm^3$.

حلول التمارين | **صفحة 175 من الكتاب المدرسي**

أتعمق :



15 OA نصف قطر قاعدة المخروط.

$O'B$ نصف قطر قاعدة المخروط الناتج.

OS ارتفاع المخروط

لدينا: $OA = \frac{8}{2} = 4cm$

لدينا: $(O'B)//(OA)$ (عموديان على نفس المستقيم)

حسب خاصية طالس لدينا :

$\frac{SO'}{SO} = \frac{SB}{SA} = \frac{O'B}{OA}$ ومنه: $\frac{SO'}{SO} = \frac{O'B}{OA}$

ومنه: $O'B = \frac{SO' \times OA}{SO}$

ومنه: $O'B = \frac{6 \times 4}{8}$

ومنه: $O'B = 3cm$.

2) حساب k معامل التصغير :

معامل التصغير هو حاصل قسمة ارتفاع المخروط الصغير على ارتفاع المخروط الكبير

أي: $k = \frac{O'S}{OS}$ ومنه: $k = \frac{6}{8}$ إذن: $k = \frac{3}{4}$

معامل التصغير هو $\frac{3}{4}$.

16 1) حساب قطر الوعاء :

ليكن هو V_1 حجم الإناء و V_2 هو حجم الوعاء وعليه:

$$V_1 = V_2$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{4}{3}\pi R^3 = \pi R^2 \times h$$

$$\frac{2}{3}R^3 = R^2 \times 2,5$$

$\frac{R^1}{R^2} = 2,5 \times \frac{3}{2}$ ومنه: $R = 3,75$

ومنه: $d = 2 \times R = 2 \times 3,75$

وعليه: $d = 7,5cm$

قطر الوعاء هو $7,5cm$.

2) حساب كمية الماء :

$$V = \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$V = \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \times 3,14 \times 3,75^3$$

$$V = \frac{4 \times 3,14 \times 52,734375}{6}$$

ومنه بالتدوير إلى الوحدة نجد: $V = 110$.

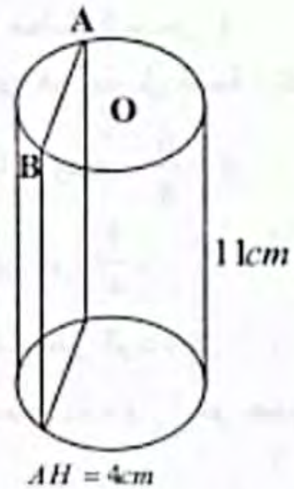
$110cm^3 = 0,11dm^3$

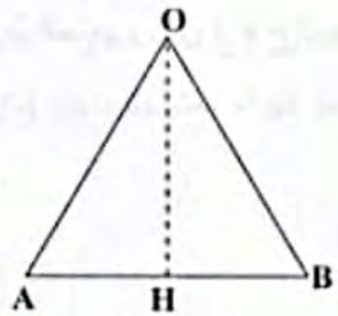
التحويل: $= 0,11\ell$

$= 11c\ell$

وعليه كمية الماء بالسنتيلتر هي $11c\ell$.

17 حساب نصف قطر الأسطوانة :





$AB = 8cm$

$OH = 2cm$

المثلث OHA قائم في H ومنه حسب خاصية فيثاغورث لدينا $OA^2 = AH^2 + OH^2$

ومنه: $OA^2 = 4^2 + 2^2$ أي: $OA^2 = 16 + 4$

ومنه: $OA = \sqrt{20}$

وعليه: $OA = \sqrt{4 \times 5}$

ومنه: $OA = 2\sqrt{5}cm$

بالتدوير إلى 0,1 نجد: $OA = 4,5$

نصف قطر الأسطوانة هو $4,5cm$.

18 1) حساب ارتفاع المخروط :

المثلث OBS قائم في O ومنه حسب خاصية فيثاغورث :

$SB^2 = OB^2 + OS^2$ ومنه: $OS^2 = SB^2 - OB^2$

وعليه: $OS^2 = 5^2 - 4^2$

أي: $OS^2 = 25 - 16$

ومنه: $OS^2 = 9$

ومنه: $OS = \sqrt{9}$ وعليه: $OS = 3cm$.

2) حساب حجم المخروط :

لدينا: $V = \frac{B \times h}{3}$ وعليه: $V = \frac{\pi R^2 \times h}{3}$

إذن: $V = \frac{\pi \times 4^2 \times 3}{3}$

وعليه: $V = 16\pi cm^3$

3) حساب حجم المخروط الناتج :

معامل التصغير هو $k = \frac{1}{2}$ وعليه حجم المخروط الناتج هو : $V' = k^3 \times V$

$$V' = \left(\frac{1}{2}\right)^3 \times 16\pi$$

$$= \frac{1}{8} \times 16\pi$$

ومنه: $V' = 2\pi cm^3$

حجم المخروط الناتج هو $2\pi cm^3$.

19 1) نوع المقطع الناتج هو دائرة نصف قطرها KM.

2) المثلث OKM قائم في K

- استنتاج الطول KM :

حسب خاصية فيثاغورث لدينا: $OM^2 = OK^2 + KM^2$

أي: $KM^2 = OM^2 - OK^2$

ومنه: $KM^2 = 17^2 - 15^2 = 289 - 225$

وعليه: $KM^2 = 64$

وبالتالي: $KM = \sqrt{64}$

ومنه: $KM = 8cm$.

20

1) المثلث ACG قائم في C.

2) إنشاء المثلث ACG:

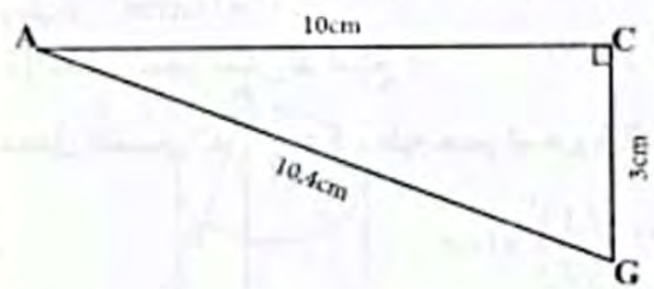
حساب الطول AC: المثلث ADC قائم حسب خاصية فيثاغورث لدينا:

$$AC^2 = AD^2 + DC^2$$
$$AC^2 = 6^2 + 8^2$$
$$AC^2 = 36 + 64$$
$$AC^2 = 100$$

ومنه: $AC = \sqrt{100}$

ومنه: $AC = 10m$

حساب الطول AG: المثلث ACG قائم حسب خاصية فيثاغورث لدينا:

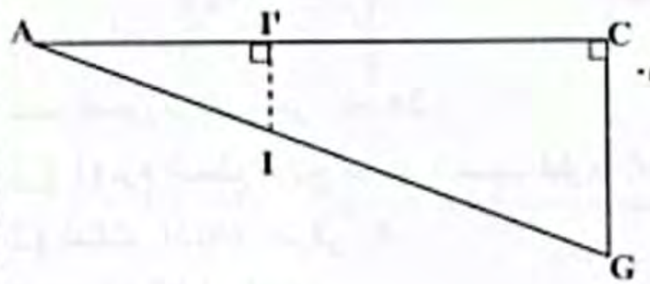


$$AG^2 = AC^2 + CG^2$$
$$AG^2 = 10^2 + 3^2$$
$$AG^2 = 100 + 9$$
$$AG^2 = 109$$

وعليه: $AG = \sqrt{109}$

ومنه بالتدوير إلى 0,1 نجد: $AG = 10,4m$.

حساب CI'.



(AC) و (AG) مستقيمان متقاطعان.

$I' \in (AC)$ وعليه: $I \in (AG)$

و $(CG)//(II')$

ومنه حسب خاصية طالس لدينا:

$$\frac{AI'}{AC} = \frac{AI}{AG} = \frac{II'}{CG}$$

ومنه: $\frac{AI'}{AC} = \frac{AI}{AG}$ إذن: $\frac{AI'}{AC} = \frac{2}{3}$ وعليه: $AI' = \frac{2}{3}AC$

ومنه: $AI' = \frac{2}{3} \times 10$ وعليه: $AI' = \frac{20}{3}cm$

إذن:

$$CI' = AC - AI'$$
$$CI' = 10 - \frac{20}{3}$$
$$CI = \frac{30-20}{3}$$

وبالتالي: $CI' = \frac{10}{3}cm$.

21

حساب قيمة مقربة لنصف قطر الكرة:

$V = \frac{4}{3}\pi R^3$ ومنه: $908 = \frac{4 \times 3,14 R^3}{3}$

وعليه: $R^3 = \frac{900 \times 3}{4 \times 3,14}$

ومنه: $R^3 = 216$

بما أن: $6^3 = 216$ فإن: $R = 6cm$

نصف قطر هذه الكرة هو تقريبا $6cm$.

حساب قيمة مقربة لمساحة هذه الكرة:

$S = 4\pi R^2$ ومنه: $S = 4 \times 3,14 \times 6^2$

إذن: $S = 4 \times 3,14 \times 36$

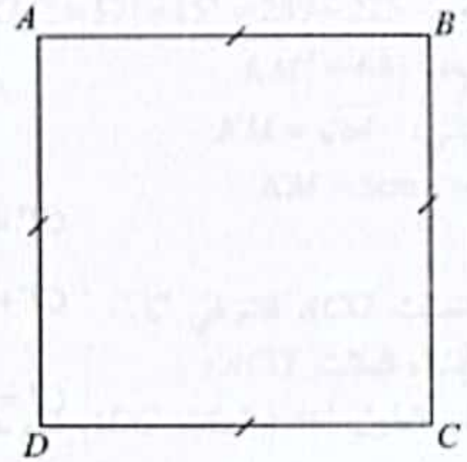
وعليه بالتدوير إلى الوحدة نجد: $S = 452$

القيمة المقربة لمساحة الكرة هي: $452cm^2$.

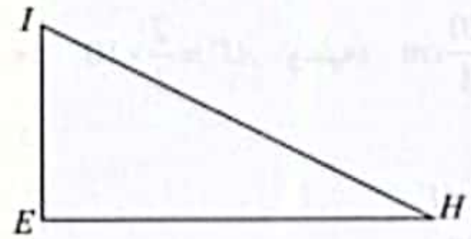
22

التمثيل بالأبعاد الحقيقية لكل من:

المربع $ABFE$:



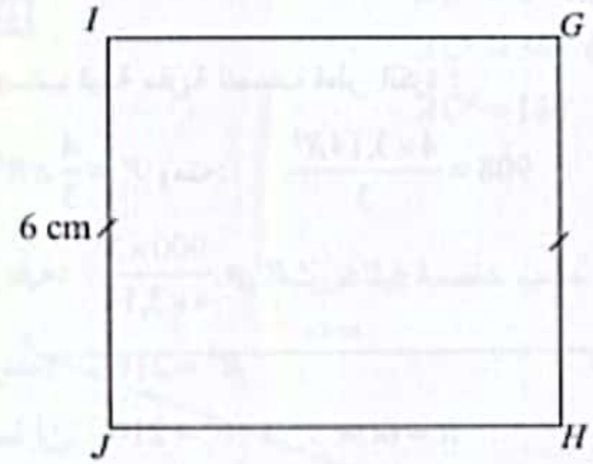
المثلث IEH :



$IE = 3cm$

$EH = 6cm$

الرباعي $HIJG$:

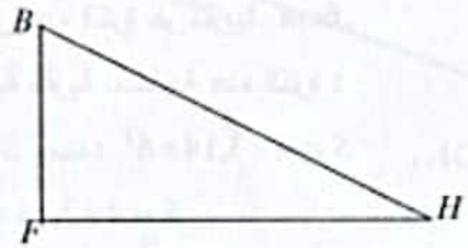


$IJ = 6cm$

$IH = \sqrt{IE^2 + EH^2}$

$IH = \sqrt{45} \rightarrow IH = 3\sqrt{5}cm$

المثلث BFH قائم في F :



$BF = 6cm$

$FH = \sqrt{EF^2 + EH^2}$

$FH = \sqrt{72}$

$FH = 6\sqrt{2}cm$

23

1) التحقيق أن $V_2 + V_m = 8V_m$

نضع V حجم الكأس المخروطي (المخروط الكبير)

لدينا : V_m هو حجم مخروط ناتج بتصغير المخروط الكبير بمعامل $b = \frac{1}{3}$ إذن :

$$V_m = b^3 \times V$$

$$V_m = \left(\frac{1}{3}\right)^3 V$$

$$V_m = \frac{1}{27} V$$

V_e هو الفرق بين حجم مخروط دوراني مصغر بمعامل تصغير $k = \frac{2}{3}$ و V_m

$$V_e = k^3 V - V_m$$

$$V_e = \left(\frac{2}{3}\right)^3 V - \frac{1}{27} V$$

$$V_e = \frac{8}{27} V - \frac{1}{27} V$$

$$V_e = \frac{7}{27} V$$

$$V_e + V_m = \frac{7}{27} V + \frac{1}{27} V$$

$$V_e + V_m = \frac{8}{27} V$$

ومنه لدينا:

$$V_e + V_m = 8 \times \frac{1}{27} V$$

$$V_e + V_m = 8 \times V_m$$

• التحقق أن: $V_m + V_e + V_h = 27V_m$

لدينا: $V_h = V - (V_m + V_2)$

$$V_h = V - \left(\frac{1}{27} V + \frac{7}{27} V\right)$$

$$V_h = V - \frac{8}{27} V$$

$$V_h = \frac{27}{27} V - \frac{8}{27} V$$

$$V_h = \frac{19}{27} V$$

وعليه لدينا :

$$V_m + V_e + V_h = \frac{1}{27}V + \frac{7}{27}V + \frac{19}{27}V$$

$$V_m + V_e + V_h = \frac{27}{27}V$$

$$V_m + V_e + V_h = 27 \times \frac{1}{27}$$

$$V_m + Ve + V_h = 27V_m$$

وهو المطلوب

2) استنتاج مما سبق V_e و V_h بدلالة x:

$$V_h = \frac{19}{27}V$$

$$V_h = 19 \times \frac{1}{27}V$$

$$V_h = 19V_m$$

بما أن: $V_e = \frac{7}{27}V$ فإن: $V_e = 7 \times \frac{1}{27}V$

ومنه: $V_e = 7V_m$.

2.3 تحديد انخفاض أو ازدياد :

نضع :

h : ارتفاع المخروط الأصلي.

R : نصف قطره قاعدة المخروط الأصلي.

h' : ارتفاع المخروط الناتج.

R' : نصف قطر المخروط الناتج.

لدينا :

$$R' = R\left(1 - \frac{10}{100}\right) \qquad R' = h\left(1 + \frac{3}{100}\right)$$

$$R' = 0,9R \qquad R' = 1,03h$$

لدينا :

$$V' = \frac{1}{3} \times B \times h'$$

$$V' = \frac{1}{3} \times \pi R'^2 \times h'$$

ومنه: $V' = \frac{1}{3}\pi \times (0,9R')^2 \times 1,03h$

ومنه: $V' = \frac{1}{3}\pi \times 0,81 \times R^2 \times 1,03 \times h$

$$V' = 0,81 \times 1,03 \times \frac{1}{3}\pi R^2 \times h$$

$$V' = 0,8343 \times \frac{1}{3}\pi R^2 \times h$$

وعليه: $V' = 0,8343 \times V$

إذن حجم المخروط انخفض عما كان عليه :

لدينا: $0,8343 = \frac{83,43}{100} = 83,43\%$

إذن: $100\% - 83,43\% = 16,57\%$

النسبة المئوية لانخفاض الحجم هي: 16,57%.