

حلم تصحيح مادة الإحصاء والاحتمال للسنة الثانية لهندسة طاقة الفضل لاول / د / ٢٠٢٠

d: (٥.٦)

$$P(5,3) = 5 \times 4 \times 3 = 60 \quad (6)$$

السؤال الثاني:

(٥.١٢) (٥)

مما تكون $P(x)$ دالة كثافة احتمالية يجب أن يكون

- $f(x) \geq 0 \Rightarrow \frac{c}{x^2} \geq 0 \Rightarrow c \geq 0$ (1)
- $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1 \Rightarrow \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{c}{x^2} dx = 1 \Rightarrow c \left[-\frac{1}{x} \right]_{-\infty}^{+\infty} = 1$ (2)
 $\Rightarrow -\frac{c}{x} \Big|_{-\infty}^{+\infty} = 1 \Rightarrow \frac{c}{2} = 1 \Rightarrow c = 2$ (2)
- $P(X < 5) = \int_1^5 f(x) dx = \int_1^5 \frac{2}{x^2} dx = -\left[\frac{1}{x} \right]_1^5 = \frac{24}{25}$ (1) (2)

(٥.١٢) (ب)

$$f(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y) dy = 6e^{-2x} \int_0^{\infty} e^{-3y} dy$$

$$= \frac{6e^{-2x}}{-3} \left[e^{-3y} \right]_0^{\infty} = -2e^{-2x} [e^{-\infty} - e^0] = 2e^{-2x}$$

$$f(x) = \begin{cases} 2e^{-2x} & 0 < x < \infty \\ 0 & \text{علا ذلك} \end{cases}$$

$$g(y) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y) dx = 6e^{-3y} \int_0^{\infty} e^{-2x} dx$$

$$= \frac{6e^{-3y}}{-2} \left[e^{-2x} \right]_0^{\infty} = -3e^{-3y} [e^{-\infty} - e^0] = 3e^{-3y}$$

$$g(y) = \begin{cases} 3e^{-3y} & 0 < y < \infty \\ 0 & \text{علا ذلك} \end{cases}$$

$$f(x,y) = 6e^{-2x-3y} = f(x) \cdot g(y) \Rightarrow X \text{ و } Y \text{ مستقلان}$$

(٥.٨) (ج)

$$\mu = 10, \sigma^2 = 4 \Rightarrow \sigma = 2 \text{ و } Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

$$Z_1 = \frac{X_1 - \mu}{\sigma} = -1.5$$

$$Z_2 = \frac{X_2 - \mu}{\sigma} = 1.5$$

$$P(7 < X < 13) = P(-1.5 < Z < 1.5) = F(1.5) - F(-1.5)$$

$$= 0.9332 - 0.0668$$

$$\text{cov}(X,Y) = E(XY) - E(X)E(Y) = 0.10 - (0.8)(0.4) = -0.02$$

$$f(x,y) = \frac{\text{cov}(X,Y)}{\sigma(X)\sigma(Y)} = \frac{-0.02}{(0.14)(0.12)} = -0.1175$$

الأسئلة الأولى (٥.١٢)

$$M = L_k + \frac{(f_k - f_{k-1})}{(f_k - f_{k-1}) + (f_k - f_{k+1})} \quad (2) \quad (3)$$

$$= 26 + \frac{(25-6)}{(25-6) + (25-0)} \quad (4) \quad (3)$$

$$= 27.7$$

$$\tilde{X} = \tilde{Q}_2 = L_k + \frac{\frac{n}{2} - \sum_{i=1}^{k-1} f_i}{f_k} \quad (2) \quad (3)$$

$$= 18 + \frac{50-49}{20} \quad (4) \quad (3)$$

نصف الوسيط
هي القيمة
التي تأتي في
المرتبة

نصف الوسيط
هي القيمة
التي تأتي في
المرتبة

(٥.١٥) (ب)

$$s_k = \frac{3(\bar{X} - \tilde{X})}{s}, \quad c.v = \frac{s}{\bar{X}}$$

$$3-5-6-7-40 \Rightarrow \tilde{X} = 6 \quad (1)$$

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{3+5+6+7+40}{5} = 12.2 \quad (2)$$

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2}{n-1} = \frac{(3-12.2)^2 + \dots + (40-12.2)^2}{4}$$

$$s^2 = 243.7 \Rightarrow s = \sqrt{s^2} = \sqrt{243.7} = 15.6 \quad (3)$$

$$s_k = \frac{3(6-12.2)}{\sqrt{243.7}} \quad (1)$$

$$c.v = \frac{\sqrt{243.7}}{12.2}$$

(٥.١٢) (ج)

• A_1 الحدث الذي لا يقع فيه صبا من اثنان لصبي مع ١٢ سنة
 • D الحدث الذي لا يقع فيه صبا من اثنان لصبي مع ١٢ سنة
 الحدث المطلوب $D \cap (A_1 \cup A_2)$

$$P(D \cap (A_1 \cup A_2)) = P(D \cap A_1) \cup P(D \cap A_2) \quad (2)$$

$$= P(A_1) \cdot P(D|A_1) + P(A_2) \cdot P(D|A_2)$$

نفرض ان $P(A_1) = 2x$ و $P(A_2) = x$

$$2x + x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{3} = P(A_2) \quad (2)$$

$$\Rightarrow 2x = \frac{2}{3} = P(A_1)$$

$$P(D) = \frac{2}{3} \left(\frac{1}{3} \right) + \frac{1}{3} \left(\frac{1}{3} \right) = \frac{9}{60} \quad (2)$$

$$P(D') = 1 - \frac{9}{60} = \frac{51}{60} \quad (2)$$

$$P(A_2|D) = \frac{P(A_2) \cdot P(D|A_2)}{P(D)} = \frac{\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3}}{\frac{9}{60}} = \frac{20}{9}$$

الدرجة : ثمانون
الاسم:

امتحان مقرر الاحصاء والاحتمال السنة الثانية
هندسة طاقة الفصل الاول 2019 / 2 / 4

جامعة دمشق
كلية الهندسة

السؤال الأول : أجب عن الأسئلة الأربعة التالية (40 درجة : 12-10-6)

(a) يبين الجدول التكراري الفئوي التالي توزيع مجموعة من الطرود البريدية في عدة فئات تبعاً لأوزانهم :

حدود الفئة	[2,6[[6,10[[10,14[[14,18[[18,22[[22,26[[26,30[
عدد الطلاب	5	10	20	14	20	6	25

أحسب المنوال الفئوي ، و الوسط الفئوي؟

(b) لتكن البيانات الآتية التي تمثل عينة عشوائية مختارة (5 - 40 - 6 - 7 - 3) المطلوب أحسب معامل الالتواء الوسطي ومعامل الاختلاف ؟

(c) يوجد في مدينة مصنعان لإنتاج المصباح يُنتج المصنع الأول في الأسبوع الواحد ضعفي إنتاج المصنع الثاني. فإذا علمت أن $\left(\frac{1}{5}\right)$ من المصباح التي ينتجها المصنع الأول تالفة ، وأن $\left(\frac{1}{20}\right)$ من المصباح التي ينتجها المصنع الثاني تالفة . سحبنا مصباحاً واحداً من انتاج المصنعين ليتم فحصه . المطلوب :

1- ما احتمال أن يكون المصباح المسحوب تالف؟

2- إذا علمت أن المصباح المسحوب كان صالحاً ، ما احتمال أن يكون هذا المصباح من انتاج المصنع الثاني ؟

(d) كم عدداً مكوناً من ثلاثة أرقام يمكن تشكيله من مجموعة الأرقام { 1 , 2 , 3 , 4 , 5 } على ألا يتكرر الرقم في أي عدد أكثر من مرة واحدة ؟

السؤال الثاني : أجب عن الأسئلة التالية (40 درجة : 12-8-8)

(a) ليكن X متغيراً عشوائياً معرفاً بالدالة التالية :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{c}{x^3} & ; x > 1 \\ 0 & ; \text{عدا ذلك} \end{cases}$$

1- عين قيمة (c) لتكون $f(x)$ دالة كثافة احتمالية لـ X ؟

2- أحسب الاحتمال $P(X < 5)$ ؟

(b) X و Y متغيران عشوائيان مستمران دالة كثافتهما المشتركة معرفة بالعلاقة التالية :

$$f(x,y) = \begin{cases} 6e^{-2x-3y} & ; 0 < x < \infty , 0 < y < \infty \\ 0 & ; \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

أوجد دالتي الكثافة الهامشيتين لكل من المتغيرين X و Y . ثم بين فيما إذا كان X و Y مستقلان أم لا ؟

(c) ليكن $X \sim N(10,4)$ متغير عشوائي طبيعي ، المطلوب أحسب الاحتمال $P(7 < X < 13)$ ؟

(d) X و Y متغيران عشوائيان بحيث أن :

$$E(X) = 0.8 , E(Y) = 0.20 , E(XY) = 0.10 , VAR(X) = 0.16 , VAR(Y) = 0.04$$

والمطلوب أحسب معامل الارتباط بين المتغيرين X و Y مع تحديد نوعية هذا الارتباط ؟

انتهى الامتحان

(يسمح باستخدام الآلة الحاسبة وجدول التوزيع ويؤخذ الجواب مقرباً الى أقرب ثلاثة منازل عشرية)